신뢰성 및 정비성 요구조건 만족을 위한 직렬시스템의 중복 구조 설계

김종운, 박준서, 유원희
한국철도기술연구원, 철도시스템안전연구본부, 경기도 의왕시 월암동 360-1

Abstract

MTTR and MTBSF are two representative quantitative maintainability and reliability requirements for railway systems. we deal with the redundancy allocation problem to satisfy the two requirements. The redundancy increases MTBSF and changes MTTR. Parallel redundancy and the exponential lifetime distribution of components are considered for the series systems. Mathematical model and example are presented for the redundancy optimization problem of minimizing the cost subjecting to MTTR and MTBSF requirements.

1. 서론

철도차량에서 RAMS(Reliability, Availability, Maintainability, Safety) 특성은 이제 가격이나 성능과 마찬가지로 상품의 중요한 전략적인 경쟁 요소가 되었다. 이는 차량 운영기관에서 차량 서비스 품질 및 수준을 높이고 운용유지비용 절감을 위해 차량 사양에 RAMS 요구조건을 포함하여 높은 RAMS 품질을 가진 차량을 요구하고 있기 때문이다. RAMS 사양은 정량적인 요구조건과 정성적인 요구조건으로 구분할 수 있다. 정량적인 요구조건은 신뢰성 요구조건인 MTBF(Mean Time Between Failure) 및 MTBSF(Mean Time Between Service Failure) 가용성 요구조건인 성취가용도와 서비스가용도, 정비성 요구조건인 MTTR 안전성 요구조건인 SIL(Safety Integrity Level)등이 있다. 이들 중 MTBSF와 MTTR은 현재까지 공고된 대부분의 해외 사양서에 포함되어 있다. MTBSF 서비스 고장의 빈도에 관한 것으로 차량의 서비스 수준과 직접적으로 관계된 것으로 매우 중요한 척도이다. MTTR은 그 값 자체만으로는 차량의 서비스 수준이나 안전성과는 직접적인 관련이 없지만 가용성에 영향을 주어 가용성 저하에 따른 서비스 수준 저하를 초래할 수 있다. 또한 MTTR의 증가로 인해 유지보수 비용이 증가될 수 있다.

MTBSF의 요구조건을 만족하기 위해서는 설계 단계에서부터 이를 고려해야 한다. 일반적으로 신뢰도를 향상시키는 방법은 다음의 기본적 원칙이 있다. (1) 시스템을 가능한 단순화한다. 꼭 필요하지 않은 부품과 불필요하게 복잡한 시스템은 단지 고장의 가능성만 증가시킬 뿐이다. (2) 구성품의 신뢰도를 증가한다. (3) 중복 구조 설계한다. (4) 운영 단계에서 예방정비를 실시하여 운영 신뢰도를 향상시킨다.

설계 단계에서 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법 중 중복 부품의 사용은 시스템의 구조를 크게 변경시키기 않기 때문에 시스템의 기본 설계가 이루어지고 난 후 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법이다. 그러나 중복의 사용은 가격, 부피, 무게 등의 증가를 가져오기 때문에 이러한 상호관계를 고려하여 할당하여야 한다. 지금까지 직렬 구조, 네트워크, k-out-of-n 구조 등 다양한 모형의 정의에서부터 모형을 풀기 위한 많은 해법까지 많은 연구가 수행되어져 왔다. 최적 중복구조 해를 찾기 위한 방법들로 동적계획법 [11], 라그랑즈 완화 기법 [9], 발견적 기법 [1,2,5,6,8,10], 유전알고리즘 [3,4] 등이 사용되었다. Kuo [7]에서는 이러한 모형과 최적 알고리즘들이 정리되어 있다.

대부분의 기존 연구들은 시스템 신뢰성 척도로 확률 척도인 시스템 신뢰도를 사용하였으며, 중복의 증가는 신뢰도의 증가를 가져오지만 시스템의 비용 및 중량 또한 증가하는 모형을 가정하였다.

중복의 추가는 MTBSF를 증가시키지만 중복

에 의해 MTTR값이 변화될 수 있기 때문에 중복에 의한 MTTR 변화 또한 고려되어야 한다.
본 논문에서는 직렬 시스템을 대상으로 MTBSF, MTTR 두 가지 요구조건이 주어진 경우에서의 병렬 중복 구조 설계문제를 다룬다. 구성품의 수명분포는 지수분포를 따르고 차량의 1회 서비스 운영 후 고장 난 구성품은 수리되는 것으로 가정하였다. 이러한 가정하에서 MTBF, MTBSF 요구조건이 주어진 경우 시스템 중복 비용을 최소화하는 문제를 다루었다.

2. 수리 모형

$MTTR^*$: MTTR 요구조건
$MTBSF^*$: MTBSF 요구조건
n : 구성품 개수
x_j : 구성품 j 에 할당된 개수
λ_j : 구성품 j 의 고장률
r_j : 구성품 j 의 교환시간
c_j : 구성품 j 의 단가
UB_j: 구성품 j 의 중복 가능한 최대 개수
t^*: 1회 운행거리를 운행하는데 걸리는 시간
Y : 서비스고장 없이 운행구간을 운행하는 연속회수
$TBSF$: 차량을 수리할 경우의 서비스고장간격
T: 차량을 수리하지 않을 때 서비스고장시간
p: 1회 운행 시 서비스고장 없이 운행될 확률
q: $1-p$

MTBF, MTBSF 요구조건이 주어진 경우 시스템 중복구조 비용을 최소화하는 문제를 다룬다. 구성품의 수명분포는 지수분포를 따르며 중복 비용은 구성품의 수에 선형적으로 증가하는 것으로 가정한다. 그리고 시스템의 수리는 구성품의 교환에 의해 이루어진다고 가정한다. 이러한 가정하에서의 최적화 모형은 다음과 같다.

$$\text{최소화} \quad \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \tag{1}$$

$$\text{제약조건} \quad MTTR \le MTTR^* \tag{2}$$

$$MTBSF \ge MTBSF^* \tag{3}$$

$$1 \le x_j \le UB_j \ \text{인 정수} \tag{4}$$

시스템의 교환은 구성품의 교환에 의해 이루어진다고 가정하였으므로 식(2)의 MTTR은 아래와 같이 계산된다.

$$MTTR = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i \cdot \lambda_i \cdot r_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j \cdot \lambda_j} \tag{5}$$

식(3)의 MTBSF는 차량의 운영 조건에 따라 달라진다. 본 논문에서는 차량은 1회 운영시간은 t^*이며, 1회 운영 후 고장난 구성품은 모두 수리되는 것으로 가정한다. 즉 서비스 운영 시 차량의 모든 구성품은 작동 가능한 상태이고, A 구성품에 의한 차량의 서비스 고장은 운영시간은 t^*이내에 중복구조로 구성된 구성품 A 모두가 고장났을 경우 발생한다.
이와 같이 차량을 수리할 경우에서의 서비스 고장 간격 및 서비스 고장 간격의 기대값은 아래의 식과 같다.

$$TBSF = Y \cdot t^* + (T | T \le t^*) \tag{6}$$

$$E(TBSF) = E(Y) \cdot t^* + E(T | T \le t^*) \tag{7}$$

식(6)의 Y의 기대값은 (Y+1)은 모수가 q(1-p)인 기하분포를 따르므로 아래와 같이 계산된다.

$$E(Y) = \frac{p}{1-p} \tag{8}$$

$$p = \Pr(Y > t^*) = \prod_{i=1}^{n} \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda_i t^*}\right)^{x_i}\right] \tag{9}$$

식(7)의 $E(T | T \le t^*)$는 $E(Y)$ 비해서 상대적으로 아주 작다. 그 이유는 중복구조가 없을 때라도 1회 서비스 운영시 서비스 고장 확률은 작기 때문에 $E(Y)$의 값은 크기 때문이다. 따라서 $E(T | T \le t^*)$는 아래와 같은 근사식을 사용하여 산출한다.

$$MTBSF = E(Y) \cdot t^* + E(T | T \le t^*) \approx \frac{p \cdot t^*}{1-p} + \frac{t^*}{2} \tag{10}$$

3. 수치예제

가. 예제 1

첫 번째 예제에서는 중복개수의 변화에 따른 시스템 특성값의 변화를 살펴본다. 시스템은 2개의 중복 가능한 구성품들로 이루어지고, 각 구성품의 고장률 및 교환시간은 표.1과 같이 설정하였다.

표.2는 중복이 없을 때 즉 각 구성품의 개수가 1개일 때의 MTBF값과 MTBSF값을 나타낸다. MTBF 값은 중복이 없을 때는 시스템의 분포가 지수분포이므로 '1/시스템고장률'로 계산할 수 있다. MTBSF는 식(10)을 통해 계산된 값이다. 중복이 없을 때의 MTBSF는 MTBF와 같기 때문에 표 2를 통해 근사식(10)의 정확도를 알 수 있다. 표 2의 결과를 통해 t^*이 작을 때는 근사식(10)이 유효하다는 것을 알 수 있다.

표.3은 구성품의 개수를 각 2개로 하였을 경우에 t^*에 따른 MTBSF값을 나타낸다. 시스템은 t^*기간 동안의 운행 후 고장 난 구성품은 모두 수리된다고 가정하였기 때문에 t^*이 작을수록 MTBSF값은 커질 것으로 추측할 수 있다. 표.3의 결과를 통해 이와 같은 추측이 타당하다는 것을 알 수 있다.

표.4는 구성품 개수에 따른 MTBSF와 MTTR 값을 나타낸다. 1회 운행하는데 걸리는 시간인 t^*은 '1' 로 두었다. 표.4와 같이 MTBSF는 중복개수가 증가함에 따라 커지는 것을 알 수 있으며, MTTR은 구성품 A의 개수가 증가할수록 커지고 구성품 B의 개수가 증가할수록 작아진다. 이는 식(5)와 같이 MTTR은 교환시간 구성품의 교환시간에 대해 해당 구성품의 (고장률*개수)/시스템고장률의 가중 평균값이기 때문에 교환시간이 작은 품목의 개수가 증가할수록 MTTR은 작아지고, 교환시간이 큰 품목의 개수가 증가할수록 MTTR은 커지게 된다.

표.1 예제1에 대한 구성품 정보 입력값

품명	고장률(λ_j)	교환시간(r_j)
구성품 A	0.01	1
구성품 B	0.001	10

표.2 중복이 없을 때의 MTBF와 MTBSF

t^*	100	10	1	0.1
MTBF	90.909			
MTBSF	99.896	91.000	90.910	90.906

표.3 t^*에 따른 MTBSF의 변화(x_j=2)

t^*	10	1	0.5	0.1
MTBSF	1087	9997	19925	98686

표.4 구성품 개수에 따른 MTBSF와 MTBF

B \ A	1	2	3
1	MTBSF=90.91	909.90	998.97
	MTTR= 1.82	1.43	1.29
2	99.99	9997.85	493447.28
	2.50	1.82	1.56
3	100.00	10100.17	986894.56
	3.08	2.17	1.82

나. 예제2

두 번째 예제에서는 MTBSF와 MTTR 두 가지 요구조건이 주어진 경우에서의 이 두가지 요구조건을 만족하면서 비용을 최소화하기 위한 최적중복구조 문제를 다루었다.

각 구성품의 정보는 표 5와 같으며, 각 구성품의 최대개수는 3개로 t^*은 1로 설정하였다. 표. 5에서와 같이 각 단가는 1로 동일하게 하였기 때문에 최소 비용인 동시에 중복의 개수를 최소로 하는 해를 찾는 문제가 된다.

최적 중복 구조 해는 전체 해 영역에 대해 MTBSF와 MTTR을 계산하고 요구조건을 만족하는 적합(feasible) 영역 안에서 최소 비용인 해를 찾았다.

표.5 예제2에 대한 구성품 정보 입력값

	고장률	교환시간	비용
구성품 A	0.01	100	1
구성품 B	0.01	10	1
구성품 C	0.01	1	1
구성품 D	0.001	100	1
구성품 E	0.001	10	1
구성품 F	0.001	1	1
구성품 G	0.0001	100	1
구성품 H	0.0001	10	1
구성품 I	0.0001	1	1

표.6 예제2 실험 결과

		실험1	실험2	실험3
요구 조건	MTBSF	100	300	500
	MTTR	-	-	-
		30	30	30
최적해 특성값	MTBSF	278.00	384.89	625.34
		294.02	302.93	712.69
	MTTR	37	36.44	36.03
		29.44	29.40	28.88
	비용	12	13	14
		13	15	16
최적해 부품 개수	A	2	2	2
		2	2	2
	B	2	2	2
		3	3	3
	C	2	2	2
		3	3	3
	D	1	1	1
		1	1	1
	E	1	1	2
		1	1	2
	F	1	2	2
		1	1	2
	G	1	1	1
		1	1	1
	H	1	1	1
		1	1	1
	I	1	1	1
		1	2	1

예제2의 실험결과는 표.6과 같다. 3가지 MTBSF에 대해 실험하였으며 각 실험에서는 MTTR 요구조건을 설정한 경우와 설정하지 않은 경우에 대하여 실험하였다.

표.6에서와 같이 MTBSF 요구조건이 증가할수록 비용 즉 중복개수는 증가하였다. 같은 조건에서 MTTR의 요구조건이 부과된 경우 또한 중복 개수가 증가하였다. 이 두 가지 결과적으로는 논리적으로 타당하다. 첫 번째 MTBSF 요구조건의 증가에 의한 중복 개수의 증가는 당연한 것이고, 같은 조건에서 MTTR 요구조건의 부과는 교환시간이 작은 구성품의 가중치를 증가시키면 MTTR은 작아지기 때문에 부품의 개수가 증가한 것이다.

이러한 결과가 수치적으로는 적합하지만 실제적인 상황에서는 아주 이상한 결과이다. 실험1에서 MTTR의 요구조건이 부과된 경우, 표.6과 같이 구성품 B, C의 개수를 증가시켜 MTTR을 낮추는 것은 MTTR 값은 작아지게 되지만 교환해야 할 구성품이 2개 늘게 되어 정비성 측면에서는 오히려 나빠지기 때문이다. 이와같이 MTTR 요구조건 부과 후에 중복의 개수가 증가할 때에는 교환시간이 큰 구성품의 교환시간을 줄이는 방향으로 설계를 변경하는 것이 적합할 것이다.

실험3에서 만약 구성품 A의 교환시간을 100에서 80으로 줄였을 때 MTTR 의 요구조건이 30인 경우에 대한 최적 해를 풀어보면 비용은 14이고 MTBSF는 625.34, MTTR은 29.90으로 MTTR 요구조건이 없는 경우와 비용이 같다.

4. 결론

본 논문에서는 MTBSF, MTTR 요구조건을 만족하면서 중복 비용을 최소로 하는 중복구조 문제를 다루었다. 중복의 추가는 서비스 운영시 하나의 구성품이 고장 나더라도 서비스 장애를 방지할 수 있기 때문에 MTBSF를 증가시키지만, 중복으로 인해 MTTR 또한 변화된다. 이러한 중복과 MTTR, MTBSF의 관계를 수치적으로 모형화하여 최적 중복 설계 모형을 제시하였고, 수치 예제를 통해 해당 문제의 성질을 제시하였다. 본 연구에서는 중복의 추가에 의해 중량 및 부피의 증가는 고려하지 않았지만 쉽게 확장이 가능하다.

표.6의 예제2의 결과에서부터 MTTR 요구조건을 추가한 경우에 이 요구조건을 만족하기 위해 교환시간이 낮은 구성품의 개수가 증가하게 된다. 이러한 결과는 수치적으로는 MTTR값이 작아지게 되지만 정비에 소요되는 시간이 증가하기 때문에 정비성을 나빠지는 결과를 가져온다.

따라서 현실적인 측면에서, MTBSF, MTTR 요구조건이 주어지고 중복에 의해 MTRSF 요구조건을 달성하고자 할 때에는 MTTR의 요구조건이 없는 경우와 있는 경우 두 가지 경우에서의 중복 개수를 비교하여야 한다. 이 두 가지 경우의 중복개수가 같다면 그 해를 사용 가능하지만, 중복개수가 다르다면 정비성 저하 없이 이 두 가지 요구조건을 달성하는 해는 없다는 것을 의미한다. 이와 같은 상황에서는 고장률이 높고 교환시간이 큰 구성품의 교환시간을 줄이는 활동이 추가적으로 필요하다.

참고문헌

1. Aggawal, K.K. (1976). Redundancy optimization in general systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 25(5), 330-332.
2. Aggawal, K.K., Gupta J.S., & Misra, K.B. (1975). A new heuristic criterion for solving a redundancy optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 24(apr), 86-87.
3. Coit D.W., & Smith A.E. (1996). Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Reliability*, 45(2), 254-266.
4. Coit, D.W., & Smith, A.E. (1998). Redundancy allocationto maximize a lower percentile of the system time to failure distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 47(1), 79-87.
5. Gopal, K., Aggarwal,K.K., &Gupta, J.S. (1978). An improved algorithm for reliability optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 27(5), 325-328.
6. Kuo, W, Hwang,C.L., & Tillman, F.A. (1978). A note on heuristic methods in optimal system reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, 27(5), 320-324.
7. Kuo, W. (2000). An annotated overview of system-reliability optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 49(2), 176-187.
8. Li, J. (1996). A bound heuristic algorithm for solving reliability redundancy optimization. *Microelectronics and Reliability*, 36(3), 335-339.
9. Misra, K.B. (1972). Reliability optimization of a series-parallel system. *IEEE Transactions on Reliability*, 21, 230-238.
10. Misra, K.B. (1972). A simple approach for constrained redundancy optimization problems. *IEEE Transactions on Reliability*, 21(1), 30-34.
11. Woodhouse, C.F. (1972). Optimal redundancy allocation by dynamic programming. *IEEE Transactions on Reliability*, 21(1), 60-62.