

Realistic Mathematics Education의 형성과정과 교사¹⁾의 역할

김 병 호 (숙지고등학교)

1950년대와 1960년대에 부르바끼라는 필명으로 집합론부터 시작했던 대학원 수학교재를 집필하여 세계적으로 대단한 영향을 미쳤다.

디외돈네가 말했다.

이런 형식주의자의 표현법은 차츰 대학학부과정 수학을 가르치는 데도 침투되었다. 그리고 마침내 “새로운 수학”이라는 이름으로 유치원까지 침입했다. 모두가 로야몽 연구회 때문이었다.

디외돈네는 10년 뒤인 1970년에 말하기를:

“기초에서부터 우리는 수학의 실재를 믿는다. 그러나 철학자들이 역설을 가지고 우리를 공격할 때는 당연히 우리들은 형식주의 뒤에 숨는다. 그리고는 “수학은 의미 없는 기호들의 조합일 뿐이다.” 라고 말한다. 그리고 나서는 집합론의 1장과 2장을 내놓는다. 결국은 우리들은 우리들의 수학으로 되돌아가서 평화롭게 남게 된다. 그리고 수학자들은 실제로 있는 것을 가지고 연구하고 있다는 느낌을 가지고 늘 해오던 것처럼 한다. 이런 기분은 아마도 착각일 것이다. 그러나 그게 편하다. 이것이 기초에 대한 부르바끼의 태도이다.” [54] Dieudonné, J.: *The Work of Nicholas Bourbaki, American Mathematical Monthly* 77, 1970, pp.134-145.

1959년 초 유럽경제협력기구(Organization for European Economic Cooperation; O.E.E.C.) 로야몽 연구회, 집합론을 기초로 하여 구조주의적인 수학교육으로 기초를 두려고 했다

1959년 로야몽 연구회의 최종권고안

“나라들마다 새로운 자료를 도입하고 전체학습과정을 조직하고 가능한 과정을 실험하는 개혁을 그들 나름대로 할 것이다.

새로운 생각에 자극된 모든 나라들이 가장 좋은 생각을 이용할 수 있도록 이런 과정들과 실험들의 결과들을 모든 나라들끼리 주고받게 하는 통로가 있어야 한다.

이런 과정들의 목표는 두 가지이다. :

첫째 대학공부를 더 잘 준비하도록 하는 것;

둘째 학생들이 일상생활에서 사용할 도구를 주는 것.” [1] Fehr, H.F.: *New Thinkings in School Mathematics*, O.E.E.C., Paris, 1961, pp.105.

1961년 디외돈네(Dieudonné)

“학교 수학의 새로운 생각(*New Thinking in Social²⁾ Mathematics*)” 학생들에게 기본공리로부터 시작하는 완전하게 연역적인 이론을 주자 [44] Fehr, H.F.: *New Thinkings in School*

1) 수학교수와 수학교육연구자와 수학교사를 통틀어서 교사라고 표현했다. - 글쓴이 생각

2) 참고문헌 [44]를 보면 *Social* 이 *School* 같다는 생각이 든다. 오타일 가능성이 높을 듯 한데 확인해봐야겠다. 그래서 번역은 학교수학이라고 했다. 그런데 한편 오타가 아니라고 해도 그럴 듯한 이해도 된다. 수학의 사회성을 강조했다고 이해하면 된다. - 옮긴이 생각

Mathematics, O.E.E.C., Paris, 1961, pp.31.

1961년 쇼피(Choquet)

“양의 정수의 집합 N 또는 그보다 좋은 정수의 집합 Z 에는 순서(order), 군(group), 환(ring) 같은 많은 구조들이 있고 그것들에는 전문적인 산술가들이 분명히 Z 라고 알게 되는 특별한 성질들이 있다. 우리들은 대수학의 중요한 개념들을 공부하게 할 수 있는 구조의 훌륭한 보기를 가지고 있다.” [45] Fehr, H.F.: *New Thinkings in School Mathematics*, O.E.E.C., Paris, 1961, pp.64.

1961년 세르베(Servais)

“전체 구성물은 기초부터 새로 건설되어야하고 현대적인 생각에 따라서 세워져야한다. 현대적인 생각은 대부분 집합론이다.” [46] Fehr, H.F.: *New Thinkings in School Mathematics*, O.E.E.C., Paris, 1961, pp.46. 구조를 증시한 교재 [47] Servais, W. et al: *Mathématique*, Labor, Bruxelles, 1968.

1961년 6월 12일 네덜란드, 수학교육과정의 현대화를 위한 위원회(Commission on the Modernization of the Mathematics Curriculum; C.M.L.W) 설치

위원회의 임무

1. 연구과제는 특정한 연구소의 지도아래 실험학급에서 검증되어야 한다. 그 과정에서 검사하고 수정해야 한다.
2. 중등학교 교사들에게 최근에 개발된 수학의 새로운 사실을 더 잘 알 수 있도록 하는 측정방법
3. 수학영재를 위한 과정에 관한 문제

1962년

Bers, Birkhoff, Courant, Coxeter, Kline, Morse, Pollak 그리고 Polya

[9] Ahlfors, L.V. et al: *On the mathematics curriculum of the High School*, Mathematics Teacher 55 (3), 1962, pp. 191-195.

Ahlfors, L.V. et al: *On the mathematics curriculum of the High School*, American Mathematical Monthly (3), 1962.

“수학자들은 무의식적으로 젊은이들은 모두 오늘날 수학자들이 좋아하는 것을 좋아해야만 하거나 재능을 신장시킬 가치가 있는 학생들은 오직 전문적인 수학자가 되려는 학생들이라고 생각하는 것 같다.”

“고등학교의 수학교육과정은 모든 학생들의 필요를 공급해주어야 한다. 수학교육과정은 일반적인 학생들의 문화적인 배경에 이바지해야 하고 수학을 미래에 사용하는데 전문적인 준비가 되도록 해야 한다.”

“수학을 안다는 것은 수학을 할 수 있다는 뜻이다. : 어느 정도 유창하게 수학적 언어를 이용할 수 있고 문제를 풀 수 있고 논증을 비판할 수 있고 증명을 찾을 수 있고 가장 중요한 활동은 주어진 확실한 상황에서 수학적 개념을 알아내거나 이끌어내는 것이다. 그러므로 확실한 사실에 대한 충분한 배경이 없이 새로운 개념을 도입하거나 통합한 경험이 없는 곳에서 통합개념을 도입하거나 학생들을 시험에 들게 할 명확한 응용성도 없이 도입한 개념을 되뇌는 것이 쓸모없는 것보다 더욱 나쁘다. 성숙되지 않는 형식화는 빈곤함으로 이끌 수 있다. 추상화를 너무 이르게 도입하는 것은 추상화를 받아들이기 전에 왜 그것이 관련이 있는 것인지 알고 싶어 하고 어떻게 그것을 이용할 수 있는지를 알고 싶어 하는 사람은 비판적인 정신으로 추상화를 반대하게 된다.”

“수학은 다른 과학들과 떨어져서는 관심과 동기를 일으키는 가장 중요한 원천들 중의 하나를 잃어버리게 된다.”

“분명한 상황으로부터 적절한 개념을 뽑아내는 것, 관찰한 사례들과 귀납적인 논증들과 유추로 하는 논증으로부터 일반화를 이끌어내는 것, 떠오르는 추측의 직관적인 근거들이 사고의 수학적인 방식이다.”

“개인의 정신적인 발달을 안내하는 가장 좋은 길은 인류의 정신적인 발달을 되풀이하는 것이다. - 인류가 남긴 깊은 획을 더듬어 조사하게 하는 것이다. 물론 수 천 개의 오류들은 되풀이하지 않고. (유전적인 원리).”

“우리들의 원리에 따라서 새로운 낱말과 개념들을 도입하는 것은 충분히 구체적으로 준비하여 해야 한다. 그리고 흐릿하고 초점 없는 자료가 아니라 진짜로 도전적인 응용물로 해야 한다. 만약 지적인 젊은이가 확실히 주의를 기울일 개념임을 깨닫기를 바란다면 새로운 개념을 일으키고 적용해야 한다.”

사람들은 이 비망록을 ‘현실적인’ 수학을 부르는 소리라고 할 것이다. - 사람이 현실세계에서 시작한다는 뜻에서 ‘현실적인’이라는 뜻이다.

비망록에 있는 많은 생각들을 수학 A에서 다시 볼 수 있다.

우리는 수학교육과정은 모든 학생들이 필요한 것을 주어야 한다는 점을 더욱 명확하게 되새기기를 바란다.

우선 일반적인 학생들의 문화적인 배경에 이바지해야 한다. 미래의 사용자들에게 전문적인 준비를 제공해야한다.

두 번째로 수학 A는 수학을 아는 것과 수학을 사용하는 것 사이의 틈을 이어주도록 해야 한다. [53] Lange Jzn, J. de: *Running: a math-science project*, in: Int. J. Math. Educ. Sci. Technol, vol. 12, no. 5, 1981, pp.571-577.

세 번째로 개념의 수학적화를 강조하는 것은 아주 중요하다. 개념의 수학적화란 구체적인 상황으로부터 적절한 개념을 뽑아내는 것이다.

그리고 끝으로 수학은 다른 과학들과 동떨어져서는 안 된다.

그러나 이런 ‘현실적인 수학교육’을 부르는 소리는 그 때는 헛일이었다.

그 다음해인 1963년에 빠삐(Papy)의 유명한(유명하지 않은) 책들이 나왔다. 집합론을 기초로 한 구조주의자의 접근으로 힘을 얻고 있었다.

1962년 베버만(Beberman)

“나는 우리들이 어떤 경우에는 학생들이 제기하지도 않는 질문에 답을 하려고 노력했고 학생들은 의문을 두지 않는 것을 해결하려고 노력했다고 생각합니다. 그러나 결과는 우리들은 우리들 자신의 질문에 답했고 어른이고 교사인 우리들 자신의 의문을 해결했습니다. 그러나 이것들은 학생들의 의문도 아니었고 질문도 아니었습니다.” [52] Beberman, E.G.: *University Symposium on Mathematics*, Ohio State Un., Nov. 1962.

1964년 베버만(Beberman)

교수학적인 원리가 무시되었다는 사실을 알게 되었다. 그는 (미국에서 그가 개발한) 새로운 교육

과정이 수학을 현실세계로 이어주는데 실패했다는 것을 인정했다. [51] Beberman, E.G.: *N.C.T.M. meeting*, Montreal, Dec. 1964.

1964년 물리학자 파인만(Feynman)은 형식주의 수학자에게 더 비판적인 특성을 덧붙였다.

파인만이 생각하기에 형식주의 수학자는 엄밀하나 미리 쓰여 있는 공리들로부터 시작하여 모든 결과들을 냉담하게 애써 만들어낸다. 파인만은 이것을 인간이 제거된 활동이라고 했다. 한편 상황에서 상황으로 섬세하고 창의적으로 뛰어넘어 다니고 언제나 밝고 짜릿한 한 줄기 빛으로 알려지지 않은 것을 꿰뚫는 물리학자가 있었다. [59] Feynman, R.: *Messenger Lectures*, Cornell, University, 1964.

1966년 펠릭스(Felix)

“수학적인 구조의 법칙은 논리적인 생각의 법칙이다. 이런 이유 때문에 고급수학의 앞쪽 단원에서는 미숙한 학교교사들이 학생들에게 다가가서 학생들이 생각하는 것을 배우도록 도와주기 위하여 주의력을 끄는 것이 무엇인지를 추상적인 형태로 설명한다.” [48] Felix, L.: *Modern Mathematics and the Teacher*, Cambridge Un. Press, 1966, pp.1-2.

1966년 C.M.L.W 1968년에 도입해야할 수학교육과정을 위한 권고안 펴냄

네덜란드 중등학교체계는 6년(또는 7년)과정의 초등학교 위에 있다. 낮은 단계의 중등교육은 3년에서 4년 동안 하고 높은 단계의 중등교육은 2년 동안 한다.

위원회가 활동을 시작했을 그 당시에 네덜란드의(대부분의 학교들에서) 높은 단계 중등교육은 A, B 두 과정으로 나뉘어 있었다. : A 과정은 인문, 사회과학 대학공부를 준비하는 과정이었다. B 과정은 자연과학, 의학, 공학 대학공부를 준비하는 과정이었다.

위원회에서 제안하기를 B과정의 수학은 수학 I(미적분학, 확률통계)은 필수과정으로 하기를 제안했다. 그 당시 B과정의 수학심화과정으로 수학 II(벡터대수학)가 있었다. A 과정의 수학은 과정종료 한 해 앞 년도에 주당 3시간을 하고 A 과정의 수학은 사회에서 이용하기 위하여 관련이 있는 주제로 구성해야한다고 제안했다.

로야몽 회의나 위원회에서는 똑같이 ‘사회와 관련 있는’ 과 ‘날마다 겪는 생활(일상생활)의 수학’을 언급했다는 사실이 주목할 일이다.

그러나 그 뒤에 위원회에서는 A과정에 대한 제안을 거두어들였다. 왜냐하면 상급중등교육에서 세 개의 서로 다른 수학교육과정을 할 만한 여유가 없었다. - 그 뒤 10여년을 두고 영향을 미칠 일에 대한 결정을 한 것이었다.

수학 I 은 필수과목인 B과정의 학생들뿐만 아니라 A과정 학생들도 아주 많이 공부하게 되었다. 실제로 대학들은 인문사회계열대학을 진학할 학생들이 계속 공부를 하는데 수학 I 이 필요하다고 주장했다. 그래서 수학 I 은 선택(학생선발-옮김이)의 도구가 되었다.

그래서 A과정의 많은 학생들이 수학 I 을 선택할 수밖에 없었다. 이 때문에 교사와 학생 모두에게 큰 문제거리가 되었다. 수학 I 은 A과정에 맞게 만들어진 것이 아니었다. : 수학 I 은 너무나도 이론적이었고 사회와의 관련성이 부족했다. 심지어는 통계영역에서조차도 사회와의 관련성이 부족했다.- 적절한 응용이 전혀 없었다.

1967년 라카토스(Lakatos)는 특히나 그가 쓴 책 *증명과 반박들(Proof and Refutations)*에서 정형화

된 수학과 디외돈네를 공격했다. [56] Lakatos, I: *A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics?*, in Lakatos, I. (ed.): *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Amsterdam, North Holland, 1967, pp.196-203.

라카토스는 정형적이지 않은 수학도 역시 수학이라고 지적했다. 정형적이지 않은 수학은 포퍼(Popper)의 뜻에서 과학이다. 정형적이지 않은 수학은 이어지는 비판과 이론의 섬세화와 새롭고 경험하는 이론들의 진보로 성장한다.

라카토스는 형식주의(디외돈네)가 수학의 철학으로부터 수학의 역사를 잘라낸다고 했다.

“형식주의는 수학이라고 공통적으로 이해되는 것의 대부분에서 수학의 지위를 부정한다. 그리고 수학의 성장에 관해서는 말할 줄 모른다.”

1971년

많은 연구들을 수행해야 했기 때문에 수학교육과정의 현대화를 위한 위원회(C.M.L.W)에는 연구소가 필요하게 되었다. 1971년부터 프로이덴탈 교수의 지도아래 수학교육개발을 위한 연구소(the Institute for the Development of Mathematics Education (I.O.W.O.))를 만들었다.

1972년 톰³⁾(Thom)

“그들-부르바키 사람들-은 연구를 위한 이상적인 도제과정의 영역을 내다버렸다. 유클리드기하학은 끊임없는 수련물이고 집합과 논리의 일반성을 대체한다. 다시 말하자면 집합이나 논리의 일반성은 꽤 빈약하고 공허하고 교수에 지장이 된다. 현대(구조)주의자들이 공리학에 두는 강조는 교수학적인 생략일 뿐만 아니라 -너무나도 명백하다.- 정확히 수학적인 것이다.” [50] Thom, R.: *Modern Mathematics: Does it exist?*, in: Howson, A.G. ed., *Developments in Mathematical Education*, Cambridge, 1973, pp.194-209.

중등학교실험연구에 사용한 프레덴두인(Vredenduin)⁴⁾의 기하학 책에 대한 평가

“아름다운 구조이다. 그러나 그런 생각을 함께 한 학생이 한 사람이라도 있다고 생각하지는 않는다.” [49] Goffree, F.: *Ik was wiskunde leraar*, SLO, Enschede, 1985, pp.137-187.

1973년 프로이덴탈은 브로우베르(Brouwer)가 수학에 대해 가졌던 시각 - 구성주의 또는 직관주의적 관점 - 에 영향을 받은 수학자이기 때문에 다음과 같은 구호를 말했다.

“수학은 인류의 활동이다.” [61] Freudenthal, H.: *Mathematics as an Educational Task*, Reidel, Dordrecht, 1973.

3) 이것은 잘못 적은 글이 아닙니다. 불어 발음이 그렇습니다. 르네 톰(René Thom, 1923-2002)입니다. 불연속적 사상(事象)(catastrophe theory에서 다루어지는) 이론으로 유명합니다.

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Thom.html> 참고.

4) 저작물

P G J Vredenduin, Gleanings from the history of the negative number (Dutch), *Euclides (Groningen)* 61 (10) (1985/86), 331-337. (<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/References/Hankel.html>)

P G J Vredenduin, Aristotle's analysis of the continuum (Dutch), *Euclides (Groningen)* 36 (1960/1961), 1-6. (<http://www-gap-system.org/~history/References/Aristotle.html>)

프로이덴탈은 수학이 미리 만들어진 생산물로 학생들에게 주어지는는 절대 안 된다고 했다. 미리 만들어진 ‘인간이 제거된’ 수학의 반대는 태어나는 자리(statu nascendi)에 있는 인간이 있는 수학이다. 학생은 수학을 다시 창안해야한다. 프로이덴탈이 말하는 재발명(다시 창안함 - 옮긴이 설명)을 발견 또는 재발견이라고 설명한다. 프로이덴탈이 수학을 가르치는데 구조주의자의 시각을 버리는 것은 전혀 놀랍지 않은 일일 것이다. 그는 현대주의자의 관점을 다음과 같이 간단하게 설명한다. : 수학을 분석해본 결과 수학이 연역적인 구조를 가졌다는 것을 알았다면 수학은 그 구조를 따라서 채워져야 하고 더 정확하게 말하자면 교사나 교재 집필자들이 믿고 있는 특별하게 연역적인 체계에 따라서 채워져야 한다.

이것은 - 프로이덴탈이 했던 말로는 -교수학에 반대되는 거꾸로 된 것이다. 가장 뛰어난 교수학적인 요소인 주제의 분석이 빠져있다. 학생은 분석된 결과와 만나게 되고 분석된 것들을 모은 결과를 아는 사람으로 교사를 보게 될 것이다.

1973년 4월에 위원회는 ‘특별과제를 위한 부속위원회(Subcommission for Special Subjects)’를 세웠고 뒷날 ‘상급중등(고등)학교 위원회(Upper Secondary Commission)’라고 불렀다.

1973년 7월에 실제로 이 부속위원회는 첫 과제로 위의 문제점들을 연구하는 것으로 결정했다.

1973년 12월에 첫 보고서를 펴냈다. [2] C.M.L.W.: Interim Rapport Subcommissie Bovenbouw; 1973.

4년 뒤 수학 I 과 수학 II의 경험을 토대로 “구조와 내용에 보다 큰 변화를 주는 것이 불가피하다.”는 결론을 내렸다.

변화를 주어야 할 일은 매우 긴급한 것이라고 결론을 내렸다.

변화를 주어야 할 일로 제안했던 것은:

- 수학 II 없애기
- ‘확률통계’대신 ‘삼차원도형의 기하학’으로 바꾸며 수학 B과정 만들기
- 사회과학과 경제학 공부를 할 학생들을 위한 새로운 과정인 수학 A과정 만들기

새로운 수학 A과정에는 수학적 내용과 함께 응용을 섞어서 짜 넣어야 한다고 제안했다. 만일 수학내용이 필요하더라도 ‘수학적인 구조에 대한 개념’은 덜 강조되어야 한다고 제안했다. 부속위원회는 이러한 제안들로 로야몽 세미나의 조그은 ‘부르바키학과의 주장 같은’ 제안에 대하여 짙막하게 참회(shrift ; 고해성사-옮긴이)를 했다.

부속위원회의 보고서가 출판된 같은 달에 또 다른 중요한 일이 일어났다. : ‘수학 I 과 사회과학을 연구하는 단체’가 설립되었다. 이 연구 단체는 ‘고등(대학)교육위원회’에서 사회과학을 연구하기를 원하는 학생들이 수학 I 을 의무적으로 이수하도록 하라는 권고를 내었을 때 이 때문에 제기되는 문제점을 붙잡고 논쟁할 과업을 맡았다. ; 그리고 수학적 기초지식은 거의 없지만 그럼에도 불구하고 (사회과학 전문학교에서) 사회과학공부를 하기에 적극적인 학생들이 무엇을 할 것인가에 관한 연구도 했다.

1974년 3월에 이 연구단체는 첫 보고서를 출판했다. [3] Molenaar, W.: Schets van een wiskundeprogramma als basis voor één van de Sociale Wetenschappen, R.U. Groningen, 1974.

처음에는 학력이 모자라는 학생들의 문제를 어떻게 해결할 것인가에 관하여 대학에 권고하는 안이었다.

보고서에서 이르기까지 이 권고로는 겨우 현재 존재하는 격차를 메울 수 있고 구조의 더 많은 변화가 있어야 한다고 했다.

1975년 6월에 두 번째 보고서가 나왔다. [4] Molenaar, W.: Schets van een wiskundeprogramma als basis voor één van de Sociale Wetenschappen, R.U. Groningen, 1975.

보고서의 첫머리부터 새로운 수학교육과정이 필요하다고 결론 내렸다.

이 과정은 수학을 도구로 쓰는 학생들에게 알맞아야 한다고 했다. 응용의 역할을 강조해야 한다고 했다. 그리고 부속위원회의 보고서와 같이 연구단체는 수학의 독보적인 지위를 약하게 한다고 해서 정형화되고 추상적인 수학을 하고 싶어하지 않는 학생들이 수학에 관심을 가지는데 확실히 아무런 해도 끼치지 않는다는 점을 강조했다.

이 보고서를 펴내고 곧 바로 부속위원회는 네덜란드 수학교사회 학회지(the Journal of the Dutch Association of Teachers of Mathematics (Euclides))에 두 번째 보고서를 실었다. 이것은 연구단체(Working Group)의 연구를 기반으로 했다. [5] Lint, H. van: Rapportage vanuit de Subcommissie Bovenbouw, Euclides 10, 1974-75.

이 보고서는 첫 번째 보고서와 연구단체의 보고서들과 그다지 다르지 않았다.

그러나 교육부는 이런 보고서들에 반응하지 않았다. 다른 활동들에 대해서도 그랬다.

많은 연구들을 수행해야 했기 때문에 수학교육과정의 현대화를 위한 위원회(C.M.L.W)에서는 연구소가 필요하게 되었다. 1971년부터 프로이텐탈 교수의 지도아래 수학교육개발을 위한 연구소(the Institute for the Development of Mathematics Education (I.O.W.O.))를 만들었다.

I.O.W.O.는 보고서에 따라서 새로운 수학 A와 수학 B 과정을 만들 계획을 준비하고 있었다.

1976년 힐튼(Hilton)은 이런 모습이 좋은 수학자의 모습이라고 말했다. 그가 생각하기에 공리적인 방법은 뚜렷한 도구로 교육과정에서 (애써 만드는 것이 아니라 - 옮긴이 설명) 늦게 (이런 저런 공부 부를 하다 보니 - 옮긴이 설명) 일어나는 것이 되어야 한다. 그는 또한 수학구조 그 자체를 공부하는 것을 거부했다. :

“우리는 현실세계를 논리적으로 생각해야한다.” [60] Hilton, P.: *Education in Mathematics and Science Today: The Spread of False Dichotomies*, in: I.C.M.E. 3 Proceedings, Karlsruhe 1976, pp.75-97.

1977년 8월에 수학 A 과정을 위하여 두 학교에서 시작할 실험과

1979년 8월에 수학 B 과정을 위하여 같은 두 학교에서 시작할 실험을

1975년 말에 제안했다. [6] I.O.W.O.: A/B Rapport, I.O.W.O., Utrecht, 1975.

1978년 5월에 이런 노력의 결과로 교육부에서 '수학 I 과 수학 II 교체를 위한 연구회(Working Group on Reshuffling Mathematics I and II)'를 만들었다. 이 연구회를 HEWET 위원회라고 부른다. 네덜란드어로 *Herverkaveling Eindexamenprogramma's Wiskunde Een en Twee* 의 첫 글자들을 따온 것이다. (뜻은 '수학교육과정 최종계획 재분할 하나 그리고 둘'-옮긴이 풀이)

그 임무는 다음과 같다. :

- 대학교에서 각각의 수련과정에 필요한 수학을 연구하기.
- 수학교과 최종시험과정을 위하여 위의 수련과정의 결과를 연구하기.
- H.A.V.O.⁵⁾ 과정을 위한 결과를 연구하기.
- 현직교사연수의 바람직스러움을 권고하기.
- 새로운 과정들을 도입해야할 연도에 관하여 권고하기.

설치안의 문구에는 앞서 언급한 보고서를 전혀 참조하지 않았으며 실험연구의 가능성과 바람직스러움을 말하지도 않았다.

1979년 2월에 HEWET 위원회는 첫 보고서를 펴냈다. [9] *Interim Rapport Herverkaveling Eindexamenprogramma's Wiskunde Eén en Twee*, Staatsuitgeverij, Den Haag, 1979.

위원회는 이 보고서를 모든 학교와 '대학 평의회'에 보냈고 관심있는 정당에도 보냈다.

그 보고서는 다음과 같이 이루어져 있었다.

· 두 개의 새로운 과정을 도입할 것을 청원 : 수학 A와 수학 B, 부속위원회의 보고서에서 권고하는 안에 따라서.

- 수학 A 와 수학 B 의 주제들의 목록

수학 A :

- 응용 선형대수학
- 응용 미적분학
- 확률과 통계
- 자동적인 자료처리

수학 B :

- 미적분학
- 삼차원 도형의 기하학
- 새로운 두 과정 모두에 대한 자세한 묘사.
- 셋, 열, 사십 학교에서 할 실험연구계획.

5) V.W.O. = Voorbereidend Wetenschappelijk Onderwijs

뜻 : 대학교 직전 중등교육 (7단계부터 12단계)

H.A.V.O. = Hoger Algemeen Voortgezet Onderwijs

뜻 : 전문학교 직전 중등교육 ; 이 교육은 학교를 따로 하여 7단계부터 11단계까지 한다.

- 현직교사연수를 위한 계획.
- 수학 A 와 수학 B를 대학교에서 필요한 공부로 연결하는 제안.
- 그 동안 있어온 교육과정을 수학 A 와 수학 B 과정으로 조정하는 제안.

이 보고서에 대하여 학교, 교사, 대학교육위원회, 또 다른 단체들에서 120건의 인쇄물로 반응을 내었다.

그 반응들 중 90% 넘게 긍정적이었다.

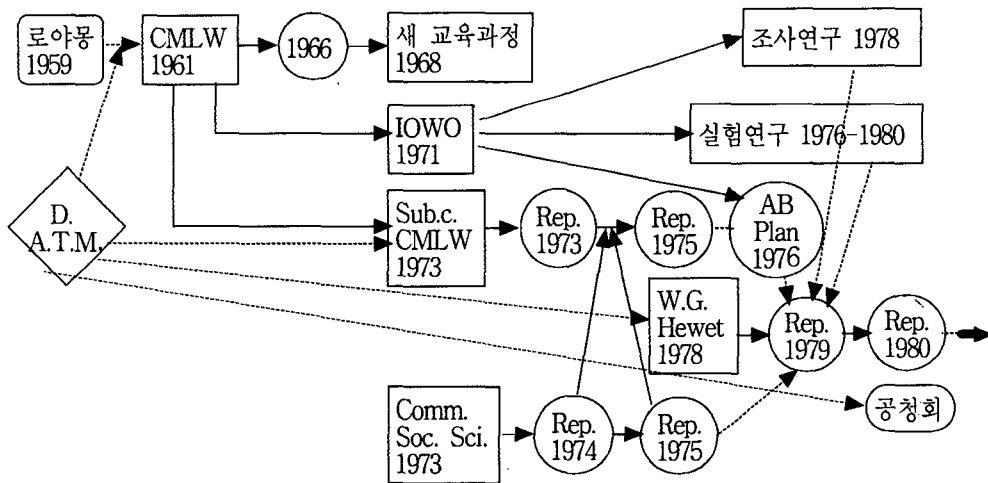
또 네덜란드 수학교사회가 주최하여 수학교사들의 공청회도 세 번 열었다.

많은 제안들이 나왔고

1980년 2월에 최종 보고서로 정리되었다. [10] *Rapport Herverkaveling Eindexamenprogramma's Wiskunde Eén en Twee*, Staatsuitgeverij, Den Haag, 1980.

보고서 출판과 함께 HEWET 위원회는 활동을 마쳤다. 그 다음의 일은 교육부의 몫이었다.

다음은 헤베트 사업으로 이끌어진 개발들을 요약해주는 그림이다. <그림 I.1>



<그림 I.1> 헤베트 사업 직전 기간 : 로야몽으로부터 헤베트까지

2년 뒤에 두 학교로만 시작했던 현장실험연구는

1980년 8월에는 더 많은 학교들이

1981년에는 그보다 많은 학교들이 실험대상이 되었다.

I.O.W.O.가 수행한 다른 활동은 (높은 단계가 있는 중등학교 450개교 중에서) 수학 I을 선택해야만 했던 'A-과정의 학생'이 있는 학교들이 부닥치게 되었던 문제들에 관한 조사연구였다. 그 학교들 중에서 50% 쯤이 조사연구에 응했고 백 개가 넘는 학교들은 그 문제들에 대응하는 조치를 취했다. 대부분의 경우 A과정학생들에게 보충학습을 시켰다. 1966년에 C.M.L.W.가 가지고 있던 특별한 수학 A과정과 같은 개발들이 있었다. 그 중에서 우리는 암스테르담 지역 고등학교들과 암스테르담 대학교

사이에 계약이 체결되었던 사업에 관하여 말하겠다. 이 계약은 고등학교에서 학생들이 특별한 수학A 과정을 이수하는 조건으로 사회과학부에 입학할 것을 허가하는 것이었다. [7] Lange Jzn, J. de: *Komt er dan toch nog Wiskunde-A op het V.W.O.?*, Wiskrant 12, 1978, p. 16.

I.O.W.O.가 수행한 세 번째 활동은 나중에 ‘현실적인’ 접근이라고 설명하는 I.O.W.O.의 철학을 실행에 옮기는 10단계⁶⁾(중등학교 ; 16세 학생)에 이용할 학습자료를 개발한 것이다.(II.3.1을 보라.) 이 활동은 수학A와 수학B로 이끄는 실험을 제안했던 I.O.W.O.의 안이 선구가 되었다. [8] Lange Jzn, J. de: *Funkties van twee variabelen*, I.O.W.O., Utrecht, 1978. Lange Jzn, J. de: *Exponenten en Logaritmen*, I.O.W.O., Utrecht, 1979. Kindt, M.: *Differentiëren*, I.O.W.O., Utrecht, 1979.

1981년 초에 교육부는 헤베트 사업을 시작하는데 ‘청신호’를 보였다.

학교들에 관해서는 사업의 기초가 되는 데 중요한 두 가지 대들보가 있었다.

- 실험학교
- 현직교사연수

사업의 조직도 두 대들보 위에 있었다. 두 가지가 사업의 두 축이었다.

헤베트 팀은 헤베트 자문위원회로부터 지원을 받고 권고를 받고 상담을 받고 지휘를 받았다.

헤베트 팀은 앞선 I.O.W.O.의 공동협력자들로 이루어졌다.

1980년 12월 31일에 I.O.W.O.는 정치적인 이유 때문에 그 활동을 멈추어야만 했다.

1981년 1월 1일 그러나 그 활동의 일부는 위트레히트 대학교에서 만든 ‘수학교육과 컴퓨터교육센터’를 연구하는 단체(Research Group on Mathematics Education and Educational Computer Centre’ (OW & OC)가 계속했다.

그 팀은 OW & OC에서 활동했고 과학연구원 두 세 사람과 비서 한 사람으로 이루어졌다.⁷⁾

그 팀의 일은 사업을 수행하여 1985년 8월에 도입하는 새로운 교육과정을 이끄는 것이었다.

자문위원회⁸⁾는 1981년 4월에 설치되었고 그 임무는 다음과 같았다. :

6) 실험연구를 시작했을 때 네덜란드의 초등교육은 6세에 시작하여 대개는 12세에 끝났다.

중등교육은 4년, 5년 또는 6년으로 되어 있다. 1단계, 2단계, ... , 6단계으로 부른다.

이 책에서는 통일된 단계를 사용한다.

1단계 중등교육 = 7단계(12세 학생들)

4단계 중등교육 = 10단계(15/16세 학생들)

헤베트 사업은 10단계부터 12단계에 관한 것이다. : 중등교육의 마지막 3년에 관한 사업이다.

7) 팀원들: Martin Kindt, Jan de Lange

Ellen Hanepen이 조직과 행정 문제에 관하여 지원을 했다.

초기에는 Guus Vonk가 교육과정 중에 자동화된 자료처리에 대하여 지원을 했다. 그는 나중에 Heleen Verhage로 교체되었다. 그는 처음에는 소프트웨어 개발에 참여했다.

8) 자문위원들:

F. van der Blij, W.E. de Jong, J. van Dormolen, J. van Lint, W. Molenaar, W.C. Riel, R. Ouwerkerk-Dijkers. W.E. de Jong은 B.J. Westerhof 로 교체되었다.

- 실험연구에 어떤 학교가 참여해야하는가에 대하여 장관에게 권고하기
- 실험연구와 교사연수에 관하여 연구팀에게 권고하기
- 교사연수를 조직하는 것에 관하여 장관에게 권고하기

그 위원회는 일 년에 네 번 꼴로 모였고 중등교육, 고등교육, 장학사, 교육부를 대표하는 일곱 사람으로 이루어졌다.

첫 해 1981년부터 1982년까지

1981년 8월에 시작된 두 학교의 실험연구는 11단계를 대상으로 했다.⁹⁾

이 실험연구는 12단계로 이어졌고 1983년 5월에 시행된 평가로 마무리되었다.

1981년 1월에 연구팀은 1981년 8월부터 첫 번째 실험연구 두 학교에서 사용할 학생용 자료를 개발하기 시작했다. I.O.W.O. 시기에 연구팀원들은 수학 A와 비슷한 자료로 실험연구를 했다. <그림 I.1>을 보라.) 그럼에도 불구하고 헤베트 사업 실험 연구 자료들은 I.O.W.O.의 자료들과는 다른 길로 발전해야 했다. 실제로 I.O.W.O. 철학을 잘 알지 못 하는 교사들이 그 자료들을 이용할 것이었다.

두 학교는 연구팀에서 골랐다. 가장 큰 기준은 팀원들 중에서 그 학교에 대해서 잘 아는 것이었다.

한 학교는 전형적인 도시학교였다.(Haarlem) 다른 학교는 시골학교였다.(Zevenaar)

실험연구교재개발은 시간이 아주 많이 드는 일이었다. 그 교재를 써야할 날을 하루 앞두고 교재를 완성하는 일이 자주 벌어졌다. 팀원 한 사람은 Haarlem의 학교 수업을 참관했다. 다른 한 사람은 Zevenaar의 학교 수업을 참관했다. 그 두 사람들은 어느 수준까지 다다를 수 있는지 어느 수준이 바람직한지 자료들에는 어떤 변화를 주어야 할지를 알기 위하여 교실관찰을 했고 학생들과 교사들을 만나서 대화를 나누었다.

교사들과 함께 첫 번째 시간제한 필기시험을 계획했다. 이 때 수학 A의 평가와 관련된 문제들이 분명해졌다. 결국에는 이 연구에서 결정적인 것이 되었다.

실험연구와 관찰은 이어지는 논문들로 나왔다. 주로 수학교사들을 위한 것이었고 상담가들, 교사를 교육하는 사람들과 다른 사람들을 위한 것이기도 했다. [11] Lange Jzn, J. de: *Wiskunde A van start*, Nieuwe Wiskrant 1,1 1981, pp.12-16. Lange Jzn, J. de: *Matrices en de Stille Zuidzee*, Nieuwe Wiskrant 1,2 1981, pp.3-8. Kindt, M.: *Een sprookje wordt werkelijkheid*, Nieuwe Wiskrant 1,3 1982, pp.43-47. Lange Jzn, J. de and Verhage, H.B.: *Kritisch kijken*, Nieuwe Wiskrant 1,4 1982, pp.19-28.

기본구조를 그림으로 보여주었듯이 열 군데의 실험연구학교의 교사들을 위한 연수과정을 했다. 연구팀원이 교육을 했지만 때때로 첫 번째 실험연구학교 두 곳의 교사들과 학생들로부터 도움을 받아서 했다.

마지막 해에 B.J. Westerhof은 W. Kleijne 로 교체되었다.

9) 두 학교는 :

Lorentz Scholen Gemeenschap, Haarlem;
Liemers College, Zevenaar.

첫 연수과정에서 토론이 되었던 점들은 이렇다.

- 학교에서는 부모들에게 어떻게 알려 주는가
- 10단계의 결과들
- 학생자료들로부터 'capita selecta'에 관하여 연구하기
- 두 학교로부터 나온 경험에 대하여 토론하기
- 수학적인 배경 정보
- 성취도 평가를 어떻게 할 것인가?
- 컴퓨터의 이용

40개 학교를 위한 교사연수과정은 위트레히트 대학교의 교사연수요원이 했다. 이들 교사연수요원들은 헤베트 팀과 함께 첫 연수과정에 참여했고 교사연수과정을 개발하는 일에도 참여했다. 과정은 하나하나씩 한 번에 세 시간짜리로 16번으로 이루어졌다.

첫 연수과정에서 새로운 문제가 생겼다. : 교사들 대부분이 연수프로그램이 '헤베트와 같은' 방식으로 '조정'되어야 한다고 했다.

어떤 교사들은 벌써 I.O.W.O출판물을 이용하고 있었다. 그러나 더 많은 자료들이 필요하다는 것이 분명해졌다. 연구팀은 작은 책자를 더 개발하여 이 문제를 해결하기로 결정했다. 12개 학교에서 원한다면 그 학교들에서만 10단계에 '헤베트와 같은' 자료들을 사용할 수 있었다. 7개교에서는 이 자료들을 모두 사용했다. 그러나 다른 학교에서는 하나 또는 몇 가지만 사용했다.

자문위원회에서는 관심을 보인 여러 학교들 중에서 교사연수과정에 참여하는 10개교를 골랐다. 고른 기준은 지리적인 분포, 학교크기에 따른 분포, 종파(신교파, 구교파, 무종파, 국립)에 따른 분포였다.

40개교를 뽑을 때는 실험연구에 참여해달라는 공식적인 초청장을 모든 학교에 보냈다. 120개교가 지원을 했고 자문위원회에서 40개교를 가려 뽑았다. 그 학교들을 뽑을 때는 앞서 말한 기준으로 했다. 1982년 5월에 자문위원회는 교육부에 제안을 했다. 교육부는 이 학교들을 받아들였고 1983년 3월에 출판하여 널리 알렸다. [12] Nieuwe Wiskrant 24 1983, pp.34.

두 번째 해

두 학교의 12단계를 위한 실험연구자료를 개발하면서 10개교 교사들을 위한 연수과정을 계속했다. 이 때 있었던 새로운 측면은 : 학교자체시험과 국가수준의 최종시험을 계획하고 교육과정의 자동화된 자료처리분야의 관점에서 소프트웨어를 개발했다.

이 시기에는 교사들과 학생들뿐만 아니라 연구팀원들도 시간제한이 주어진 평가를 받았다. : 학교내 평가는 두 세 시간에 걸친 시험을 3회 실시했다. 국가수준의 최종평가도 지필평가였다.

두 학교의 11단계 자료들은 새로 집필되었고 되새겼고 조정되었다.

새로운 측면으로 정보의 보급이 추가되었다. : 교재 집필자에게 정보를 알리는 일. 새로운 교육과정이 효력을 가지게 되는 때인 1985년 8월 이전에 교재 집필자들이 자신들의 책을 쓸 때 헤베트 실

힘자료들로부터 영감을 얻는 원천이 되도록 하는 것이 정보제공의 의도였다. 교재집필자들은 헤베트 연구팀원들과 여러 문제들을 토론하는 자리에 초청되었다.

토론되었던 것 중의 하나는 수학 B과정인 '구체물의 기하학(Solid Geometry)'의 내용이었다. 공식적으로 실험연구는 수학 A과정에 국한되었다. 그러나 작은 규모의 실험연구로 수학 II 수업의 부분을 수행했다. '구체물의 기하학(Solid Geometry)'이 큰 관심을 얻지 못 하는 것 때문에 다음 단계에서 어려운 문제들이 일어났다. 이 문제점들은 자문위원회, 연구팀, 장학사들이 교재집필팀과 긴밀한 협력아래 토론을 거치면서 해결했다.

두 번째 해의 가장 중요한 부분은 1983년 5월에 했던 두 학교에 대한 첫 평가¹⁰⁾와 그 평가를 받은 학생들과 10개교 교사들 사이의 토론이었다.

평가에 놀랄만하 일이 있었던 것은 아니었지만 평가와 관하여 교사들과 연구팀의 관심사는 분명해졌다. ; 결과는 만족스러웠다. 학생들과 교사들 사이의 토론은 III.1.2에 적을 것이다.

두 학교에서 실험연구를 계속하는 동안 1983년 8월에 열 개의 학교가 더 참여하게 되었다.

세 번째 해

세 번째 해는 10개교가 새로운 교육과정인 수학 A와 수학 B의 실험연구에 참여했기 때문에 중요했다. 연구팀원들은 도저히 그 많은 학교들을 방문할 수는 없었지만 학교에서 진행하고 있는 상황에 대하여 토론하기 위하여 교사들과 자주 긴밀한 연락을 주고받았다.

정보는 여러 측면으로 수집되었다. :

- 새로운 과정에 참여하는 학생 수
- 너무 지나치지 않게 하기 위하여 다양한 소재자에 쏟는 시간
- 시간제한 지필평가

위에서 말한 시간제한 지필평가에 관한 조사로부터 적절한 평가를 설계하는 문제에 대한 대책이 나왔다. 그러나 곧 이것이 우리 연구의 시작점이었다는 것이 분명해졌다. :

“수학 A의 목표는 무엇인가? 성취도 평가로 바라는 결과는 무엇인가?”

결과는 선택형 과제를 계획했고 실험연구에서는 논문과제, 집에서 해오는 과제, 구술시험을 했다.

헤베트와 평가에 관한 출판물이 1984년 1월에 처음으로 나왔다. [13] Lange Jzn, J. de (ed.): *Hewet en Toets, OW en OC*, Utrecht, 1984.

연구팀에는 교사들이 참여하여 실험연구에 관한 논문을 펴내기는 했지만 많은 교사들이 새로운 과정과 그 영향력에 대해서 충분히 정보를 제공받지 못 하고 있다고 느끼는 것으로 밝혀졌다. [14] Verhage, H.B.: *Ruimtelijk inzicht, een verwaarloosd gebied?*, Nieuwe Wiskrant 2,1 1982, pp.22-28. Kindt, M.: *Das is wat ik me van wiskund 2 had voorgesteld ...*, Nieuwe Wiskrant 2,1

10) 국가적인 평가를 말한다. 모든 학생들이 같은 날 같은 평가를 받았다. 이 평가는 두 학교의 학생들만 받았다. 나중에 12개교 그 다음에는 52개교 그리고 1987년부터는 모든 학교들이 국가적인 평가를 받았다.

1982, pp.37-41. (이하 13가지 문헌 생략 - 옮긴이 설명)

이런 까닭으로 자문위원회의 지원을 받아서 연구팀은 8개 지역에서 정보를 제공하는 회의를 열었다. 그 회의는 오후-학교수업 후-에 열렸고 800명이 넘는 교사들이 참석했다. 그 뒤에도 교사들은 불편하다고 느꼈고 그때까지 제공받은 정보와 지원에 만족하지 않는 것으로 보였다.

현직교사연수는 대학교의 교사연수강사들이 아홉 개 과정을 나란히 진행했다. 앞서 말했듯이 여러 경우 이 교사들은 첫 번째 교사연수에 참석했고 연구팀과 이 과정들에 대한 토론을 하기 위하여 만났다. 연구팀원과 첫 번째 열두 학교의 교사들은 모두 교사연수과정에 발표자로 초대되었고 40개교의 교사들에 초점을 맞추고 발표했다.

이 시기에 실험연구자료를 조정하고 새로 쓸 수 있는 마지막 기회가 있었다.

이 시기에 만들어진 구조적인 변화들 중에서 말을 하자면 :

- 수학적인 관점으로부터 무엇을 배워야하는지를 명확하게 하기 위하여 요약을 더 했다.
- 연습문제를 더 만들었다.

1984년 5월에 두 학교의 학생들에게 두 번째 시험을 치렀다. 집필자들이 금방 질을 높혔음에도 불구하고 그 결과는 만족스러워 보였다. 몇 가지 요인이 시험의 실패에 영향을 주었다. : 너무 많았다. 너무 어려웠다. 분명하지 않았다. 몇 가지 소재는 매우 정형적이었다.-그래서 A과정을 배운 학생들에게 알맞지 않았다. 분명히 그 시험의 설계는 만족스럽지 않았다. 다시 한 번 더 성취도평가의 문제가 뚜렷해졌다. : 연구팀은 시간제한 최종 지필평가의 제한사항과 중앙고사위원회(Central Exam Commission)의 관점이 연구팀과 다른 때문에 혼란스러웠다.

몇 해(실험연구기간) 동안 헤베트팀과 중앙고사위원회의 다른 관점 사이의 긴장이 계속되었다. : 해석, 반성, 창의성과 같은 높은 수준의 목표를 측정하는 문항들은 평가에서 빠지게 되었고 다음과 같은 문항으로 바뀌었다. :

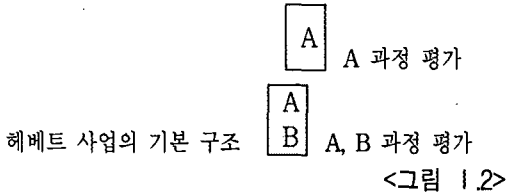
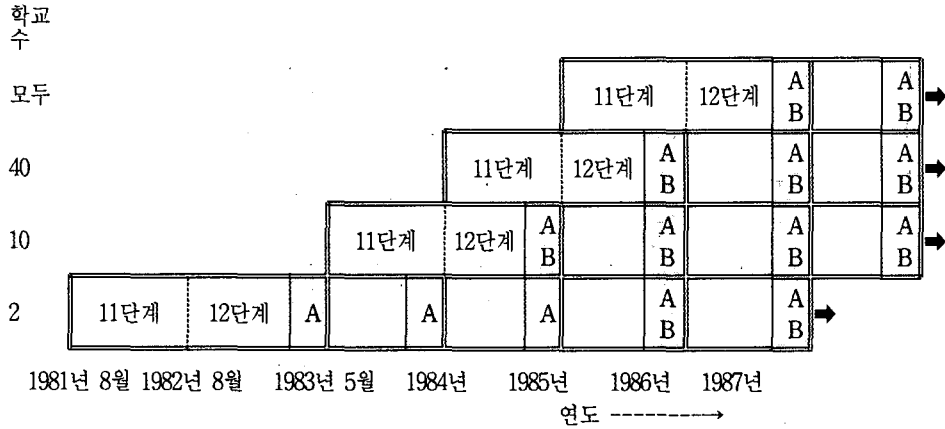
“계산하시오, 얼마나 큰지”와 같이.

1985년 5월 이 들 열 두 학교가 평가를 받았다. 이 평가는 새로운 수학 A 교육과정에만 관련된 것이었다.

1984년 8월 40개의 학교가 더 참여했다. 이때부터 수학 A와 B 과정 모두에 관련된 것이 되었다.

계획한 대로 1985년 8월에 새로운 과정은 모든 학교에 도입되었다.

그래서 아래 그림과 같이 설명할 수 있다. <그림 1.2>



현직교사연수과정을 위하여 핵심적으로 고려해야할 효과적인 두 가지 점이 있다. :

- 교사들이 새로운 교육과정을 실제로 하기 전에 교사들을 가능한 많이 교육해야 한다.
- 실험연구학교들로부터 얻어지는 경험들에 많은 관심을 쏟아야한다.

이로부터 다음과 같은 구조를 만들었다. :

· 처음 두 학교의 교사들은 선행연수가 없었다. 그러나 연구팀은 두 학교의 거의 모든 수업을 참관했다.

· 첫 두 학교의 경험을 이용하여 두 번째 열 개의 학교의 교사들에게 1981년부터 1982년까지 교육을 해야만 했다. 이 교육과정은 연구팀이 만들었다.

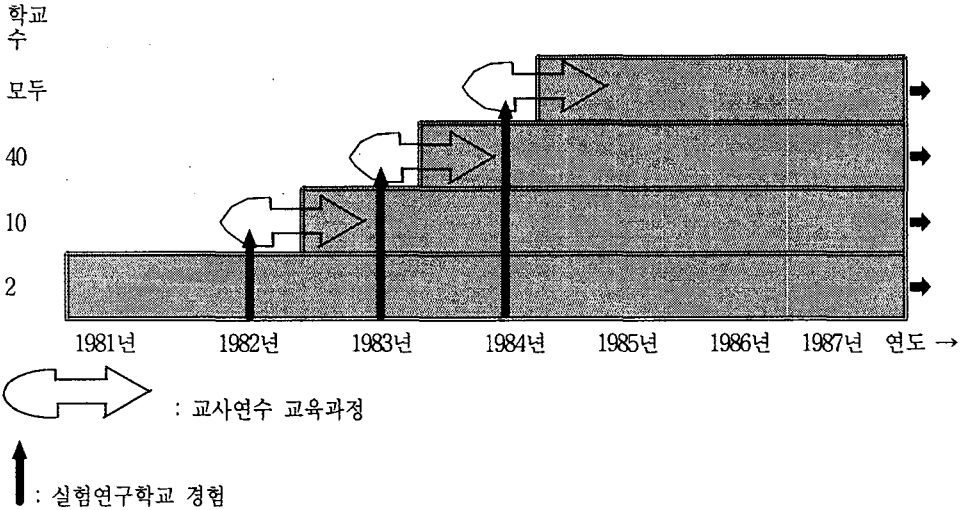
교사교육을 맡은 교사들이 나중에 할 교육을 준비하기 위하여 이 교육과정에 참석했다.

· 두 번째 열 개의 학교의 경험을 이용하여 40개 학교의 교사들에게 1982년부터 1983년까지 교육 해야만 했다.

이 교육과정은 교사교육을 맡은 교사들이 했다.

· 1983년부터 1984년까지 큰 무게를 두고 1983년부터 나머지 학교들의 교사들을 교육해야만 했다.

이 과정을 다음과 같은 그림으로 이해할 수 있다. <그림 1.3>



<그림 1.3>

네 번째 해 1984-1985

연구팀은 두 번째 실험연구학교였던 10개교의 수업을 방문하여 보지는 않았지만 연구팀에서 10개교 교사들에게 실시한 연수과정을 빌어서 상당히 심도 깊은 대화를 나누었다. 그 대화의 자리는 평가기간동안 두 번의 모임으로 이어졌다.

40개교에 관한 일들은 완전하게 달랐다. 연구팀과 교사들이 직접 만나서 대화하는 일은 없어지게 되었다. 연구팀원들에게 전화를 거는 일이 전부였고 꽤 자주 그런 기회가 있었다. 그러나 40개교의 구조적인 성격을 더 알아내지는 못 했다. 연구팀에서는 40개교의 교사들에게 더 관심을 기울여야 한다는 점이 점점 더 분명해졌다.

1985년 2월에 52개교의 교사들을 위한 하루와 반일 협의회를 여는 결정을 했다.

이 협의회에서 교사들에게 상당한 지원을 했다. : 교사들은 경험들을 토론하고 특정한 문제들을 어떻게 푸는가에 대한 생각들을 주고받고 성취도 평가의 문제들에 관하여 배우는 풍부한 기회를 가졌다. 교사들의 요구를 따라서 1985년 말에 협의회를 또 열었다.

선택형과제의 개발을 이 협의회에서 토론했다. - 이른바 두 단계 과제(two-stage task)에 대하여 특별히 더 토론했다.

선택형 과제는 많은 교사들이 좋아했다. 특별히 그런 평가과제들을 바로 이용할 수 있도록 준비되어 있을 때 더 좋아했다. 그러나 교육목표와 평가준비 사이의 긴장은 또다시 매우 뚜렷해졌다.

마침내 협의회에서 확신을 내리기를 몇 학교들에서는 문제점이 그대로 남아있지만 그 과정이 그리 부담이 심하지 않는다는데 의견을 모으게 되었다.

실험연구교재들은 이제 최종적인 꼴을 갖추게 되었다. 몇몇 출판업자들이 더 분명한 모습으로 실험연구교재들을 출판하는 일에 관심을 보였다. 이런 상업적인 출판물들은 1984년부터 이용할 수 있게 되었다. [15] Hewet-Wiskunde Series; Educaboek, Culenburg, 1985.

최종 출판물은 1986년 10월에 나왔다. 교사연수는 전국을 대상으로 20명 교사들을 한 모듬으로 한 32개 과정을 나란히 진행했다. 재정적인 제한 때문에 650명의 교사들만이 이 과정을 이수할 수 있었다. 학교마다 교사 두 사람에게 한 사람 꼴로 새로운 교육과정이 도입되기 전에 연수과정을 이수할 기회를 가질 수 있었다는 뜻이다. 그 다음해에 새로운 과정들이 제공되었지만 모든 교사들을 만족시킬 수는 없었다.

헤베트사업에 대한 관심이 늘어나서 다른 나라들도 관심을 보이게 되었다. 그 사업에 관한 발표를 오스트레일리아, 아르헨티나, 벨기에, 브라질, 독일, 이탈리아, 스페인, 영국, 짐바브웨에서 하게 되었고 국제학술지와 학회자료집에 논문으로 나오게 되었다. [16] (15가지 문헌 생략 - 옮긴이 설명)

1985년 5월에 열두 학교의 학생들에게 시험을 치렀다. 그 결과는 수학 A에 관하여 교사들과 학생들 모두에게 만족스러웠다. 그러나 수학 B는 완전히 달랐다. 교사들은 '구체물의 기하학'에 관한 소재들이 실험연구교재의 내용을 전혀 반영하지 못 했다고 느꼈다. 앞서 말한 대로 연구팀이 주의를 기울린 것이 문제의 원인이었다.

마지막 해 1985-1986

1986년 1월 1일에 공식적으로 과제는 끝났다. 이것은 40개의 학교를 대상으로 한 첫 시험이 연구사업 기간을 넘어서 실시되었기 때문에 이상해 보인다. 1987년 6월까지 활동을 성공적으로 계속하고자 했던 자문위원회 또한 이처럼 느꼈다. - 첫 국가 규모의 시험이 있었던 때까지를 말한다.

1985년 8월에 모든 학교는 새로운 교육 과정으로 시작했다. 교사들은 사용할 소재를 선택할 수 있었다. 상업화된 헤베트(Hewet) 자료들을 포함한 네 가지 교재 시리즈를 이용할 수 있었다. 그러나 교사들은 선택할 기회를 거의 가지지 못했다. 대부분의 교재가 학교에서 사용할 단지 몇 주 또는 몇 달 전에 나왔다.

계획할 때 학교를 위한 안내를 전혀 예상하지 못했다. 그러나 연구팀은 이러한 경우에 대학교 교사연수요원들과 함께 여러 번 조치를 취했다.

교내시험과 국가수준의 시험에 대한 가능성과 준비에 대하여 교사들에게 알리기 위하여 1986년 가을에 일련의 모임을 가졌다.

1986년 10월에 또 하나의 중요한 회의가 있었다. 자문위원회를 설치하는 역할을 했던 이 회의를 통하여 새로운 교육과정을 대학 교원들에게 알려려고 했다. 50명이 그 회의에 참석했다. 그리고 교사들이 그동안 새로운 프로그램을 따라서 학습한 학생들과 함께 보다 많은 경험을 쌓은 해인 1988년에 그 중요했던 회의를 이어받은 회의가 계속 이어져서 열렸다.

연구팀이 마지막으로 직접 영향을 미친 그 시험은 아주 많은 학생(약 1000명)과 학교(51개교)를 대상으로 했으므로 많은 사람들은 그 시험이 중대한 일이라고 여겼다.

시험 결과는 다시 한 번 만족스러웠다. 10점을 만점으로 했을 때 평균점수가 6점보다 높았다. 그러나 앞에서 언급했던 문제가 다시 표면에 드러났다. 몇몇 교사들과 학생들은 시험에 대하여 불평했다. 문항들이 너무나 단혀있는 문항들이었고 수학 A의 목표를 적절히 반영하지 못했다. [17] Kooy, H. van der: *Wiskunde A en het examen*, Nieuwe Wiskrant 5,4 1986, pp.57-60.

헤베트 사업은 적어도 공식적으로는 끝났다. 그러나 활동은 계속된다. 사실상 그 사업에서 참말로 재미있는 부분은 아직도 다가오고 있다. 수학 A 교육과정의 내용과 교수법이 앞으로 어떻게 발전할 것인가?

이제까지 헤베트 사업은 거의 평가되지 못 했다. 연구팀에서 최종보고서를 냈지만 그것과는 따로 현재 연구로써 평가측면의 연구가 하나 있었다. : 그로닝겐(Groningen)에 있는 교육연구소(the Educational Research Institute (R.I.O.N.)에서 그 연구를 했다. 그 연구결과는 아직까지 출판되지는 않고 있다.

가까운 미래에 지원의 부족은 매우 심각한 문제가 된다. 그러나 이런 문제는 끝맺는 글(VI장)에서 헤베트 사업을 간략하게 말할 때 설명하겠다.

최종시험이 수학 A의 교수와 학습에 미친 영향은 또 다른 관심사이다.

전체적인 윤곽

헤베트 사업의 기본구조는 간단하기는 하지만 연구팀이 한 활동은 매우 복잡했다.

단계적으로 두 학교로부터 12개교로 52개교로 모든 학교로 늘어났다.

초기에 실험연구자료의 계획과 개발이 최고로 많았다. 학교를 안내하는 일에서도 똑같았다. 처음 두 학교는 아주 가까워서 안내했다. 열 학교부터는 점점 더 가까워서 안내하지 못 했다.

그러나 다른 활동들은 이어졌다. : 교사연수활동과 성취도 평가의 문제에 대한 관심은 점점 더 커져서 1984년에 최고로 많아졌다.

두 학교로부터 얻은 경험이 10개교 교사연수에 큰 역할을 했다.

모든 활동들이 출판되었다.

연구팀원이 겨우 두 세 사람이었지만 한 활동에서 다른 활동으로 이어지도록 하고 이 활동들 사이에 강력한 상호작용을 하는 모든 활동들을 했다. 이것이 헤베트 사업의 특징이다.