

# 고속전철 주행에 따른 가동 브래킷의 동적하중 Dynamic Load at the Bracket of High Speed Train

이승일\*      최연선\*\*  
Lee, Seung Il, Choi, Yeon Sun

## ABSTRACT

The catenary system of a high speed train is designed to have a flexibility to ensure the contact with a pantograph during high speed running. The flexibility brings a vibration inevitably. The vibration is transferred to a utility pole through brackets. Therefore, the examination of dynamic load at the bracket due to train running is necessary for the design of the bracket. In this research, an equation of motion is derived to calculate the dynamic load at the bracket during high speed running and a computer program is developed. Also, the calculated results are compared to characterize the dynamic load at the bracket.

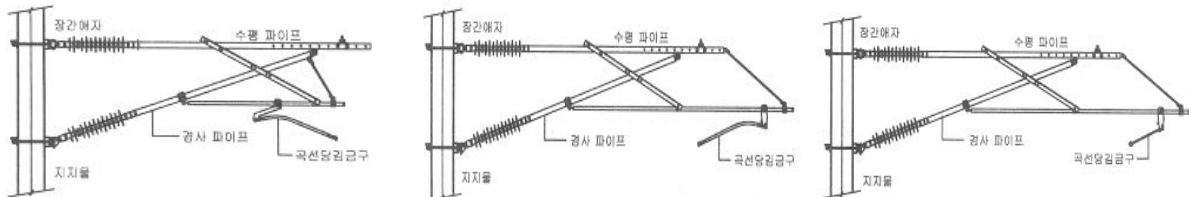
## 1. 서론

고속주행 중에서도 확실한 접촉을 유지하기 위해 가선계와 판토틀래프는 유연성을 가지도록 설계된다. 이러한 유연성은 가선계와 판토틀래프의 진동을 유발하고, 발생한 진동은 브래킷을 통해 전신주로 전달된다. 이때 브래킷은 열차주행에 따른 동적하중을 받게 된다. 또한 이러한 진동으로 브래킷의 풀림 현상이나 동적하중에 따른 균열 및 파손현상이 발생하여 열차사고를 유발할 수 있다. 그러므로 고속주행에 적합한 브래킷 설계를 위해서는 브래킷에 걸리는 동적하중을 검토하여야 한다.

가선계와 관련된 연구로는 정대현<sup>1)</sup>은 주행 중인 고속전철의 가선계와 판토틀래프의 동특성을 해석을 위한 알고리즘을 개발하였고, 김정수<sup>2)</sup>는 시뮬레이션을 통해 한국형 고속전철의 가선계의 설계변수 변화에 따른 동특성을, 최연선<sup>3)</sup>은 가선계의 강성의 변화에 따른 집전성능을 권삼영<sup>4)</sup>은 기존 터널구간에서 사용하는 터널 브래킷을 사용할 때 지지하는 가선시스템의 최고운행속도를 예측하였다. 그러나 가동 브래킷에 걸리는 동적하중에 대한 연구는 없다. 이에 본 연구에서는 고속전철 주행에 따른 가동 브래킷에 걸리는 동적하중을 계산하고자 해석모델을 이용하여 운동방정식을 유도하고 컴퓨터계산과 수치해석을 통하여 조가선의 변위를 계산하고, 이를 통하여 가동 브래킷에 작용하는 동적하중을 계산하였다. 또한, 주행속도와 가동 브래킷의 강성값의 변화에 따른 가선계 가동 브래킷의 동특성을 검토하였다.

## 2. 가동 브래킷<sup>5)</sup>

카테너리 가선방식의 전차선로에서 전차선과 조가선을 지지하기 위하여 전주 또는 하수강에 설치한 외팔보를 브래킷(bracket)이라 한다. 가동 브래킷은 Fig. 1과 같이 I형, O형, F형으로 분류하며 각 전주의 선로조건에 따라 설치하게 된다.



(a) I-type

(b) O-type

(c) F-type

Fig. 1 Catenary brackets

\* 한국철도대학, 정회원

\*\* 성균관대학교 교수, 정회원

### 3. 이동 점하중에 의한 가동 브래킷의 동적응답<sup>6)</sup>

고속전철 주행 중 가동 브래킷에 걸리는 하중을 수학적으로 계산하기 위해 Fig. 2와 같이 가선계를 모델화하였다. 즉 현은 양단에서 스프링 요소로 지지되어있고, 현과 접촉하는 하중이 속도와 같이 이동한다. 이동 점하중에 대한 현의 운동방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

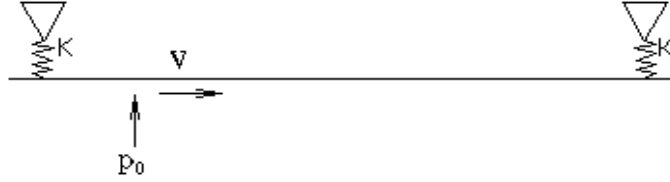


Fig. 2 One-level catenary under moving load

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{P_0}{\rho} \delta(x - vt) \quad (1)$$

여기서, C는 현의 파동 전파 속도로서 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$C = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (2)$$

여기서 T는 트롤리션의 장력(N), ρ는 트롤리션의 단위 길이당 질량(kg/m)이며, 양단이 자유단이므로 모드형상은 cosine 함수로 가정할 수 있다. 식 (1)의 이동 점하중을 Fourier cosine 변환을 하면 다음과 같다.

$$\frac{P_0}{\rho} \delta(x - vt) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi(t) \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (3)$$

여기서,

$$\Phi(t) = \frac{2}{l} \int_0^l \left\{ \frac{P_0}{\rho} \delta(x - vt) \cos \frac{n\pi}{l} x \right\} dx \quad (4)$$

따라서 식 (4)을 식 (3)에 대입하면 이동 점하중은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{P_0}{\rho} \delta(x - vt) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2P_0}{\rho l} \cos \frac{n\pi v}{l} t \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (5)$$

식 (5)을 식 (1)에 대입하면 가진항이 있는 파동방정식이 된다.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi v}{l} t \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (6)$$

식 (6)을 시간 t에 대해, Laplace 변환하면 아래와 같고,

$$S^2 Y(S, x) - S y(0, x) - \dot{y}(0, x) - C^2 Y''(S, x) = \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S}{S^2 + \left(\frac{n\pi v}{l}\right)^2} \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (7)$$

여기서 초기 조건을 아래와 같이 가정하여 정리하면 식 (9)가 된다.

$$y(0, x) = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t}(x, t) = 0 \quad (8)$$

$$S^2 Y(S, x) - C^2 Y''(S, x) = \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S^2}{S^2 + \left(\frac{n\pi v}{l}\right)^2} \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (9)$$

식 (9)은 x에 관한 2계 상미분방정식 형태가 되므로 x에 관해서 풀면 아래와 같다.

$$Y = A e^{-\frac{S}{C}x} + B e^{\frac{S}{C}x} + \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l^4 S^2}{(l^2 S^2 + (n\pi C)^2)(l^2 S^2 + (n\pi V)^2)} \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (10)$$

식 (10)을 Laplace 역 변환하면

$$y(t, x) = A\delta(t - \frac{x}{C}) + B\delta(t + \frac{x}{C}) + \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l^2}{n^2 \pi^2 (C^2 - v^2)} \left\{ -\cos \frac{n\pi C}{l} t + \cos \frac{n\pi v}{l} t \right\} \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (11)$$

식 (11)의 식 (3)의  $\delta$ 함수 전개를 이용하여 제1항과 제2항을 Fourier변환하고, 정리하면 아래와 같다.

$$y(t, x) = \frac{2A}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \cos \frac{n\pi C}{l} t \cos \frac{n\pi}{l} x \right\} - \frac{2B}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \cos \frac{n\pi C}{l} t \cos \frac{n\pi}{l} x \right\} + \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l^2}{n^2 \pi^2 (C^2 - v^2)} \left\{ -\cos \frac{n\pi C}{l} t + \cos \frac{n\pi v}{l} t \right\} \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (12)$$

식 (12)에 식 (8)의 초기조건을 대입하면  $A-B=0$ 이 되어 제차항(homogeneous term)에 의한 응답은 무시된다. 결국 이동하중  $P_0$ 가  $x=0$ 에서  $x=l$  까지 이동할 때  $x=0$ 에서의 변위는

$$y(t, 0) = \frac{2P_0}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2 - \beta_n^2} (\cos \beta_n t - \cos \alpha_n t) \quad (13)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi C}{l}, \quad \beta_n = \frac{n\pi v}{l}$$

식 (13)에 KTX 전차선(contact wire) 가설계변수를 대입하고 속도변화에 따른 전차선의 변위를 계산하면 Fig. 3과 같이 된다. 즉 주행속도가 증가함에 따라 전차선의 변위도 증가함을 알 수 있다.

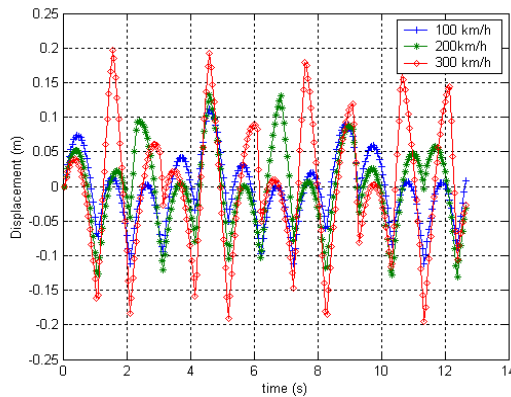


Fig. 3 Displacement patterns of one level catenary

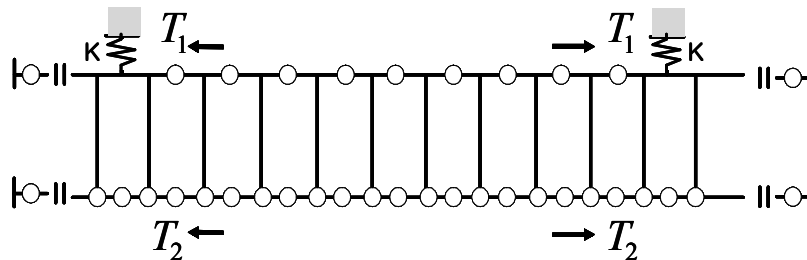


Fig. 4 Lumped model of simple catenary

#### 4. 가선계 수치해석<sup>5)</sup>

가동 브래킷에 작용하는 힘을 계산하기에는 전 절의 수학적 해석만으로는 한계가 있다. 이에 KTX 터널구간 가선계 운동에 연구<sup>7)</sup>을 수정 보완하여 가동 브래킷의 운동을 수치해석 하였다. 가선계는 자중을 지지하는 조가선, 전차선, 행거, 드로퍼 등을 이용하여 Fig. 4와 같이 전차선의 수평을 유지한다고 가정하고, 가선계는 압축, 모멘트를 받지 않는 현(string)으로써 상하 진동만 고려한다. 또한, 실제 가선계는 분포질량(distributed mass)계이나 유한개의 집중질량(lumped mass)계로 모델링하고, 행거와 드로퍼에 작용하는 인

장과 압축은 무시할 정도로 작고 질량은 없다고 가정한다. 질점에 작용하는 강성은 상호 이웃하는 질점의 변위 차에 의해서 영향을 받고, 감쇠는 점성감쇠로, 가동 브래킷과 조가선은 스프링으로 연결되었다고 가정한다. 전차선을 집중질량계로 모델링 한 Fig. 4에서  $i$  질점에 스프링력( $F_{s,i}$ ), 감쇠력( $F_{d,i}$ )과 판토히크로부터 외력( $F_{p,i}$ )이 작용한다면 아래의 운동방정식이 성립한다.

$$m_i \ddot{x}_i(t) = F_{s,i} + F_{d,i} + F_{p,i} \quad (14)$$

$i$ 는 질점의 갯수이다. 각 질점이 상하변위만 한다고 가정하면, 이웃 질점과의 변위차가 있는 경우 장력  $T$ 로 인한 복원력, 즉 스프링력(spring force)이 질점  $i$ 에 발생하게 된다.

$$F_{s,i} = - \sum_j \frac{T_j}{d} \{2x_i(t) - x_{i+1}(t) - x_{i-1}(t)\} \quad (15)$$

$d$ 는 이웃질점간의 거리,  $T_j$  및  $C_j$ 는 질점이 놓여있는 가선 각각의 선에 주어진 장력 및 점성 감쇠상수이다. 가선의 진동에 따른 감쇠를 선형 형태의 점성감쇠(viscous damping)으로 가정하면 임계점성 감쇠상수는 아래와 같으며 전차선의 감쇠비는 5%이고 조가선의 감쇠비는 1%정도이다.

$$C_{cr} = \frac{2l}{n\pi d} \sqrt{\rho T} \quad (16)$$

$l$  : 지지점간의 스패길이(m),  $d$  : 질점간의 거리(m),  $\rho$  : 현의 선밀도(Kg/m),  $T$  : 가선의 장력(kg),  $n$  : 진동차수, 질점  $i$ 에 작용하는 감쇠력은 이웃 질점과의 속도에 결정되며 아래와 같이 표현된다.

$$F_{d,i} = - \sum_j C_j \{2\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t) - \dot{x}_{i-1}(t)\} \quad (17)$$

Fig. 5는 KTX에 사용되는 판토히크의 3 자유도계 모델이고 3 자유도 판토히크와 전차선이 접촉할 때 접촉력을 식(18)의 같이 계산된다.

$$P_m(t) = \frac{D_1 - \gamma D_2 - \delta D_3}{\left\{ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{m}(\alpha\gamma + \beta\delta) \right\} \Delta t^2} \quad (18)$$

여기서,  $D_1 = 2Y_1(t) - Y_1(t - \Delta t) - \frac{\Delta t^2}{M_1} \{K_1 \{Y_1(t) - Y_2(t)\} - 0.018v^2\}$

$D_2 = 2x_i(t) - x_i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} \{F_{s,i} + F_{d,i}\}$

$D_3 = 2x_{i+1}(t) - x_{i+1}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} \{F_{s,i+1} + F_{d,i+1}\}$

가동 브래킷의 변위는 고정점에서의 변위이므로 판토히크 이동에 따른 가동 브래킷에 연결된 조가선의 변위를 출력하면 된다, 조가선 변위에 가동 브래킷의 강성을 곱하면 가동 브래킷에 걸리는 동적하중을 계산할 수 있다.

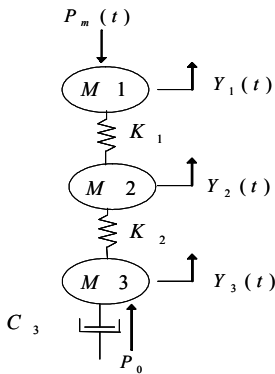


Fig. 5 Pantograph model of KTX

Table 1 KTX catenary system parameters

| Catenary Section | Contact wire | Messenger wire |
|------------------|--------------|----------------|
| Tension          | 20 KN        | 14 KN          |
| Line density     | 1.332 kg/m   | 0.605 kg/m     |
| Damping ratio    | 0.05         | 0.01           |
| Dropper number   | 9개 (1span)   |                |
| Pole length      | 63 m         |                |

Table 2 Parameters of pantograph

| Parameters | Value                |
|------------|----------------------|
| M1         | 7.0 kg               |
| M2         | 8.1 kg               |
| M3         | 23.0 kg              |
| K1         | 9000 N/m             |
| K2         | 1200 N/m             |
| C3         | 140 Ns/m             |
| P0         | 70 N                 |
| FA         | 0.018*v <sup>2</sup> |

## 5. 가동 브래킷의 동적응답

가동 브래킷의 통특성 해석을 수행하기 위하여 Table 1과 같은 경부고속철도 고속선 구간 가선계의 설계변수를 사용하였다. Table 2는 판토히그래프의 물성치를 나타내고 있다. 전차선과 조간선의 감쇠비는 각각 5 %와 1 %이다<sup>7)</sup>. 가선계는 6개 경간으로 구성되며, 경간 길이는 63 m이다. Fig. 6은 주행속도 (100, 200, 300 km/h)와 가동 브래킷 강성값(1, 10, 100 kN/m)의 변화에 따른 6개 경간 지지점 조가선의 변위를 나타내고 있다. 즉 일정한 속도로 주행하는 판토히그래프가 경간 1~6까지 지나감에 따른 경간 지지점에서의 조간선의 변위를 나타내고 있다. 판토히그래프가 지나감에 따라 앞 경간부터 가동 브래킷 부위의 진동이 발생함을 확인할 수 있으며, 2번째 경간 가동 브래킷의 변위가 커짐을 알 수 있었다. Fig. 7의 (a)와 (b)는 가동 브래킷의 강성값과 주행속도에 변화에 따른 2번째 경간 지지점에서의 조가선의 변위를 나타내고 있다. Fig. 7의 (a)에서와 같이 일정 속도에서 가동 브래킷의 강성값이 감소함에 따라 조가선의 변위가 증가함을 확인할 수 있었고, Fig. 7의 (b)에서와 같이 일정 가동 브래킷의 강성값에서 주행속도가 증가함에 따라 조가선의 변위도 증가함을 확인할 수 있었다. Fig. 8과 Fig. 9는 가동 브래킷의 강성값과 주행속도에 변화에 따른 2번째 경간 지지점에서의 조가선의 최대변위와 가동 브래킷에 작용하는 최대하중을 나타내고 있다. Fig. 8에서와 같이 최대변위는 가동 브래킷의 강성값이 증가함에 따라 조가선의 변위가 감소함을 확인할 수 있었고, 주행속도가 증가함에 따라 증가함을 알 수 있었다. Fig. 9에서와 같이 가동 브래킷에 작용하는 동적하중은 주행속도가 증가함에 따라 증가함을 알 수 있었고, 강성값이 증감함에 따라 증가함을 알 수 있었다.

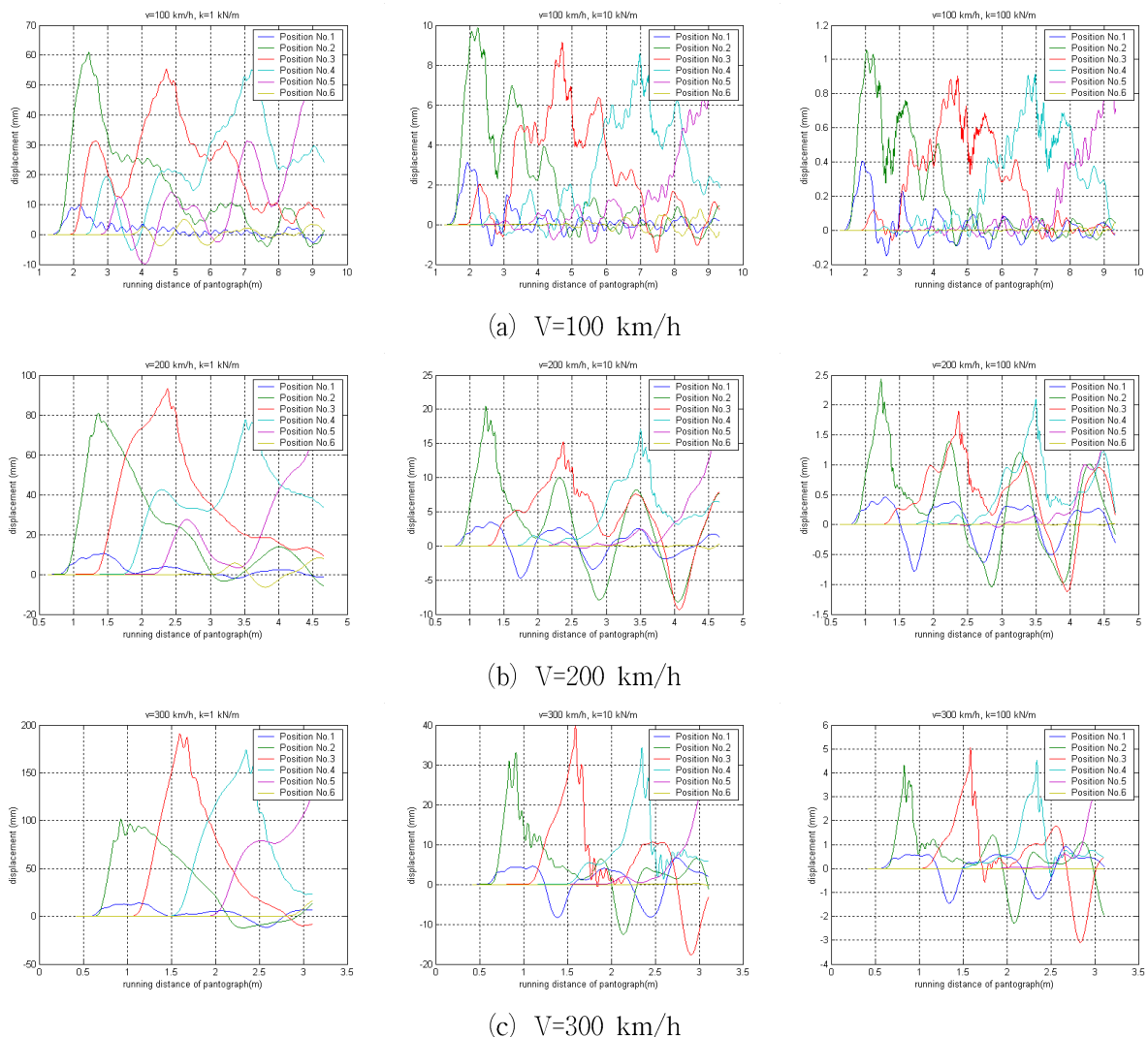


Fig. 6 Displacement of the messenger wire at the bracket

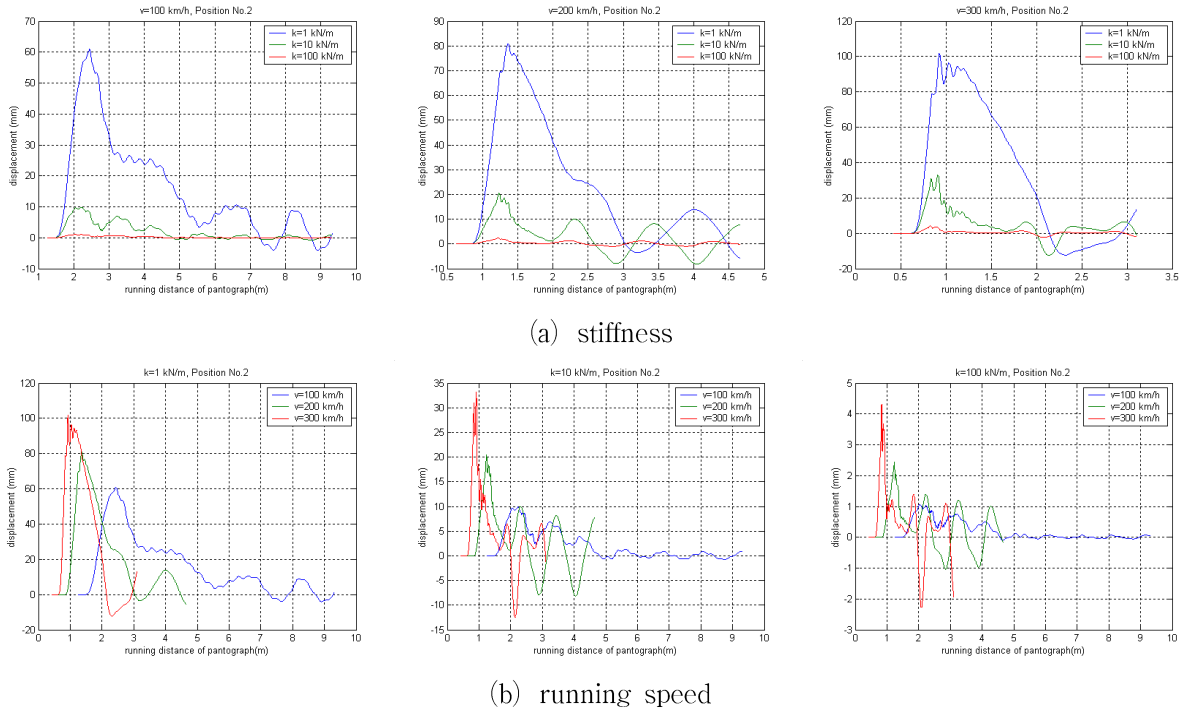


Fig. 7 Displacement of messenger wire bracket stiffness vs. running speed

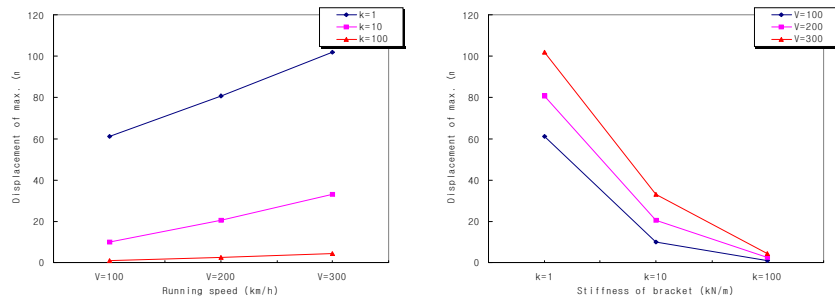


Fig. 8 messenger wire maximum displacement running speed vs. stiffness

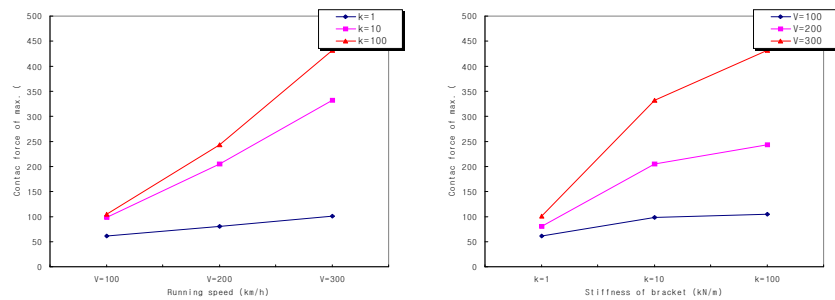


Fig. 9 messenger wire maximum contact force running speed vs. stiffness

## 6. 결론

고속주행 시 경간 지지점인 가동 브래킷에 작용하는 동적하중을 검토하기 위해 컴퓨터를 이용한 계산과 해석모델을 이용하여 운동방정식을 유도하고 수치해석을 수행하였다. 해석결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

컴퓨터를 이용한 계산결과와 수치해석의 계산결과가 정성적으로 유사한 경향이 나타나 수치해석에 대한 타당성을 검증할 수 있었다. 또한 일정속도에서 브래킷의 강성값이 감소함에 따라 조가선의 변위가 증가

함을 확인할 수 있었고, 일정 가동 브래킷의 강성값에서 주행속도가 증가함에 따라 조가선의 변위도 증감함을 확인할 수 있었다. 또한 경간 지지점인 가동 브래킷에 작용하는 힘, 즉 가동 브래킷의 접촉력은 일정속도에서 브래킷의 강성값이 증가함에 따라 증가하고, 일정 가동 브래킷의 강성값에서 주행속도가 증가함에 따라 증가함을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. 정대현, 최연선, "고속전철 Catenary/Pantograph계의 동적응답에 대한 수치해석," 성균관대학교 과학기술연구소, 성대논문집 (과학기술편), Vol. 42, No. 1 pp. 377~390. 1991.
2. 김정수, 박성훈, "설계변수 변화에 따른 KTX 가선계의 동적응답 해석," 한국소음진동공학회지, 제 11권, 제 2호, pp. 346~353. 2001.
3. 최연선, "가선계의 강성변화와 판토히의 집전성능," 한국철도학회 춘계학술대회논문집, pp. 598~605. 2000.
4. 권삼영, 이기원, 창상훈, M'hamed Matri, "터널 브래킷을 사용한 가선시스템의 최고속도 예측 및 검토," 한국철도학회 추계학술대회논문집, pp. 628~635. 2000.
5. 최연선, "가선시스템의 변화에 따른 집전성능 향상 방안 연구," 연구보고서, 한국철도기술연구원, 2004.
6. A. V. Metrikine, A. L. Bosch, "Dynamic response of a two-level catenary to a moving load," Journal of Sound and Vibration, Vol.292, pp. 676-693, 2006.
7. 손건호, 이승일, 최연선, "터널구간 가선계의 집전성능," 한국철도학회논문집, Vol.8, No.1, pp.51-56, 2005.