

# 주파수 영역에서 각도 투영법을 이용한 회전 및 천이 불변 특징추출

이범식<sup>1</sup>, 김문철<sup>2</sup>  
한국정보통신대학교<sup>1,2</sup>  
{bslee<sup>1</sup>, mkim<sup>2</sup>}@icu.ac.kr

## Rotation and Translation Invariant Feature Extraction Using Angular Projection in Frequency Domain

Bumshik Lee<sup>1</sup>, Munchurl Kim<sup>2</sup>  
Information and Communications University<sup>1,2</sup>

### 요약

본 논문은 회전 및 천이불변 이미지 텍스처 검색의 새로운 방식을 소개한다. 주파수 영역의 극좌표계에서 동일한 공간 주파수에서 각도 방향으로 투영을 하는 각도 투영법을 제안하며, 제안된 각도 투영법을 이용하여 주파수 영역에서 푸리에 계수가 합과 표준편차를 특징벡터로 이용한다. 각도 투영법을 쉽게 구현하기 위해 극좌표계에서 라돈변환이 수행된다. 실험 시 MPEG-7 데이터를 이용하였으며 그 결과는 여러 텍스처 이미지를 검색하는데 있어서 특징을 잘 구별해 내는 결과를 보여준다. 또한 제안된 회전 및 천이불변 특징 추출 알고리즘은 등방성 텍스처나 국부적인 방향성을 보이는 텍스처 영상 검색에도 효율적인 검색률을 보인다.

**Keywords:** Keyword : Angular projection, Radon transform, feature extraction, image retrieval, rotation-invariant, translation-invariant

## 1. 서론

텍스처 분석 및 검색에 관한 연구는 지난 수십년간 진행되어 왔고 영상처리, 멀티미디어 정보 검색, 의료영상 및 원격 탐사 등의 영역의 발전에 많은 공헌을 해 왔다. 그 과정에서 회전, 크기 및 천이에 강한 알고리즘에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다. 기존의 텍스처 분석 알고리즘은 통계적 방법, 모델 기반 방법 그리고 구조적 방법등 세가지 형태로 분류된다 [1]. 그 중에서 최근에는 가보 필터[2]나 웨이블릿 변환[4], 피라미드 방법 (steerable pyramid)[3]에 기반한 방법들이 폭넓게 연구되고 있다.

본 논문에서는 각도 투영법을 통한 간단하지만 효율적인 회전 및 천이 불변 특징 추출 기법을 소개한다. 제안된 각도 투영은 각도 주파수를 따라 영상의 푸리에 스펙트럼을 선적분을 함으로써 구할 수 있다. 픽셀영역과 주파수 영역에서 영상변환에 대한 이중 성질을 이용하면, 각도 투영법은 회전한 영상에 대한 회전 불변성을 유지하게된다. 그 과정에서 푸리에 스펙트럼에 대한 절대값을 취함으로써 천이 불변의 성질도 함께 얻을 수

있다. 이 각도 투영법은 라돈 변환과 일차원 푸리에 변환을 이용하면 쉽게 구현이 가능하다.

제안 알고리즘을 설명하기에 앞서, 알고리즘에 사용된 기본적인 도구에 대해 알아보고 다음으로 각도 투영의 성질에 대해 살펴본다. 실험결과는 MPEG-7 데이터로부터 얻은 여러가지 텍스처 영상으로 실험하였다.

## 2. 특징 추출

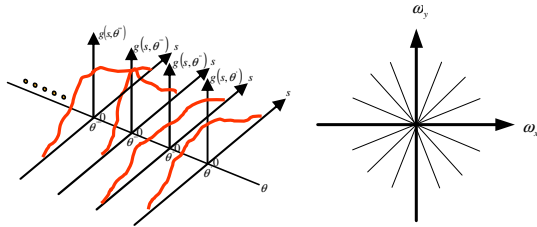
본 알고리즘을 이용하여 영상의 특징을 추출할 때 가장 기본이 되는 것이 라돈변환과 각도 투영이다. 첫번째로 라돈변환에 대하여 알아보고 다음 섹션에서 제안된 각도 투영법에 대해 소개한다.

### 2.1 라돈변환

라돈변환은 공간 영역의 좌표  $(x,y)$ 를  $(s,\theta)$ 영역으로 변환시켜 준다. 이차원 영상이 어떤 각도로부터 일차원 투영을 통하여 변환된다. 이차원 영상  $f(x,y)$ 의 라돈변환 즉,  $g(s,\theta)$ 는 원점에서 거리  $s$  만큼 떨어진 곳에서  $y$  축으로부터  $\theta$  만큼 기울어진 각도에서 선적분한 값으로 정

의된다. 라돈 변환은 다음과 같이 계산된다.

$$g(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy, \quad \text{for } -\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi \quad (1)$$



(a) 각 각도에서의 투영 (b) 푸리에 변환

그림 1: 시노그램과 이차원 푸리에 스펙트럼의 관계

그림 1에서 보는 것처럼 시노그램을 1차원 푸리에 변환하면 원 영상의 2차원 푸리에 변환과 동일한 효과를 얻을 수 있다(Central slice theorem).

$$G(\omega, \theta) = F_p(\omega, \theta) = F(\omega \cos \theta, \omega \sin \theta) \quad (2)$$

여기서  $G(\omega, \theta)$  는 변수  $s$ 에 관하여  $g(s, \theta)$  를 1차원 푸리에 변환한 값이고,  $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ ,  $\theta = \tan^{-1}(\omega_y / \omega_x)$ 의 관계를 가진다.

## 2.2 각도 투영

이차원 푸리에 영역에서의 각도투영을 통하여 텍스처 영상의 특징을 기술할 수가 있다. 그림 2 는 제안된

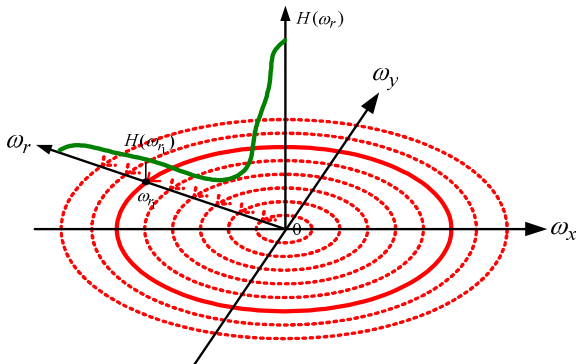


그림 2: 제안된 각도 투영의 개념도

각도 투영법의 개념도를 나타낸다. 그림 2 에서,  $\omega_r$  는 각주파수  $\omega_r = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$  를 나타내며  $H(\omega_r)$  는 각도 주파수  $\omega_r$  에서 각도방향으로의 이차원 푸리에 스펙트

럼의 투영을 의미한다. 즉, 이차원 푸리에 영역에서의 각도 투영은 각 각주파수  $\omega_r$  에서 이차원 푸리에 스펙트럼의 선적분에 의해서 구해짐을 알 수 있다. 각도 투영에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H(\omega_r) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_x, \omega_y) \delta(\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} - \omega_r) d\omega_x d\omega_y \quad (3) \\ &= \int_0^{2\pi} F_p(\omega_r, \phi) d\phi \end{aligned}$$

$H(\omega_r)$  의 역 푸리에 변환을  $h(r_i)$  이라고 하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$h(r_i) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega_r) e^{j2\pi\omega_r r_i} d\omega_r \quad (4)$$

(3)을 (4)에 대입하면

$$\begin{aligned} h(r_i) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} F_p(\omega_r, \theta) d\theta e^{j2\pi\omega_r r_i} d\omega_r \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_p(\omega_r, \phi) e^{j2\pi\omega_r r_i} d\omega_r d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} f_p(r_i, \phi) d\phi \quad (5) \\ &= \int_0^{2\pi} f(r_i \cos \phi, r_i \sin \phi) d\phi \end{aligned}$$

여기서  $F_p(\omega_r, \phi)$  는 각 주파수  $\omega_r$  과 각  $\phi$  에서  $f(x, y)$  의 푸리에 변환이다. 식 (5)는 주파수 영역에서 각도방향으로의 투영은 공간영역에서의 각도 투영과 상응됨을 의미한다. 그 것은 각도 투영이 회전 불변의 성질을 만족함을 설명한다.

## 2.3 회전 및 천이 불변 특징 추출

.본 제안된 알고리즘을 이용한 특징 추출을 위한 과정은 다음과 같다.

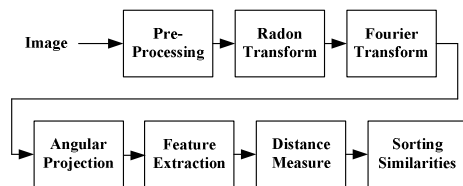


그림 3: 특징추출을 위한 블록다이어그램

### 2.3.1 전처리 과정

특징추출을 하기 이전에 전처리 과정을 통하여 영상이 회전 되었을 때 영상의 모서리 부분을 같은 반지름의 크기로 잘라 주어 푸리에 영역으로 변환했을 때에도 모서리의 효과를 무시할 수 있도록 한다. 영상의 공간 해상도가  $N \times N$  이라면 잘라지는 반지름의 크기는 다음과 같다.

$$r = \sqrt{(N - c_{row})^2 + (N - c_{col})^2} \quad (6)$$

여기서  $c_{row}$  와  $c_{col}$  영상의 중심점을 나타낸다.

그림 4 는 전처리 과정을 통하여 직사각형의 영상이 원형의 영상으로 변경된 것을 나타낸다.

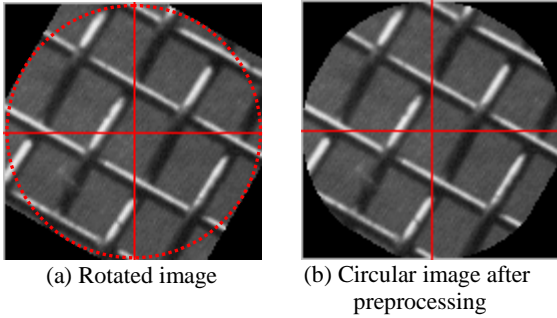


그림 4: 전처리 과정: (a)회전된 직사각형의 영상 (b)전처리 과정을 통하여 모서리가 잘려진 영상

### 2.3.2 라돈변환과 각도투영법

전처리 과정을 거친 영상에 라돈변환이 적용된다. 라돈 변환을 구할 때, 각 각도에서 투영되는 픽셀값이 정수 값에 위치 하지 않을 수도 있기 때문에 선형 보간법 (bi-linear interpolation)을 사용한다[10]. 공간영역에서 영상의 회전은 주파수 영역에서 이차원 푸리에 스펙트럼의 회전을 수반하므로 주파수 영역에서의 각도방향 투영으로 회전 영상에 대한 회전 불변 특성을 얻을 수 있다. 또한 각도 투영은 이차원 푸리에 계수의 크기 즉, 절대값으로 만들어 지기 때문에 천이 불변 특성도 함께 얻을 수 있다.

극좌표계에서 주파수 영역에서의 각도 투영을 보다 용이하게 하기 위해 Central Slice Theorem 을 이용한다.  $s_j$  를 각도  $\theta_j$ 에서의 라돈변환이라고 하면,  $s_j$  의 1 차원 푸리에 변환은 다음과 같다.

$$\mathfrak{S}[s_j(n)] = F_p(\omega, \theta_j) = [c_{j,0} \ c_{j,1} \ \dots \ c_{j,N-1}] \quad j = 0, \dots, N_S - 1 \quad (7)$$

여기서  $c_{j,0}$  는  $\mathfrak{S}[s_j(n)]$  의 DC 계수이고  $c_{j, \frac{N}{2}-1}$  는

$\mathfrak{S}[s_j(n)]$  의 가장 큰 주파수이다.  $N_S$  는 총 시노그램의 개수를 의미하며, 모든 시노그램은 0 부터  $\pi$  까지  $\pi/N_S$  씩 증가하며 얻을 수 있다 [9]. 푸리에 변환의 대칭성을 이용하면 각도 투영은  $[0 \ \pi]$  에서 각도 방향으로 푸리에 계수크기를 더함으로써 수행된다.  $[0 \ \pi]$  상에서 정의되어 고정된 각주파수  $\omega_{f_i}$  에서 더한 푸리에 변환계수의 평균을  $C_i$  라고 하면 그것은 다음과 같이 정의 된다.

$$C_i = \frac{1}{N_S} \sum_{j=0}^{N_S-1} c_{ji} \quad , \quad i = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (8)$$

텍스처 영상에서 푸리에 변환 계수는 더 낮은 주파수 성분의 크기가 높은 주파수 성분의 크기보다 값이 훨씬 크기 때문에 DC 계수를 포함하여 작은 주파수 영역의 에너지가 전체 영상의 에너지의 대부분 차지 한다. 그 것은 작은 주파수 영역의 값이 이 쿼리 영상과 검색 영상사이에서 유사도 측정에 많은 영향을 줄 수 있다는 것을 의미한다. 이러한 효과를 줄이기 위하여 푸리에 계수의 값에 로그를 취함으로써 작은 주파수 영역의 값을 줄여주는 효과를 얻을 수 있고 그 식은 다음과 같다.

$$\tilde{v}_i = \log[1 + C_i] \quad (9)$$

여기서  $\tilde{v}_i$  는 각주파수  $\omega_{f_i}$  에서 각도 투영된  $C_i$  에 로그를 취한 값이다. 특징 벡터의 분별력을 높이기 위하여, 푸리에 계수에 대한 표준편차가 벡터에 추가 될 수 있다. 표준편차에도 로그를 취하며 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\sigma}_{v_i} = \log \left( 1 + \sqrt{\frac{1}{N_S} \sum_{j=0}^{N_S} (c_{ji} - C_i)^2} \right) \quad (10)$$

여기서  $\tilde{\sigma}_{\psi_i}$  는 로그 값이 취해진 표준 편차 이다. 따라서 제안된 각도 투영을 이용한 특징 벡터는 로그 값이 취해진 푸리에 계수와 표준편차로 구성되며 다음과 같다.

$$\mathbf{FV}_{image} = [\tilde{v}_0 \ \tilde{v}_1 \ \dots \ \tilde{v}_{N_{\omega_r}-1} \ \tilde{\sigma}_0 \ \dots \ \tilde{\sigma}_{N_{\omega_r}-1}] \quad (11)$$

인간의 시각시스템(HVS, Human Visual System)에 의하면 주파수 영역에서 더 작은 주파수 영역에 인간의 시각에 더 민감함으로 이 특성을 이용하면 위 벡터의 모든 요소를 다 쓸 필요가 없어 벡터의 차원을 줄일 수 있다. 따라서 각 주파수  $\omega_r$  가 그림 5 에서 보는 것처럼 선택될 수 있으면 그 주파수에서만 각도 투영이 수행된다.

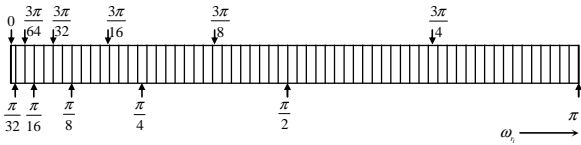


그림 5 특징벡터를 구성하는 주파수 요소

즉 영상의 특징 벡터는 옥타브 크기로 분할된 각주파수에서 각도 투영이 이루어진  $\tilde{v}_i$  와  $\tilde{\sigma}_{\psi_i}$  두개의 요소로 이루어진다. 그림 5 에서 보는 바와 같이 각도 투영이 이루어지는 각 주파수의 위치는 방사방향으로 반씩 줄어 들며 선택된다. 본 알고리즘에서는 12 개의  $\tilde{v}_i$  와 12 개의  $\tilde{\sigma}_{\psi_i}$  가 사용되어 총 24 차원의 특징 벡터가 추출된다.

## 2.4 회전 및 천이 불변

공간영역에서 픽셀의 천이는 주파수 영역에서 위상의 천이를 야기하므로 이산푸리에 변환(DFT)의 결과에 절대값을 취함으로써 쉽게 천이불변 특성을 쉽게 달성할 수 있다. 라돈 변환의 특성으로부터 다음과 같은 식이 도출된다 [8].

$$f(x-x_0, y-y_0) \xrightarrow{\mathfrak{R}} g(s-x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta) \quad (12)$$

여기서  $\mathfrak{R}$  은 라돈 변환을 의미하고,  $f(x-x_0, y-y_0)$  는 공간영역에서 영상이  $x$  축과  $y$  축으로  $(x_0, y_0)$  만큼 천이된 영상이다. 그리고  $g(s-x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta)$  는

천이된 영상을 각도  $\theta$  에서 투영한 영상이다.  $g(s-x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta)$  에 푸리에 변환을 취하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\mathfrak{F}[g(s-x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta)] = G(\omega, \theta) \cdot e^{-2i\omega x_0} \cdot e^{-i(x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta)} \quad (13)$$

식 (13)에 절대값을 취하면 다음과 같다

$$\text{abs}\{\mathfrak{F}[g(s-x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta)]\} = |G(\omega, \theta)| \quad (14)$$

$x_0, y_0$  만큼 천이된 영상이 절대값을 취함으로써 사라짐을 알 수 있다. 식(7)에서  $C_{j,0} C_{j,1} \dots C_{j,N-1}$  는 일차원 투영영상에대한 이산푸리에 변환의 크기 이므로, 천이 불변 특성을 달성할 수가 있다. 그 다음으로, 제안된 알고리즘은 회전 불변 특성에 더 큰 의미가 있다. 공간영역에서 각도  $\theta$  만큼의 회전은 그림 5 에서 보는 것처럼 똑 같은 각도만큼의 회전이 주파수 영역에서 발생한다. 직교좌표계에서 원영상이  $f(x, y)$  라고 하면, 극좌표계에서  $f(r, \theta)$  로 표현할 수 있다. 각도  $\theta_0$  회전한 영상에 대한 푸리에 변환식은  $F(\omega, \varphi + \theta_0)$  가 된다. 여기서  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ,  $u = \omega \cos \varphi$ , and  $v = \omega \sin \varphi$  의 관계를 가지며 이러한 성질을 이용하면 주파수 영역에서 각도 방향을 따라 일차원 투영을 하면 영상이 회전되었다고 해도 회전 불변특성을 얻을 수가 있다. 제안된 알고리즘은 등방성과 규칙성을 가지는 영상에 더 효율적이다. 그러나 그림 6 에서 보는 바와 같이 규칙적인 방향성을 가지는 영상에 대해서도 또한 효율적이다. 예를 들면 수평적인 방향성을 가지는 영상은 수직적인 스펙트럼 특성을 가진다. 방향성을 가지는 영상이 회전하여도 원영상의 스펙트럼이 그만큼 회전하기 때문에 그 영상에 대한 투영을 통하여 회전 불변 특성을 달성할 수가 있다.

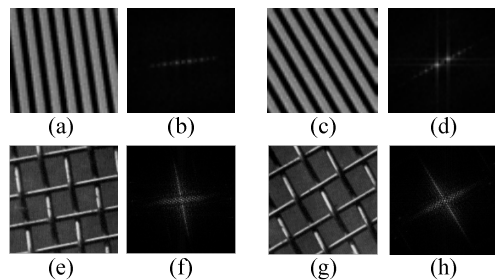


그림 6 텍스처의 특징과 그 스펙트럼

### 3. 실험결과

실험을 위해 MPEG-7 데이터 베이스로부터 얻은 텍스처 영상을 사용하였다. 라돈변환이 0° 와 180° 사이에서 1°씩 증가하며 수행되었고 그림 4 에서 보는 바와 같이 회전된 영상의 가장 부분을 잘라내 주는 전처리 과정을 거친다. MPEG-7 데이터 베이스의 T3로부터 얻은 영상은 동종(homogeneous)의 회전된 영상으로 구성된다. T3 영상은 T1, T2 데이터 베이스로부터 얻는 영상을 10, 15, 20, 30, 40, 50, 75, 80, 100, 110, 130, 135, 140, 160 도만큼 회전한 것이며 공간해상도는 512x512 크기를 가지는 영상을 가로와 세로축으로 4등분씩 하여 하나의 영상 당 128x128 의 크기를 가지도록 만들었다. T3로부터 얻는 텍스처 영상은 20 개의 서로다른 패턴을 가진다. 본 실험에서는 30 도 회전한 영상을 쿼리 영상으로 주었을 때 얼마나 관련 영상이 검색되는 가를 카운트 함으로써 검색률을 측정한다. 쿼리 영상은 그림 7에 보는 것과 같다

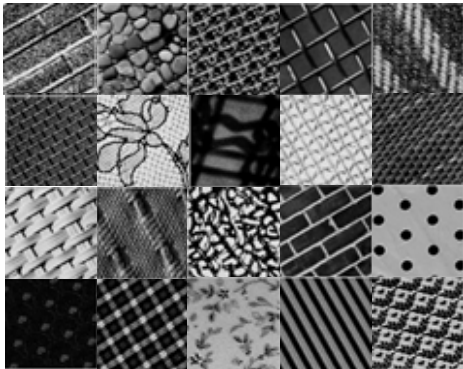


그림 7: 쿼리 텍스처 영상

표 1(a)는 인간의 시각 시스템의 기반하여 24 차원의 특징 벡터를 가지는 20 개의 텍스처 영상에 대한 92.50% 평균 검색률(AVRR)을 보여준다. 표 1(b)는 HVS 를 고려하지 않고 모든 벡터차원(128)을 다 사용하였을 때 98.50%의 검색률로 조금 개선된 검색률을 보여준다. 평균검색률과 검색률은 16 개의 관련 영상 중에서 얼마나 많은 영상이 검색되는 가를 측정한다. 평균검색률과 검색률은 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$RR = \frac{\text{The number of retrieved images}}{\text{The number of ground truth}} \quad (18)$$

$$AVRR = \frac{\sum_{i=1}^{\text{number of query}} RR_i}{\text{The number of query}} \quad (19)$$

표 1 : 검색률

Sample Texture	Retrieval Rate (%)	Sample Texture	Retrieval Rate (%)
1.5.0.6	100.00	D65	81.25
br07	93.75	D83	81.25
ch01	93.75	D87	100.00
d1	93.75	D95	100.00
d11	87.50	ti01	81.25
d14	100.00	ti02	100.00
d41	81.25	ti03	100.00
d46	100.00	ti06	68.75
d52	100.00	ti20	100.00
d55	93.75	ti22	93.75
AVRR		92.50%	

a)HVS based feature vector with the dimension of 24

Sample Texture	Retrieval Rate (%)	Sample Texture	Retrieval Rate (%)
1.5.06	100.00	d65	100.00
br07	100.00	d83	100.00
ch01	100.00	d87	100.00
d1	100.00	d95	100.00
d11	100.00	ti01	100.00
d14	100.00	ti02	100.00
d41	100.00	ti03	100.00
d46	81.25	ti06	93.75
d52	100.00	ti20	100.00
d55	100.00	ti22	100.00
AVRR		98.75%	

b) Feature vector with the dimension of 128

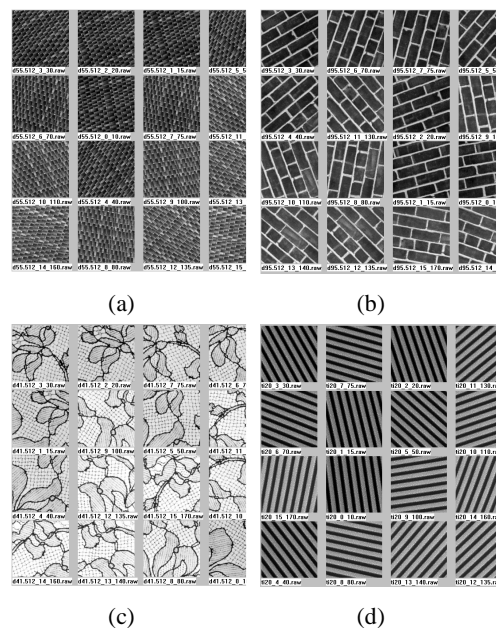


그림 8: 검색된 영상의 예 (a): 미세 영상 (b), (d): 방향성을 가지는 영상 (c): coarse 영상

그림 8 에서 왼쪽 맨위의 영상이 쿼리영상이고 나머지 영상이 유사도 순서로 검색된 영상이다. 그림 8(a)에서 보는 것처럼 제안된 알고리즘은 규칙적이고 방향성을 가지는 텍스처 영상의 검색에 효율적임을 알 수 있다. 본 실험에서는 유사도 측정을 위해 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=0}^{N/2-1} (\tilde{v}_k^i - \tilde{v}_k^j)^2} + \sqrt{\sum_{k=0}^{N/2-1} (\tilde{\sigma}_k^i - \tilde{\sigma}_k^j)^2}$$

여기서  $i$  와  $j$  는 쿼리 영상과 데이터 베이스에 있는 영상에 대한 인덱스 이다.  $d_{ij}$  는 두 영상간의 유클리드 거리이다.

### 3.1 다른 알고리즘과의 비교

가보필터기반의 회전 불변 영상 검색이 가장 우수한 검색방법으로 알려져 왔다[11]. 하지만 가보 기반의 방법은 계산의 복잡도가 큰 단점이 있고 채널의 수를 어떻게 결정할 것인가를 결정하기가 쉽지 않다. 제안된 방법은 가보 기반의 알고리즘에서 사용한 필터링 방법을 사용하지 않기 때문에 상대적으로 계산의 복잡도가 낮은 것을 알 수 있다.

### 4. 결론

본 논문은 회전 및 천이 불변 특징 추출에 관한 새로운 방법을 제시한다. 각도 투영법은 극좌표계에서 각도 방향을 따라 푸리에 주파수 계수의 선적분으로 정의된다. 픽셀영역과 주파수영역간의 관계에서 제안된 각도 투영법은 회전 불변 특성을 유지한다. 또한 검색률을 높이기 위하여 각 주파수에 대한 표준편차를 추가한다. 제안된 각도 투영을 위한 회전 및 천이 불변 특징 벡터 추출은 인간의 시각 시스템을 이용하면 적은 차원의 벡터로 효과적으로 구성될 수 있다. 또한 제안 방법은 등방성 및 방향성을 가지는 영상에대해서도 좋은 검색률을 보임을 알 수 있다.

### 5. 참고문헌

1. Jianguo Zhang and Tieniu Tan, "Brief review of invariant texture analysis methods," Pattern Recognition, vol. 35, pp. 735-747, 2002.

2. B.S. Manjunath and W. Y. Ma, "Texture Features for Browsing and Retrieval of Image Data," IEEE Transaction on Pattern and Machine Intelligent, vol. 8, no. 8, 1999.
3. H. Greeenspan, S. Belongic and R. Goodman, "Rotation invariant texture recognition using a steerable pyramid," Proceeding of ICPR94, pp. 162-167, 1994.
4. Y. Chitre and A. P. Dhawan, "M-band wavelet discrimination of natural texture classification," Pattern Recognition, vol. 32, pp. 773-789, 1999.
5. Yong Man Ro, Munchurl Kim, Ho Kyung Kang, B. S. Manjunath and Jinwoong Kim, "MPEG-7 Homogeneous Texture Descriptor," ETRI Journal, vol. 23, no. 2, June 2001.
6. George M. Haley and B.S. Manjunath, "Rotation-Invariant Texture Classification Using a Complete Space-Frequency Model," IEEE Transaction on Image Processing, vol. 8, no.2, February 1999.
7. Yong Man Ro and Ho Kyung Kang, "Hierarchical rotational invariant similarity measurement for MPEG-7 homogeneous texture descriptor," Electronics Letters, vol. 36, no. 15, July 2000.
8. Ching-Yung, Jeffrey A.Bloom, Ingermar J. Cox, Matt L. Miller and Yui Man Lui, "Rotation, Scale, and Translation Resilient Watermarking for Images," IEEE Transaction on Image Processing, vol. 10, no. 5, May 2001.
9. Anil K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice Hall, 1989.
10. Peter Toft, "The Radon Transform Theory and Implementation," Ph. D. Thesis - Department of Mathematical Modeling Section for Digital Signal Processing, Technical University of Denmark.
11. Trygve Raden and John Hakon Husoy, "Filtering for Texture Classification: A Comparative Study," vol. 21, no. 4, April 1999.