

## 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 분석

이 춘 재 (천안일봉초등학교)

전 평 국 (한국교원대학교)

### I. 서론

현대 사회에서는 수많은 정보들 속에서 무언가를 판단하고 선택해야하는 경우가 자주 생긴다. 실제로 우리는 각종 신문이나 TV 등 언론 매체를 통해서 그래프를 포함한 여러 가지 통계 정보를 접하지 않는 날이 없을 정도이다. 이러한 때에 통계학적인 방법들은 현명하고도 과학적인 결정을 내리는데 도움을 준다. 뿐만 아니라 거의 모든 학문 분야에서 통계적인 방법들이 많이 사용되고 있다. 따라서 현대 사회를 살아가는 데 통계적 지식은 필수적이다. 오늘날 통계 교육에 대한 관심의 증대는 이러한 사회적인 요구에 의해 당연한 것으로 생각된다.

그러나 학교 수학에서 통계는 문제 해결 도구로서 혹은 주변 세계를 이해하는 유용한 도구이기 보다는 초등 통계학에 나오는 특정한 내용으로 구성된 교재로 간주되고 있다(우정호, 2000). 이처럼 우리나라의 통계 교육이 실생활과 밀접한 관련을 갖지 못하고, 자료에서 평균을 구하는 산술적인 알고리즘에 근거한 기술통계의 입장을 띄고 있었기 때문에 통계 교육을 통한 발견의 기쁨과 일상생활에서의 유용성을 깨달을 수 없었던 것이다.

Cobb(1992)은 실제적인 통계적 사고를 경험할 수 있도록 초중고 통계 교육과정을 개편할 것을 요구했으며, Moor(1992)는 통계의 실제와 통계학 연구에서 강조되고 있는 자료 분석으로써 통계 교육을 시작할 것을 주장하였고, 전평국(1998)은 통계 교육이 "구하는 방법"에만 한정되어서는 안되고, "언제 평균(average)<sup>1)</sup>이 유용한가"를 생각하게 해야한다고 하였으며, 평균(average)을 구하는 것은 어렵셈이나 문제 해결에 강력한 도구가 될 수 있다고 하였다. 이러한 주장은 통계 교육이 학생들의 실생활 경험과 밀접한 연관이 있어야 한다는 것과 자료 분석을 통해 실제 삶에서도 적용할 수 있는 통계 교육이 되어야함을 의미한다고 말할 수 있다. 이러한 주장은 전미국 수학교사 협의회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989)가 자료취급을 중요한 영역으로 설정하고, 자료에 대한 시각적 표현과 문제해결을 위한 실제적인 자료 취급 태도를 강조하는 것과 맥을 같이 한다.

이렇게 자료 분석을 점점 강조하는 것은 자료 분석을 통해서 학생들이 수학을 다른 교과와 연결하고, 수학을 학생의 일상생활과 연결시킬 수 있으며, 수학 내의 다른 영역들 즉, 대수, 측정, 기하

1) 여기서 평균의 의미는 산술평균인 mean을 의미하는 것이 아니라 대표값으로 번역되기도 하는 average를 의미한다.

등에서 나온 아이디어와 절차에서 수많은 중요한 연결성을 만들 수 있기 때문이다. 우리나라 수학 교육과정에서도 6차 교육과정에서는 통계를 수, 연산, 도형, 측도, 관계 중 관계 단원의 일부로 다루었으나, 7차 교육과정에서는 확률과 통계 영역을 별도로 분리하여 다루고 있으므로 통계 영역이 이전에 비해 비중 있게 다루어지고 있다고 해석할 수 있다. 또한 7차 교육과정에서는 학생들이 실생활에서 접할 수 있는 자료를 조사, 정리, 분석해 봄으로써 유용한 정보를 얻는데 효과적인 도구가 통계적 방법임을 알 수 있게 하며, 창의적인 문제 해결에 적용할 수 있도록 실제적이며 통합적인 지도를 하도록 권면하고 있다(교육부, 1998). 이처럼 실생활과 관련된 자료의 조사, 정리, 분석을 강조하고 있음에도 불구하고 수학·과학 성취도 추이변화에 대한 국제 비교 연구(TIMSS, 2003) 결과가 우리나라의 교육과정에 주는 시사점은 확률과 통계 영역의 소주제를 비교해 보았을 때, 자료의 정리·표현에 비해 상대적으로 "자료의 수집", "자료의 해석"에 관한 주제들이 소홀하게 다루어지고 있다는 것이다(한국교육과정평가원, 2003). 이러한 시사점을 통해서도 알 수 있듯이 앞으로 우리나라 수학교육과정에서는 자료의 수집과 해석을 통한 분석에 좀 더 비중을 두는 것도 고려해볼 필요가 있을 것이다.

Mokros와 Russell(1987, 1991, 1995, 1996)은 초·중등학교 학생들의 대표값에 대하여 연구하였으며, 이 연구를 통해 초등학교 학생들은 대표값에 대해 배우기 이전에도 대표값에 대한 비형식적 개념 유형이 다양하게 이해되어 나타나며, 이것을 바탕으로 고학년에서 대표값의 개념적 이해를 하게 된다는 것을 밝혔다. Struss와 Bichler(1988)는 평균의 개념이 학년마다 다른 발달 단계를 보이고 있음을 연구했으며, Friel(1998)은 평균을 가르치기 위한 전략으로 "똑같이 나누기"와 "균형" 모형이 있으며, 학생들이 평균의 개념을 이해하도록 돕기 위해서는 두 모형 모두를 사용할 수 있다고 주장했다.

이에 비해 대표값에 대한 우리나라의 연구는 대표값의 학문적 개념에 대한 연구(박영희, 2001), 학교에서 대표값의 지도 방안(권대돈, 2002; 김창일과 전영주, 2002), 교수·학습 자료 개발(김상룡, 2000) 등이 이루어져 왔으나, 전반적인 대표값에 대한 연구가 미약한 편이며, 학생들의 대표값 개념에 대한 연구는 아직 이루어지지 않고 있다. 본 연구는 우리나라 초등학교 5, 6학년 학생들이 통계 영역에서 대표값에 대한 비형식적인 개념 유형이 어떻게 나타나는지 분석함으로써, 현행 초등학교 수학 교육과정에 제시되어있는 평균의 교수·학습 지도 방안과 앞으로 통계 영역에서 다루어질 수 있는 다양한 대표값 개념의 지도방안을 모색해볼 수 있고, 중·고등학교에서 대표값 개념의 형식화를 위한 교수·학습에 유용한 자료로 활용될 수 있으며, 타교과의 자료 수집·정리·분석 활동에 있어서도 기초 자료를 제공할 수 있다는 시사점이 있다.

따라서 본 연구의 목적은 초등학교 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념이 어떠한지 알아보고, 문제 제시 방법에 따라 어떠한 차이가 있는지 알아보고자 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 각각 구체적으로 어떤 특성을 갖고 있는가?

2. 문제 제시 방법에 따라 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?

- (1) "대표값을 주고 자료 예상하기" 문항에서 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?
- (2) "자료를 주고 대표값 구하기" 문항에서 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떠한가?
- (3) 문제 제시 방법에 따라 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 어떤 차이가 있는가?

대표값에 대한 비형식적<sup>2)</sup> 개념이란, 대표값에 대한 이론적인 개념 지식이 완성되지 않은 학생들의 대표값 개념, 즉 학생들이 일상생활의 경험을 통해 자연스럽게 형성된 개념과 학문적인 개념, 학생들 스스로 생성해낸 개념 모두를 의미한다. 이런 대표값에 대한 비형식적 개념은 구체적이고, 특수하며, 일상의 언어를 사용하는 특징이 있다.

Mokros와 Russell(1995)의 연구에서는 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 최빈수(mode), 알고리즘(algorithm), 합당한 값(reasonable), 중간값(midpoint), 수학적 균형값(mathematical point of balance)의 5가지로 나누었다.

본 연구에서는 Mokros와 Russell의 연구를 바탕으로 예비검사와 본검사의 실시를 통해 범주화시킨 개념 유형인 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수, 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값, 최대값, 최소값, 범위수의 9가지 개념 유형을 의미한다.

## II. 본 론

### A. 연구 대상

본 연구에서는 충청남도 천안시내에 있는 초등학교 31개교 중 20%에 해당하는 6개교를 임의로 선정하고, 임의로 선정된 6개교 각각에서 5, 6학년 1개반씩을 연구 대상으로 하여 5학년 210명(남자 111명, 여자 99명), 6학년 205명(남자 111, 여자 94)을 연구하였다. 연구 대상으로 선정된 학교는 학력 수준과 가정의 사회경제적 수준이 중간정도에 속하는 학생들이 있는 곳으로 하였다.

연구 대상의 선정 과정에서 연구자가 천안 시내에 있는 6학교를 임의로 선정하였는데, 임의로 선정된 학교의 학생들이 서로 이질집단임을 알아보기 위해 본검사 실시 후 Kruskal-Wallis Test를 유의 수준 0.05인 양측검정으로 실시하였다. 실시결과 유의 확률이 모두 0.000으로 유의미한 차이가 있는 것으로 밝혀졌으므로 표집된 각 학교는 이질 집단임을 알 수 있다.

2) Mack(1993)은 개인이 실생활의 경험을 통해 구성한 지식을 비형식적 지식이라 하였고, Becker와 Selter(1996)는 직접적인 지도 없이 학교에서 형성된 지식을 포함해서 비형식적인 지식이라 하였으며, 백선수(2004)는 "비형식적 지식은 관련된 주제에 대하여 형식적인 지도를 받기 이전에 획득한 지식 즉, 학생이 실생활 경험으로부터 자연스럽게 전수받은 지식과 사전지식, 그리고 스스로 발명한 지식을 의미한다. 이러한 비형식적 지식은 구체적이고, 직관적이며, 특수하고, 일상의 언어를 사용하는 특징이 있다"라고 하였다.

## B. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념이 어떠한지 실태를 분석하기 위해 문제 제시 방법을 실험처치로 하는 실험연구를 실시하였다. 본 연구의 연구 문제를 해결하기 위한 연구 절차는 다음과 같이 세 가지로 나뉜다.

첫째, 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념을 분석하기 위한 검사지를 개발하고, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 분석하기 위한 틀을 마련하기 위해 본 검사의 연구 대상과 비슷한 수준의 연구 대상을 골라 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사 실시 후 나타난 문제점들을 수정·보완하여 본검사에 반영하였다.

둘째, 천안 시내에 소재해 있는 6개 학교의 5, 6학년 학생들을 대상으로 대표값에 대한 비형식적 개념 유형 검사를 실시하여 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 나누고 각각의 특징을 분석하였다.

셋째, 문제 제시 방법에 따른 학년별 대표값에 대한 개념 유형의 차이를 알아보기 위해 비모수 통계 분석 방법인 Wilcoxon Signed Ranks Test와 Kruskal-Wallis Test를 통계 프로그램인 SPSS를 통해 유의 수준 0.05에서 양측검정으로 실시하였다. 실시 결과 유의미한 차이가 있으면 빈도분석을 통해 어떠한 차이가 나는지 자세하게 분석하였다.

## C. 검사 도구

검사 도구는 Struss, S. & Bichler, E.(1988)와 Mokros, J. & Russell, S.(1995, 1996)의 연구를 바탕으로 문항 분석을 실시하여 다음과 같이 구성되었다.

<표 1> 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 검사 문항 구성

문제 제시 방법	검사 항목	문항수	계
대표값을 주고 자료 예상하기	이산량 - 이산량으로 구성된 자료에서 대표값의 의미 이해	6	12
	연속량 - 연속량으로 구성된 자료에서 대표값의 의미 이해	6	
자료를 주고 대표값 구하기	이산량 - 이산량으로 주어진 자료에서 대표값 구하기	6	12
	연속량 - 연속량으로 주어진 자료에서 대표값 구하기	6	
합 계			24

검사도구의 타당도를 높이기 위해 검사지와 분석틀에 대해 전문가 1인과 교사 5인의 검토를 받았으며, 주제선정 예비검사, 문제에서 사용될 용어의 선정을 위한 예비 검사, 본검사를 위해 검사지를 투입해보는 예비검사를 2차에 걸쳐 실시하였다. 신뢰도를 높이기 위해 본검사에 앞서 예비검사를 2회에 걸쳐 실시 했으며, 본검사에서는 동형 검사지인 검사지 I 과 검사지 II를 모두 투입하였고, 문제

유형별 검사지의 신뢰도를 알아보기 위해 Cronbach의  $\alpha$ 값을 구해보았는데, 그 결과는 <표 2>와 같이 나타나 대표값에 대한 개념 유형 검사지는 신뢰할 수 있는 것으로 밝혀졌다.

<표 2> 대표값에 대한 개념 유형 검사지의 신뢰도

검사 문항		N of Cases	N of Items	Alpha
대표값을 주고	이산량	415	6	.8654
자료 예상하기	연속량	415	6	.8750
자료를 주고	이산량	415	6	.9313
대표값 구하기	연속량	415	6	.9285

## D. 연구 결과

### 1. 대표값에 대한 비형식적 개념 유형

본검사에서는 동형인 검사지 I 과 검사지 II를 모두 투입하여 대표값에 대한 개념 유형 검사가 실시되었다. 두 검사지에서 각각 동형으로 만들어진 문제에 대하여 학생들은 어떠한 반응을 보였는지를 알아보기 위해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시하였다. 실시 결과 문제의 구조가 동일한 동형인 문제에 대한 반응이 다양하게 나타났다. 이는 학생들의 대표값에 대한 개념이 비형식적이라는 것을 의미한다. 학생들의 대표값에 대한 개념이 비형식적이기 때문에 동일한 구조의 문제에 대해서 일관성있게 답하지 않고 있다고 여겨진다.

#### 1) 검사 문항별로 나타난 비형식적 개념 유형의 빈도수와 비율

예비검사와 본검사를 통해 대표값에 대한 비형식적 개념 유형을 9가지로 나누고 5학년 210명(남자 111명, 여자 99명), 6학년 205명(남자 111명, 여자 94명)의 검사지 I, 검사지 II를 문항별로 분석하였다. 검사지를 통해 나타난 5, 6학년 학생들의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수와 비율을 분석한 결과는 <표 3>과 같다.

알고리즘에 의한 산술평균과 최빈수의 개념유형을 보이고 있는 학생들이 전체의 55.9%를 차지하여 가장 많은 비율을 차지하고 있었다. 산술평균에 대한 알고리즘은 나타나지 않았지만, 그 개념을 이해하고 적용하는 것으로 보이는 균형값의 형태로 대표값의 개념을 보이는 학생들도 10.3%로 나타나고 있었다. 각각의 비율은 적지만 세 개념 유형을 모두 합하면 13.3%인 중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값은 한 학생에게서 문제 상황에 따라 다르게 두 가지 이상의 개념 유형이 함께 나타나는 경향이 강했다. 최대값과 최소값도 각각의 비율은 적지만 두 개념 유형을 합하면 10.5%를 차지하고 있

으며, 이들의 개념도 한 학생에게서 문제 상황에 따라 다르게 나타나는 경향이 강했다. 7.9%를 차지하고 있는 범위수는 대표값을 기준으로 하여 또는 중심으로 하여 등의 용어를 사용해서 학생 자신만의 다양한 기준 또는 범위를 정해서 자료를 예상하거나, 대표값을 구하고 있었다. 기타는 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류될 수 없는 형태를 보여 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 분석이 안 되는 것들을 나타내었다.

<표 3> 검사 문항별로 나타난 비형식적 개념 유형의 빈도수와 비율

검사 문항	개념 유형	제시1 이산량		제시1 연속량		제시2 이산량		제시2 연속량		남녀별 합계		전체 합계	
		횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%	횟수	%
알고리즘에 의한 산술평균	남	203	15.2	210	15.8	637	47.8	633	47.5	1683	31.6	3107	31.2
	여	153	13.2	165	14.2	557	48.1	549	47.4	1424	30.7		
균형값	남	286	21.5	277	20.8	11	.8	13	1.0	587	11.0	1029	10.3
	여	230	19.9	211	18.2	1	.1	.0	.0	442	9.5		
최빈수	남	371	27.9	364	27.3	325	24.4	319	23.9	1379	25.9	2461	24.7
	여	321	27.7	309	26.7	234	20.2	218	18.8	1082	23.4		
중앙값	남	110	8.3	134	10.1	34	2.6	28	2.1	306	5.7	579	5.8
	여	110	9.5	130	11.2	21	1.8	12	1.0	273	5.9		
중간값	남	4	.3	1	.1	72	5.4	55	4.1	132	2.5	356	3.6
	여	10	.9	13	1.1	118	10.2	83	7.2	224	4.8		
최대최소의 중간값	남	25	1.9	27	2.0	79	5.9	79	5.9	210	3.9	387	3.9
	여	25	2.2	22	1.9	63	5.4	67	5.8	177	3.8		
최대값	남	56	4.2	49	3.7	37	2.8	32	2.4	174	3.3	368	3.7
	여	59	5.1	50	4.3	40	3.5	45	3.9	194	4.2		
최소값	남	107	8.0	104	7.8	49	3.7	70	5.3	330	6.2	680	6.8
	여	112	9.7	115	9.9	46	4.0	77	6.6	350	7.6		
범위수	남	141	10.6	145	10.9	59	4.4	75	5.6	420	7.9	785	7.9
	여	118	10.2	117	10.1	47	4.1	83	7.2	365	7.9		
기타	남	29	2.2	21	1.6	29	2.2	28	2.1	107	2.0	208	2.1
	여	20	1.7	26	2.2	31	2.7	24	2.1	101	2.2		
N	남	1332						5328	100.0	9960	100.0		
	여	1158						4632	100.0				

\* 횟수는 415명의 검사지 I, 검사지 II에 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.

\* N은 남녀별 학생수×문제수(6)이고, 남녀별 합계는 남녀별 학생수 × 문제수(6) × 검사문항수(4)를 의미한다.

\* %는  $\frac{\text{횟수}}{N}$  이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

2) 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 특성

개념 유형	개념 유형의 특성 및 예															
알고리즘에 의한 산술평균	<ul style="list-style-type: none"> <li>대표값을 주고 자료를 예상하는 문항에서는 대표값에 자료의 수를 곱해서 합을 구하고, 전체의 합을 고려해서 자료를 예상함</li> <li>자료를 예상할 때 대표값과 관련해서 범위를 고려하지 않고 전체의 합에 대해서만 고려하는 경향이 있음</li> <li>자료를 주고 대표값을 구하는 문항에서는 산술평균을 구하는 공식으로 대표값을 구함</li> </ul>															
균형값	<ul style="list-style-type: none"> <li>대표값을 기준으로 하여 좌우의 값을 대칭시켜서 예상함</li> <li>자료를 예상할 때, 타당한 범위도 고려함</li> <li>3개의 자료를 짝을 지어서 가운데에 대표값을 놓고 좌우에 큰 수와 작은 수를 대칭시키기도 하고, 가운데의 대표값을 생략하기도 함</li> <li>대표값을 가운데에 놓고 한쪽은 증가 한쪽은 감소로 좌우 대칭시키기도 함</li> <li>전체의 합이 "대표값×자료수"임을 인식하여 검산을 해보기도 함</li> <li>자료를 주고 대표값을 구하는 문항에서는 예상되는 대표값을 기준으로 하여 각각의 자료들과의 차이를 구해보고 차이가 0이 되는 수를 대표값으로 함</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <tr><th>좌편 1</th><th>좌편 2</th><th>좌편 3</th><th>좌편 4</th><th>좌편 5</th><th>좌편 6</th><th>좌편 7</th></tr> <tr><td>원급</td><td>90</td><td>100</td><td>110</td><td>120</td><td>130</td><td>140</td><td>150</td></tr> </table> </div>	좌편 1	좌편 2	좌편 3	좌편 4	좌편 5	좌편 6	좌편 7	원급	90	100	110	120	130	140	150
좌편 1	좌편 2	좌편 3	좌편 4	좌편 5	좌편 6	좌편 7										
원급	90	100	110	120	130	140	150									
최빈수	<ul style="list-style-type: none"> <li>대표값을 구할 때 가장 많이 나타나 있는 수를 대표값이라 생각함</li> <li>자료의 수가 "가장 많은"의 의미이지 "절반을 넘는"의 의미는 아님</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <tr><th>원급 1</th><th>원급 2</th><th>원급 3</th><th>원급 4</th><th>원급 5</th><th>원급 6</th><th>원급 7</th></tr> <tr><td>개수</td><td>175</td><td>180</td><td>176</td><td>173</td><td>175</td><td>170</td><td>175</td></tr> </table> </div>	원급 1	원급 2	원급 3	원급 4	원급 5	원급 6	원급 7	개수	175	180	176	173	175	170	175
원급 1	원급 2	원급 3	원급 4	원급 5	원급 6	원급 7										
개수	175	180	176	173	175	170	175									
중앙값	<ul style="list-style-type: none"> <li>모든 수들을 크기순으로 나열해서 중앙에 위치한 수를 대표값이라 생각함</li> <li>대표값을 기준으로 하여 큰 수들과 작은 수들의 개수를 같게 하는데, 큰 수들과 작은 수들의 크기의 비를 맞추지는 않음</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <p>개를 평행하게 여러 수로 하고 193을 기준으로 큰 개 2개 작은 개 2개로 하여 예상하였다.</p> </div>															

<그림 1> 대표값에 대한 비형식적 개념 유형별 특성 및 예. 후면 계속

<p>중간값</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 나타나는 숫자들을 크기순으로 나열해서 중간에 위치해 있는 수를 대표값이라 생각함</li> <li>· 숫자를 나열할 때 반복해서 나타나 있는 숫자는 한번만 나열함</li> <li>· 나열한 자료의 개수가 짝수인 경우에는 중간에 위치한 두수의 평균을 구해서 나타내기도 하고 다른 자료의 값을 고려해서 둘 중 하나의 값을 취하기도 함</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>직원 1</td><td>직원 2</td><td>직원 3</td><td>직원 4</td><td>직원 5</td><td>직원 6</td><td>직원 7</td> </tr> <tr> <td>110</td><td>100</td><td>120</td><td>100</td><td>130</td><td>100</td><td>40</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">             왜 그렇게 각각의 평균을 예상했는지 자세히 설명해 줘서.              100 + 110 ÷ 2 = 105    120 + 130 ÷ 2 = 125              이렇게 되면 120 이 가운데에 위치 때문에         </p> <div style="margin-left: 20px;"> </div> <p style="text-align: center;">주어진 자료 : 1500, 2000, 1500, 2000, 1000, 1500, 1700</p>	직원 1	직원 2	직원 3	직원 4	직원 5	직원 6	직원 7	110	100	120	100	130	100	40
직원 1	직원 2	직원 3	직원 4	직원 5	직원 6	직원 7									
110	100	120	100	130	100	40									
<p>최대최소의 중간값</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 최대값과 최소값의 중간값(평균)을 대표값이라 생각함</li> <li>· 제시된 자료에 대표값이 없을 경우에는 새로 구한 값을 나타내기도 하고, 제시된 자료중에서 가장 가까운 수로 나타내기도 함</li> <li>· 대표값의 크기가 소수로 나타날 경우 반올림하는 경향이 있음</li> </ul> <div style="margin-left: 20px;"> </div> <p style="margin-left: 20px;">             140 ~ 149까지 10등분해서 각각 140, 142, 144, 146, 148, 150              이다. 그럼 평균이 144인데 144가 없으니 143이 가장 가깝다         </p>														
<p>최대값</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 가장 큰 최대의 값을 대표값이라 생각함</li> <li>· 대표값을 주고 자료를 예상할 때는 자료의 범위에 대한 기준을 세워서 그 이하의 값을 나타내기도 함</li> </ul>														
<p>최소값</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 가장 작은 최소의 값을 대표값이라 생각함</li> <li>· 대표값을 주고 자료를 예상할 때는 자료의 범위에 대한 기준을 세워서 그 이상의 값을 나타내기도 함</li> </ul>														
<p>범위수</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 대표값을 기준으로 하여 범위를 정한 후 범위 안에 있는 수들을 나타냄</li> <li>· 범위 안에 있는 수들을 나타낼 때는 기준이 명확하지 않음</li> <li>· 대표값을 주고 자료를 예상할 때 대표값을 기준으로 하여 근접한 수들로 자료를 예상한 후, 예상한 자료의 합과 산술평균의 알고리즘인 "대표값×자료수"의 범위가 비슷함을 보여주기도 함</li> </ul>														
<p>기타</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문항을 제대로 이해하지 못했거나, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형으로 분석이 안 되는 것들을 나타냄</li> </ul>														

<그림 1> 대표값에 대한 비형식적 개념 유형별 특성 및 예



2. 문제 제시 방법에 따른 차이

1) "대표값을 주고 자료 예상하기" 문항에서 개념 유형의 차이

"대표값을 주고 자료 예상하기" 문항에서 학년의 차이가 있는지, 성별의 차이가 있는지, 학년별 이산량과 연속량의 차이가 있는지를 알아보기 위해 Kruskal-Wallis Test와 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과, 학년의 차이가 있었으며, 이산량에서만 성별의 차이가 나타났고, 학년마다 이산량과 연속량의 차이는 없었다. 이들 차이에 대해서는 빈도분석을 실시하였다.

2) "자료를 주고 대표값 구하기" 문항에서 개념 유형의 차이

"자료를 주고 대표값 구하기" 문항에서 학년의 차이가 있는지, 성별의 차이가 있는지, 학년별 이산량과 연속량의 차이가 있는지를 알아보기 위해 Kruskal-Wallis Test와 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과, 학년의 차이가 있었으며, 성별의 차이는 없었고, 5학년에서만 이산량과 연속량의 차이가 나타났다. 이들 차이에 대해서는 빈도분석을 실시하였다.

3) 문제 제시 방법에 따른 개념 유형의 차이

각 학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이가 있는지를 알아보기 위해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시하고, 구체적인 차이를 알아보기 위해 빈도 분석을 실시하였다.

<표 4> 5학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이, 후면 계속

검사 문항	학교	N	Mean Rank	Sum of Ranks	z	Asymp.Sig	
제시 1	가	음의순위	166	119.66	19864.00	-6.696	.000
		양의순위	63	102.71	6471.00		
		동률	119				
		합계	348				
과제시 2	나	음의순위	165	113.01	18647.00	-3.643	.000
		양의순위	77	139.69	10756.00		
		동률	214				
		합계	456				
제시 2	다	음의순위	208	146.78	30529.50	-5.321	.000
		양의순위	92	158.92	14620.50		
		동률	180				
		합계	480				

<표 4> 5학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이

검사 문항	학교	N		Mean Rank	Sum of Ranks	z	Asymp.Sig
제시 1 과 제시 2	라	음의순위	166	145.24	24109.50	-4.157	.000
		양의순위	107	124.22	13291.50		
		동률	135				
		합계	408				
	마	음의순위	194	139.17	26999.00	-3.426	.001
		양의순위	102	166.25	16957.00		
		동률	148				
		합계	444				
	바	음의순위	224	137.66	30836.00	-8.648	.000
		양의순위	54	147.13	7945.00		
		동률	106				
		합계	384				

<표 4>에서 보면, 5학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이에 대해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과 전체 6학교 모두 근사 유의확률이 0.05보다 작으므로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다.

<표 5> 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이, 후면계속

검사 문항	학교	N		Mean Rank	Sum of Ranks	z	Asymp.Sig
제시 1 과 제시 2	가	음의순위	151	97.16	14671.00	-7.034	.000
		양의순위	41	94.07	3857.00		
		동률	276				
		합계	468				
	나	음의순위	244	140.48	34276.00	-9.206	.000
		양의순위	47	174.68	8210.00		
		동률	129				
		합계	420				
	다	음의순위	202	129.42	26142.50	-8.934	.000
		양의순위	50	114.71	5735.50		
		동률	144				
		합계	396				
라	음의순위	224	123.48	27659.50	-8.928	.000	
	양의순위	36	174.18	6270.50			
	동률	136					
	합계	396					

<표 5> 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이

검사 문항	학교	N		Mean Rank	Sum of Ranks	z	Asymp.Sig
제시 1 과제시 2	마	음의순위	274	144.21	39513.00	-12.709	.000
		양의순위	20	192.60	3852.00		
		동률	102				
		합계	396				
	바	음의순위	196	110.69	21694.50	-8.130	.000
		양의순위	36	148.15	5333.50		
		동률	152				
		합계	384				

<표 5>에서 보면, 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이에 대해 Wilcoxon Signed Ranks Test를 실시한 결과 전체 6학교 모두 근사 유의확률이 0.05보다 작으므로 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다.

<표 6> 5, 6학년에서 문제 제시 방법에 따른 차이의 빈도수와 백분율

검사 문항 개념 유형	5학년				합 계		6학년				합 계	
	제시1		제시2		횟수	%	제시1		제시2		횟수	%
	횟수	%	횟수	%			횟수	%	횟수	%		
알고리즘에 의한 산술평균	182	7.2	711	28.2	893	17.7	549	22.3	1665	67.7	2214	45.0
균형값	348	13.8	2	.1	350	6.9	656	26.7	23	.9	679	13.8
최빈수	710	28.2	715	28.4	1425	28.3	655	26.6	381	15.5	1036	21.1
중앙값	321	12.7	64	2.5	385	7.6	163	6.6	31	1.3	194	3.9
중간값	13	.5	225	8.9	238	4.7	15	.6	103	4.2	118	2.4
최대최소의 중간값	66	2.6	214	8.5	280	5.6	33	1.3	74	3.0	107	2.2
최대값	119	4.7	112	4.4	231	4.6	95	3.9	42	1.7	137	2.8
최소값	325	12.9	178	7.1	503	10.0	113	4.6	64	2.6	177	3.6
범위수	379	15.0	211	8.4	590	11.7	142	5.8	53	2.2	195	4.0
기타	57	2.3	88	3.5	145	2.9	39	1.6	24	1.0	63	1.3
N	2520		2520		5040		2460		2460		4920	

\* 횟수는 5학년 210명, 6학년 205명에게서 나타난 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 빈도수를 의미한다.

\* N은 학년별 학생수(5학년 210명, 6학년 205명) × 문제수(12)이다.

\* %는  $\frac{\text{횟수}}{N}$  이며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

<표 6>에서 문제 제시 방법에 따라 학년별로 가장 높은 비율을 차지하는 개념 유형을 살펴보면, 대표값을 주고 자료 예상하기의 방법에 의한 문항에서 5학년은 최빈수가 가장 높은 비율을 차지하고 있음에 비해, 6학년은 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수가 서로 비슷한 비율을 보이고 있음을 알 수 있다. 자료를 주고 대표값 구하기 방법에 의한 문항에서는 5학년에 비해 6학년의 알고리즘에 의한 산술평균 개념이 67.7%로 아주 높게 편중되어 나타나고 있음을 볼 수 있다.

대표값에 대한 개념 유형별로 문제 제시 방법에 따라 학년별 어떠한 차이가 있는지를 살펴보도록 하겠다. 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형은 대표값을 주고 자료 예상하기보다 자료를 주고 대표값 구하기일 때 현격하게 많이 나타났다. 특히 6학년은 자료를 주고 대표값 구하기일 때 67.7%가 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이고 있었다.

균형값에 의한 개념 유형은 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 5학년 13.8%, 6학년 26.7%로 나타났는데 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 5학년 0.1%, 6학년 0.9%로 전체 개념 유형 중 가장 낮은 비율을 보이고 있다. 이는 5, 6학년 모두 대표값을 주고 자료 예상하기의 제시 방법일 때는 균형값의 개념 유형을 보이던 학생들이 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법일 때는 산술평균의 개념 유형으로 문제 해결의 방법이 옮겨진 것으로 보인다. 또한 문제 제시 방법이 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 균형값의 개념 유형을 보이던 학생이 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값의 개념 유형을 나타내는 경우도 있었다.

5학년에서 최빈수의 개념 유형은 대표값을 주고 자료 예상하기와 자료를 주고 대표값 구하기 모두에서 28% 이상으로 가장 높은 비율을 나타내고 있다. 이에 반에 6학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 최빈수의 개념 유형이 26.6%로 높은 비율을 보이고 있는데, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 15.5%로 낮아졌다. 이는 대표값을 주고 자료 예상하기에서 최빈수의 개념을 보이던 학생들이 자료를 주고 대표값 구하기에서는 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형으로 문제 해결의 방법이 옮겨진 것으로 보인다.

중앙값, 중간값, 최대최소의 중간값은 한 학생에게서 문제에 따라 다르게 나타나는 경향이 강하므로 함께 묶어서 살펴보도록 하겠다. 5, 6학년 모두 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 중앙값의 비율이 높고, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값과 최대최소의 중간값의 비율이 상대적으로 높다는 것을 알 수 있다. 이는 같은 학생이 대표값을 주고 자료 예상하기일 때는 중앙값의 개념 유형을 보였으나, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 중간값이나 최대최소의 중간값 개념 유형을 보이고 있는 현상을 보여주는 자료라 할 수 있다. 5학년에서는 문제 제시 방법별로 이 세 개념 유형에 대한 비율의 합이 약간의 차이를 보이지만, 6학년에서는 8.5%로 문제 제시 방법과 상관없이 같다는 것은 주로 그 안에서 개념의 이동이 있다고 볼 수도 있음을 나타낸다.

최대값과 최소값의 개념 유형도 한 학생에게서 같이 나타나는 경향이 있었는데 문제 제시 방법과는 상관없이 상황에 따라 다른 것으로 보이며, 최대값 보다는 최소값의 비율이 항상 높게 나타났다. 다른 개념 유형과는 다르게 다양한 기준으로 주변 수들의 범위를 정하는 범위수의 개념 유형은 자료를 주고 대표값 구하기 보다는 대표값을 주고 자료 예상하기일 때 높게 나타났으며, 6학년 보다는 5

학년이 높게 나타났다. 또한 알고리즘에 의한 산술평균과 균형값을 제외하고는 6학년에 비해 5학년의 개념 유형 비율이 높게 나타난 것은 6학년이 알고리즘에 의한 산술평균의 개념 유형으로 편중되어 있기 때문으로 보인다.

기타로 분류된 대표값의 개념 유형이 나타나지 않았거나, 문제를 제대로 이해하지 못했거나, 대표값의 개념 유형으로 분류할 수 없는 유형을 보인 학생들의 비율을 살펴보면, 5학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기에 비해 자료를 주고 대표값 구하기의 비율이 높고, 6학년에서는 대표값을 주고 자료 예상하기의 비율이 높다는 것을 알 수 있다. 이는 자료를 주고 대표값 구하기 문항의 형태가 현행 5학년 2학기 교과서의 평균을 다루는 단원에서 다루고 있는 형태와 유사하기 때문에 이미 학습을 한 6학년 학생들의 경험이 반영된 것으로 보인다.

### III. 결론

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 대표값에 대한 정규 교육과정을 배우지 않은 학생들에게도 이미 다양한 비형식적 개념들이 형성되어 있으므로, 학생들에게 보다 융통성 있는 사고의 확장을 가능하게 할 수 있도록 좀 더 다양한 대표값의 개념 유형들을 다루는 것도 고려해볼 필요가 있다.

둘째, 알고리즘에 의해 학습하도록 되어있는 산술평균의 개념은 전체의 자료를 똑같이 나누는 것에 바탕을 둔 전략인데, 이러한 방법으로 산술평균을 학습한 학생들에게서 균형값의 개념이 함께 나타나고 있었다. 균형값의 아이디어로 문제를 해결하면서 산술평균으로 다시 검산해보거나, 문제 유형에 따라서 균형값과 산술평균을 다르게 사용하고 있는 학생들이 그 예라고 할 수 있다. 이는 평균의 교수·학습 전략으로 "똑같이 나누기"의 아이디어인 알고리즘에 의한 산술평균 뿐만 아니라 "균형" 모형의 활용도 고려해 볼 필요가 있음을 시사한다.

셋째, 학생들에게서 나타나는 대표값에 대한 비형식적 개념 유형들은 형식화된 개념 유형과 같거나 유사하며, 나름대로의 논리성과 타당성을 지니고 있었다. 이러한 학생들의 사고과정을 교사들이 알 수 있도록 교사용 지도서에 제시해준다면 교수·학습 계획시에 활용할 수 있는 가치가 있다고 여겨진다.

넷째, 5학년에 비해 6학년의 대표값에 대한 비형식적 개념 유형은 문제 제시 방법에 따라 현격한 차이가 있었다. 대표값을 주고 자료 예상하기에서는 알고리즘에 의한 산술평균, 균형값, 최빈수의 개념들이 서로 비슷한 비율을 나타내고 있었는데, 자료를 주고 대표값 구하기일 때는 알고리즘에 의한 산술평균의 개념을 보이는 학생의 비율이 67.7%로 아주 높게 나타나고 있었다. 이는 현행 교과서에서 평균과 관련하여 제시된 문제들이 모두 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 제시 방법이기 때문에 자료를 주고 대표값 구하기의 문제 유형이 나오면 문제의 상황을 고려하지 않고 알고리즘에 의한 산술평균으로 문제를 풀고 있는 것이라고 여겨진다. 이는 교과서에서도 문제 제시 방법을 다양하게

해야 할 필요성을 시사하는 결과이다.

다섯째, 대표값에 대한 비형식적 개념 유형의 분석 결과 유의미한 학년의 차이가 있었으며, 성별에 따라 혹은 이산량과 연속량과 같은 수의 속성에 따라서도 대표값에 대한 개념의 차이가 나타날 수 있다는 가능성을 시사했다.

## 참 고 문 헌

- 권대돈 (2002). 실생활 통계 교육 프로그램 개발·적용을 통한 통계 자료 활용 능력 신장. 현장교육 연구 논문집 제 8집. pp.95-129. 대구: 대구교육대학교 과학교육 연구소.
- 김상룡 (2000). 수학적 사고력 신장을 위한 교수·학습 자료개발-확률·통계 영역을 중심으로. 대구 교육대학교 과학교육 연구소 23집. pp.1-27.
- 김창일·전영주 (2002). 중등학교에서의 통계지도 방향 탐색 - 대표값과 분산, 표준편차를 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 제 14집. pp.273-295.
- 교육부 (1999). 초등학교 교육과정 해설(IV)-수학. 과학. 실과. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 박영희 (2001). 통계 영역에서 대표값의 의미와 지도에 관한 고찰. 대한수학 교육학회 학교수학, 제3권, 제2호. pp.281-294.
- 백선수 (2004). 비형식적 지식을 활용한 분수 곱셈과 나눗셈에서의 형식화 지도 방안 개발. 한국교원대학교대학원 박사학위논문.
- 우정호 (2000). 통계교육의 개선방향 탐색. 대한수학교육학회 학교수학, 제2권 제1호. pp.1-27.
- 전평국 (1998). 초등수학교육 : 이론과 실제. 서울: 교학사.
- 한국교육과정평가원 (2003). 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구(TIMSS 2003) : 본검사 시행 보고서. 한국교육과정평가원(KICE).
- Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school practices. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education*(pp.511-564). Netherlands : Kluwer Academic Publishers.
- Bichler, E. & Struss, S. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average, *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), pp.64-80.
- Cobb, G. (1992). Teaching statistics. In L. A. Steen (Ed.), *Heeding the call for the change : Suggestions for curricular action*(pp.3-43). The Mathematical Association of America.
- Friel, S. N. (1998). Teaching statistics what's average?. In L. J. Morrow (Ed.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*. 1998 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics(pp.208-217). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics, Inc..

- Mack, N. K.(1993). Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational Number : An integration of research* (pp.85-105). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Mokros, J. & Russell, S. J.(1987, September). *Mathematics, computer tools, and special needs students : A study of children's conceptions of "average"*. Paper presented at the Council for Exceptional Children Invitational Research Symposium, Washington, DC.
- (1991). Toward an understanding of mean as "balance point." *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educaion*, Blacksburg, VA.
- (1995). Children's conceptions of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, **26(1)**, pp.20-39.
- (1996). What do children understand about average?. *Teaching Children Mathematic*, **2(6)**, pp.360-364.
- Moore, D. S. (1992). What is statistics?. In D. C. Hoagline & D. S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.1-17). The Mathematical Association of America.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA : Author. 구광조·오명승·류희찬 공역(1992). 수학교육 과정과 평가의 새로운 방향. 서울 : 경문사

## **An Analysis of Informal Concepts of Average Found in Fifth and Sixth Graders**

**Lee, Chun Jae**

Ilbong Elementary School, Daga-Dong, Cheonan, Chungeongnam-do, 330-110, Korea

e-mail: qspring@hanmail.net

**Jeon, Pyung Kook**

Department of Mathematics Education, Korea National University of Education Chung-Buk, 363-791, Korea

e-mail: jeonpk@knue.ac.kr

The purpose of this study is to investigate how fifth and sixth graders recognize average and to find out suggestions for teaching/learning methods of average by examining which difference there is depending on the way of the word problem presentation. To solve these study questions, With the way of the word problem presentation set up as experimental treatment, experiment was conducted to analyze these. In conclusion, since students who did not learn the regular course of average values had various informal concepts already, it is needed to consider handling more various concepts of average in order to enable students to expand flexible thoughts. And informal concepts of average students showed were the same or similar to types of formalized concepts and had logicity and propriety in their own way. Compared with fifth graders, sixth graders showed a wide difference in informal concepts of average depending on the way of the word problem presentation.



## 초등수학교실에 나타난 수학적 은유

-초등 4학년 도형 영역을 중심으로-

김 상 미 (서울정목초등학교)

신 인 선 (한국교원대학교)

### I. 서론

은유는 수사학의 전통에 뿌리를 두고 있으며 플라톤과 아리스토텔레스의 뒤를 이어 수많은 철학자들이 관심을 가져왔다. 최근 20여 년의 은유에 대한 관심은 단지 수사학이나 비유법의 문제로서가 아니라, 지금까지의 평가 절하되어왔던 은유를 재평가하고 동시에 서양 철학이 가정하는 인식론적이고 존재론적인 쟁점을 제기한다. 은유를 수사적 효과로서만이 아니라 개념적 은유로 보려는 은유에 대한 관점은 이미 수학교육연구에서도 나타나고 있다.

은유는 일종의 이해 방식으로서, 어떻게 사물을 보고, 실재를 인식하는가를 말하며 사물을 보는 관점이나 방식이다(Schön, 1979). 한 사물을 그 자체로 보지 않고 다른 사물의 관점에 입각하여 보는 태도이다. 예를 들면, 사물, 패턴, 상황, 구조, 자연, 사람, 대상, 행동, 역할, 과정, 사건 등을 '특성'이라 부른다면, 은유란 한 특성을 그 자체로 언급하지 않고 다른 특성의 관점에서 언급하는 것이다. B(근원)에서 A(목표)를 보며, 또한 A를 보기 위해 B를 이용한다(Burke, 1945). 은유가 되기 위해서는 '유사성'과 '긴장'이 동시에 작용해야만 한다. 원관념과 보조 관념 사이의 유사성을 기반으로 하고, 동시에 둘 간의 차이가 긴장을 준다(Ortony, 1975, 1993). 이때의 긴장은 문자적 해석과 은유적 해석 사이의 긴장을 말하는 것으로 같음과 다름의 긴장이며, 은유의 의미에서 핵심적이다.

개념적 은유론은 신체화된 마음, 인지적 무의식, 은유적 사고라는 주장을 경험적 자료를 기초로 인간 본성을 이해하는 새로운 방식을 말한다. 관용적 은유(conventional metaphor)는 언어 표현에 스며들어서 관습화되어진 은유로, 이들은 문화의 일상적 개념 체계를 조직한 것이다. 이들은 시나 문학에 한정되는 것이 아니라 일상 언어의 많은 부분을 차지하고 있다. Lakoff(1987)는 관용적 은유를 기본적인 개념적 은유(basic conceptual metaphor)로서, 이를 밝히는 연구를 통하여 은유론의 새로운 장을 열어 놓았다. 은유를 이미 존재하는 인지 모델에서 새로운 인지 모델을 사상하는 개념적 전략이라고 보고, 은유를 단지 낱말의 문제로 보는 데에서 벗어나서 개념적 층위에서 사고와 행위에 영향을 주는 인지 양식으로 설명한다.

이들의 은유 연구는 자기 사회의 정신과 문화의 숨은 측면들에 직면하게 되는 일이다(Lakoff & Turner, 1989). 은유적 개념은 체계적이며, 우리의 일상적 삶에서 단지 언어뿐만 아니라 사고와 행위

에 넓게 퍼져 있다. 더 나아가 은유는 우리가 세계를 지각하고 경험하는 개념 체계를 변화시킴으로써 우리의 지각과 행동까지 변화시키는 실천적 기능을 수행한다(Lakoff & Johnson, 1980). 즉, 은유는 인간으로 하여금 생활의 모든 측면에서 현실을 축조할 수 있게 할 뿐만 아니라 은유에 근거해서 사고하고 행동하도록 해 준다(김경용, 1994). 은유는 단지 수사적 언어로서만이 아니라 문화적 사고와 행동을 요구하는 힘을 갖는다.

Lakoff & Núñez(1997, 2000)는 은유 없이는 수학도 발달할 수 없다고 가정하고, 수학에 깔려있는 은유적인 토대 즉 그들의 용어로 ‘수학적 아이디어 분석(Mathematical Idea Analysis; MIA)’을 시도하였다. 자동적이고 무의식적인 수학적 이해를 결정짓는 메커니즘을 분석한다. 무의식적이고 일상적으로 주고받는 언어를 통하여 추상 개념에 대한 개념적 구조를 경험적으로 연구한다. 수학적 아이디어에 대한 연구로서, 관습화된 수학의 죽은 은유의 기원을 마치 고고학적으로 파헤쳐간다.

수학교육의 연구에서도 이미 기호화 과정이나 개념을 연구하면서 은유와 환유가 이미 하나의 관심사로서 등장하였다(Presmeg, 1997; Sfard, 1994; 1997). Presmeg(1997)는 은유와 환유의 과정을 맥락이나 구조를 이해하기 위해서는 핵심적이라고 말한다. 기호와 그 지시는 환유의 축이며, 예를 들어 ‘x를 정수라고 하면 ……’, ‘ABC를 임의의 삼각형이라고 하면 ……’ 등의 수학적 진술은 그 진술의 기호들이 집합, 원리, 수학적 개념 등을 대표하는 환유를 사용하는 진술이다. 환유는 모든 수학적 기호화의 토대가 된다(Presmeg, 1997). 이에 반하여 은유는 비교되는 구조나 원리에 대하여 매체를 찾는 것으로서 수학적 구조나 원리에 의미를 주는 데 사용된다(Walkerdine, 1988). 따라서 은유와 환유는 의미화와 기호화와 관련하여 수학적 이해에서 중요한 요소이다.

본 연구는 첫째로 은유의 개념 변화 및 최근 인지은유이론을 통하여 수학교육에서 보는 은유의 개념을 밝혀보고, 둘째로 수학적 은유를 살펴보고 그 시사점을 논의한다. 셋째로 수학적 은유의 사례를 밝히는 것으로서, 초등학교생들의 은유적 표현을 분석하여 학생들의 수학적 개념을 이해할 수 있는 단서로 삼고자 한다.

## II. 은유에 대한 개념

전통적인 은유에 대한 기본적인 관점을 요약한다면 예외가 있기는 하지만, 은유는 문체론적, 수사학적, 교수학적 목적에 유용한 것으로서 일종의 생략된 직유이며, 또한 인지적 내용의 손실이 없이 문자적 어구로 번역될 수 있다는 것이다. 이러한 가정은 아리스토텔레스 이후 2천년에 걸쳐 Reddy(1979) 이전까지 은유의 논의에서 지배적이었다(김태현, 2001). 또한 지금까지의 은유에 관한 많은 논의들도 문자적 의미와 은유적 의미 사이에는 근본적으로 차이가 있음을 가정해 왔으며, 문자적 의미에 비하여 열등한 것으로 또는 이탈된 것으로 다루었다.

1960년대 일상 언어에 나타나는 은유에 관심을 갖기 시작하여, 1970년대 후반에 대두된 ‘인지언어학’은 은유에 대한 전통적인 정의에 큰 변화를 가져온다. 최근의 Lakoff(1987, 1993, 1994), Lakoff &