

# 사장교 거더와 주탑의 안정성 검토를 위한 ASD와 LRFD 설계법 비교

## Comparison of Stability Evaluation Methods using ASD and LRFD Codes for Girders and Towers of Steel Cable-Stayed Bridges

최동호\* · 유훈\*\*

Choi, Dong-Ho · Yoo, Hoon

### ABSTRACT

The main objective of this paper is to compare economical effectiveness of typical methods for checking stability in principal components of steel cable-stayed bridges. Elastic and inelastic buckling analyses are carried out for frame-like numerical models of cable-stayed bridges. The axial-flexural interaction equations prescribed in AASHTO Allowable Stress Design (ASD) and AASHTO Load and Resistance Factor Design (LRFD) are used in order to check the stability of principal components. Parametric studies are performed for numerical models which have the center span length of 300m, 600m, 900m and 1200m with different girder depths. Peak values of the interaction equations are calculated at the intersection point between girders and towers. These peak values are considered as a major factor to design of principal components of cable-stayed bridges. As a result, more economical design for girders and towers can be feasible using the inelastic buckling analysis. In addition, LRFD codes are more economical about 20% on the average than ASD codes for all numerical models of cable-stayed bridges.

**Keywords:** elastic buckling analysis, inelastic buckling analysis, ASD, LRFD

### 1. 서론

사장교는 수려한 외관과 경제적인 설계 및 효율적인 구조적 특성으로 인하여 중장대 규모의 교량에 많이 적용되는 교량 형식이다. 이러한 사장교의 주요부재는 거더와 주탑 및 케이블로 구분된다. 케이블은 거더와 주탑의 자중과 활하중으로부터 발생하는 인장력을 저항하는 부재로 설계되며, 반면에 거더와 주탑은 케이블과 주요부재의 교차점 사이에 발생하는 휨모멘트와 압축력을 동시에 지지하는 부재로 설계된다(Troitsky, 1988). 사장교의 중앙경간이 증가함에 따라 거더와 주탑에 발생하는 압축력이 증가하기 때문에 특히 장경간 사장교의 설계시에 거더와 주탑의 좌굴 안정성은 매우 중요한 설계 인자라 할 수 있다(Iwasaki, 2001). 또한 사장교의 주요부재는 설계하중 하에서 케이블의 새그, 거더와 주탑의 압축력과 휨모멘트의 상관관계 및 대변위 효과 등으로 인한 기하학적인 비선형 거동을 보인다(Wang 등, 2002; Shu와 Wang, 2001; Xi와 Kuang, 2000). 따라서 사장교 주요부재의 안정성 검토시에 이러한 비선형성이 반드시 고려되어야 한다.

\* 정희원 · 한양대학교 토목공학과 부교수, E-mail: samga@hanyang.ac.kr

\*\* 정희원 · 한양대학교 토목공학과 박사과정, E-mail: csmile@ihanyang.ac.kr

현재 국내에서는 사장교 주요부재의 안정성 평가방법으로 도로교설계기준(2005)에서 규정된 압축력-휨 모멘트 상관방정식인 용력검토식과 안정검토식을 적용하고 있다(최동호 등, 2005). 그러나 주요 부재의 단부 경계조건을 명확히 결정할 수 없다는 점과 각 부재의 유효좌굴길이를 정확히 산출할 수 없다는 문제점이 있으며 하중저항계수법을 적용한 설계 방법은 아직 도입되지 못하고 있는 실정이다. 따라서, 본 논문에서는 사장교 주요부재의 안정성 검토방법으로 분기형 좌굴이론을 기반으로 한 탄성좌굴해석과 비탄성좌굴해석을 적용하여 허용용력설계법(ASD) 및 하중저항계수설계법(LRFD)의 경제적인 효율성을 비교하였다. 또한, 사장교 중앙경간의 길이와 거더의 높이와 같은 사장교의 설계 변수가 사장교 주요부재의 안정성에 미치는 영향을 분석하였으며 분석 결과를 이용하여 경제적으로 가장 효율적인 안정성 검토방법을 제안하였다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 기둥의 기준강도곡선

각국의 설계기준에서는 실제기둥의 제작 및 시공오차에 의한 초기결함, 용접잔류응력, 단면형상 등을 고려하여 실험에 바탕을 둔 다양한 실험곡선식을 사용하고 있는데 이 곡선을 기준강도곡선이라 한다. 현재 AASHTO 허용용력설계기준(AASHTO, 1996)과 AASHTO 하중저항계수설계기준(AASHTO, 2004)에서는 표 1과 같이 기준강도  $F_{cr}$ 을 규정하고 있다.

표 1 기둥의 기준강도곡선

허용용력설계기준	하중저항계수설계기준
$F_{cr} = \begin{cases} \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} & \text{when } \lambda \geq C_c \\ \left(1.0 - \frac{\lambda^2 F_y}{4\pi^2 E}\right) F_y & \text{when } \lambda < C_c \end{cases}$	$F_{cr} = \begin{cases} \frac{0.877\pi^2 E}{\lambda^2} & \text{when } \lambda \geq 1.5 \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_y}} \\ 0.658 \lambda^2 \left(\frac{F_y}{\pi^2 E}\right) F_y & \text{when } \lambda < 1.5 \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_y}} \end{cases}$

여기서,  $\lambda$ 는 세장비이며  $Kl/r$ 로 정의된다.  $Kl$  및  $r$ 은 각각 유효좌굴길이와 단면 2차반경을 나타내며  $C_c$ 는 기둥의 탄성과 비탄성좌굴영역을 구분하는 값으로  $C_c = \sqrt{2\pi^2 E/F_y}$ 로 정의된다.  $F_y$ 는 기둥의 항복응력을 의미한다.

### 2.2 탄성좌굴해석

탄성이론에 근거한 분기형 좌굴이론은 수치 해석적으로 구조계의 강성이 0이 되는 시점을 고유치 해석을 통하여 계산하는 방법으로 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$([K_e] + \kappa [K_g]) \{\phi\} = 0 \quad (1)$$

여기서  $[K_e]$ 는 선형 탄성강성행렬,  $[K_g]$ 는 기하강성행렬,  $\{\phi\}$ 는 좌굴 모드 형상을 나타낸다.

### 2.3 비탄성 좌굴해석

비탄성 좌굴해석은 기둥의 기준강도곡선과 반복 고유치해석을 이용하여 탄소성을 고려한 구조 전체계 좌굴강도를 구하는 근사해석 방법이다. 비탄성 좌굴해석을 이용한 고유치 해석 방법은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$([K_e(E_t)] + \kappa [K_g])\{\phi\} = \{0\} \quad (2)$$

사장교의 각 부재는 탄성좌굴, 비탄성좌굴 및 항복으로 거동할 수 있으며 이때 각 부재는 각기 다른 접선 탄성계수  $E_t$ 를 가진다. 비탄성좌굴해석에서는 식 (2)에 의하여 계산된 최소고유치와 선형탄성해석에서 계산된 부재력을 이용하여 각 부재의 좌굴하중과 유효좌굴길이를 계산한다. 각 부재의 접선탄성계수는 좌굴하중으로부터 계산되는 좌굴응력과 부재의 유효좌굴길이 및 기준강도곡선으로부터 계산된 설계기준강도가 일치하도록 반복 고유치해석을 수행하여 결정된다. 각 부재의 접선탄성계수가 모두 수렴되면 각 부재의 최종 유효좌굴길이 및 좌굴응력을 산정할 수 있다. 그림 1은 비탄성 좌굴해석 과정을 도시한 것이다.

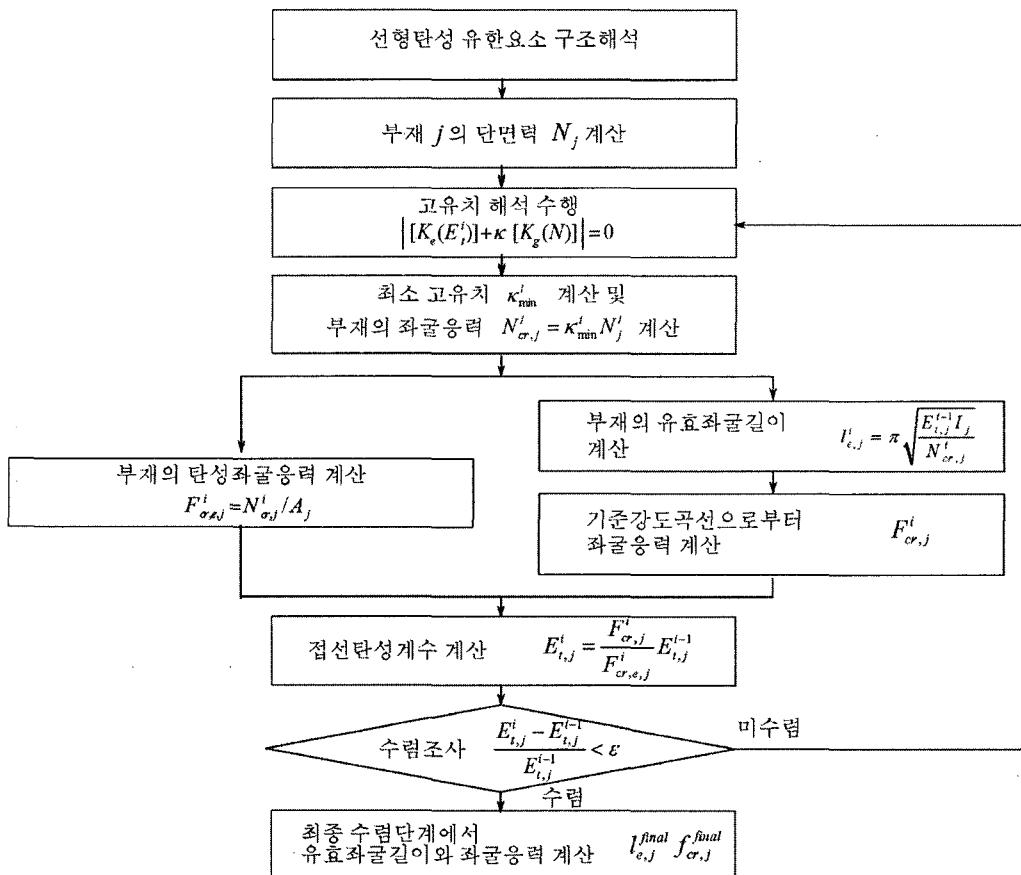


그림 1 비탄성 좌굴해석의 해석 흐름도

### 3. 좌굴안정성 검토방법

본 연구에서는 사장교 강거더와 강주탑의 안정성 검토를 위하여 표 2에 정리된 바와 같이 해석방법으로 탄성좌굴해석(Method 1)과 비탄성좌굴해석(Method 2)을 적용하였고, 설계검토방법으로 허용응력설계법(ASD) 및 하중저항계수설계(LRFD)법에서 규정하고 있는 축력과 모멘트를 동시에 받는 부재의 안정성검토를 위한 상관방정식을 적용하였다. Method 1과 Method 2의 주요한 차이점은 허용응력설계법과 하중저항계수설계법의 상관방정식에서 허용축방향압축응력( $F_c$ )과 공칭축압축강도( $P_n$ )를 계산하는 방법에 있다. Method 1에서는 탄성좌굴해석에서 계산된 최소고유치와 유효좌굴길이를 이용하여 각 부재의 허용축방향압축응력과 공칭축압축강도를 계산함에 반하여 Method 2에서는 비탄성좌굴해석의 수렴된 고유치와 유효좌굴길이를 이용하여 각 부재의 허용축방향압축응력과 공칭축압축강도를 계산한다.

Method 1에서는 탄성좌굴해석을 수행하며, AASHTO의 허용응력설계법에서 규정하고 있는 상관방정식을 부재의 안정성 검토방법으로 적용하고(Method 1-ASD) AASHTO의 하중저항설계법에서 규정하고 있는 상관방정식을 부재의 안정성 검토방법으로 적용한다(Method 1-LRFD). 또한, Method 2에서는 비탄성좌굴해석을 수행하며, AASHTO의 허용응력설계법에서 규정하고 있는 상관방정식과(Method 2-ASD) AASHTO의 하중저항설계법에서 규정하고 있는 상관방정식을 부재의 안정성 검토방법으로 적용한다(Method 2-LRFD).

표 2 사장교 주요부재의 안정성 검토방법

		Method 1	Method 2
해석	좌굴해석	탄성좌굴해석	비탄성좌굴해석
	재료적비선형	선형( $E$ )	비선형(접선탄성계수 $E_i$ )
	기하학적비선형	모멘트확대계수	모멘트확대계수
설계	허용응력설계 (ASD)	$\frac{f_c}{F_a} + \frac{f_{by}}{\left(1 - \frac{f_c}{F_{cr}}\right)F_{by}} + \frac{f_{bz}}{\left(1 - \frac{f_c}{F_a}\right)F_{bz}} \leq 1.0$	
		$F_a = \frac{F_{cr}}{\text{F.S.}}$	$F_a = \frac{F_{cr}^{\text{final}}}{\text{F.S.}}$
설계	하중저항계수설계 (LRFD)	$\frac{P_u}{\varphi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{uy}}{\varphi_f M_{ny}} + \frac{M_{uz}}{\varphi_f M_{nz}} \right) \leq 1.0 \quad \text{when } \frac{P_u}{\varphi_c P_n} \geq 0.2$	
		$\frac{P_u}{2\varphi_c P_n} + \left( \frac{M_{uy}}{\varphi_f M_{ny}} + \frac{M_{uz}}{\varphi_f M_{nz}} \right) \leq 1.0 \quad \text{when } \frac{P_u}{\varphi_c P_n} < 0.2$	$P_n = F_{cr}^{\text{final}} A$

### 4. 해석 모델

예제 사장교 해석 모델은 중앙경간 300m, 600m, 900m 및 1200m를 갖는 3경간 연속 사장교로서 중앙경간은 외측경간의 약 2배이다. 주탑은 A형이고 케이블은 거더에 20m 간격으로 연결되어 있다. 거더의 단면은 4실 박스단면이며, 중앙경간 길이가 300m, 600m 모델에서는 거더의 폭을 20m로, 900m, 1200m 모델에서는 폭을 30m로 가정하였다. 거더의 플렌지와 복부판의 두께는 20mm로 가정하였으며 주탑의 두께는 40mm로 가정하였다.

거더의 높이는 변수로 선택하여 300m, 600m 모델에서는 1.0m~5.0m로 변화시키고, 900m, 1200m 모델에서는 2.0m~6.0m로 변화시켰다. 또한, 예제 사장교 모델의 하중으로 사하중(DC)과 설계활하중(LL)을 고려하였다. 사하중은 단면의 자중, 케이블 초기장력 및 보도하중 등을 포함한다. 활하중은 전 경간에 모두 재하되었으며 거더의 폭에 의하여 결정되었다. 허용응력설계법에 의한 안정성 검토방법에서 하중조합은 설계하중으로 1.0DC+1.0LL을 적용하였으며, 하중저항계수설계법에서는 계수하중으로 1.25DC+1.75LL을 적용하였다. 그림 2에 예제 사장교 해석 모델을 도시하였으며 상세한 단면제원 및 하중조건을 표 3과 표 4에 정리하였다.

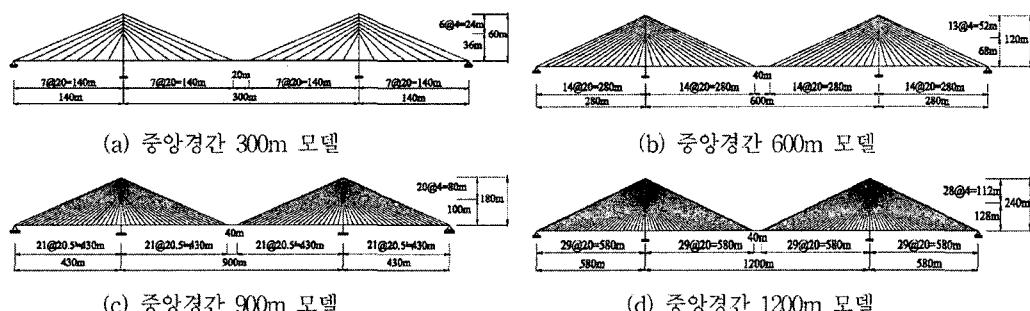


그림 2 예제 사장교 모델

표 3 거더의 단면제원 및 하중조건

모델 (거더폭:m)	거더								재료	
	단면 제원					하중				
	H(m)	A( $m^2$ )	J( $m^4$ )	$I_y(m^4)$	$I_z(m^4)$	DC(kN/m)	LL(kN/m)			
300m (20m)	1	0.896	0.732	0.199	31.457	156.56	46.30	$F_y = 350 \text{ MPa}$ $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$		
	2	0.996	2.851	0.847	36.447	167.34				
	3	1.096	6.176	1.992	41.437	178.12				
600m (20m)	4	1.196	10.557	3.686	46.427	188.90	76.20	$F_y = 450 \text{ MPa}$ $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$		
	5	1.296	15.866	5.977	51.417	199.67				
	6	1.396	21.175	8.366	56.407	210.45				
900m (30m)	2	1.396	4.410	1.239	112.021	210.45	76.20	$F_y = 450 \text{ MPa}$ $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$		
	3	1.496	9.687	2.880	123.256	221.23				
	4	1.596	16.770	5.270	134.491	232.00				
1200m (30m)	5	1.696	25.504	8.457	145.726	242.78	253.56			
	6	1.796	35.752	12.492	156.961	253.56				

표 4 주탑 및 케이블의 단면제원 및 하중조건

모델	주 탑					케이블
	단면 제원				하중	
	A( $m^2$ )	J( $m^4$ )	$I_y(m^4)$	$I_z(m^4)$	DC(kN/m)	
300m	1.187	6.653	6.267	3.379	127.77	1.255~2.594
600m	1.666	19.231	16.241	10.501	179.51	1.439~2.686
900m	2.146	41.805	33.357	23.806	231.24	1.532~2.825
1200m	2.626	77.253	59.536	45.214	282.97	1.624~3.056

## 5. 적용

### 5.1 예제 사장교 모델의 주요부재의 안정성 검토

그림 3은 중앙경간에 따른 예제 사장교 모델의 거더의 안정성 검토 결과를 도시한 것이다. 예제 사장교 모델에서 안정성검토식의 최대값은 거더와 주탑이 교차하는 지점에서 나타났다. 사장교 주요부재의 안정성 확보를 위해서는 안정검토식의 계산값이 1.0보다 작아야 하기 때문에 안정성검토식의 최대값은 부재 단면설계에서 주요한 설계 인자가 된다. 또한, 안정검토식의 최대값이 작을수록 해당 부재는 안정과 불안정의 경계값인 1.0에 대하여 좌굴안정성에 여유가 있게 되므로, 안정검토식의 최대값을 작게 산정하는 안정검토방법이 보다 경제적으로 효율적인 단면설계를 유도할 수 있는 방법이라 할 수 있다. 따라서 그림 3의 모든 예제사장교에서 비탄성좌굴해석(Method 2)이 탄성좌굴해석(Method 1)에 비하여 보다 경제적인 단면설계를 유도하는 해석방법이라 할 수 있으며 또한 하중저항계수설계방법이 허용응력설계방법에 비하여 보다 경제적인 설계를 유도하는 설계검토방법이라 할 수 있다.

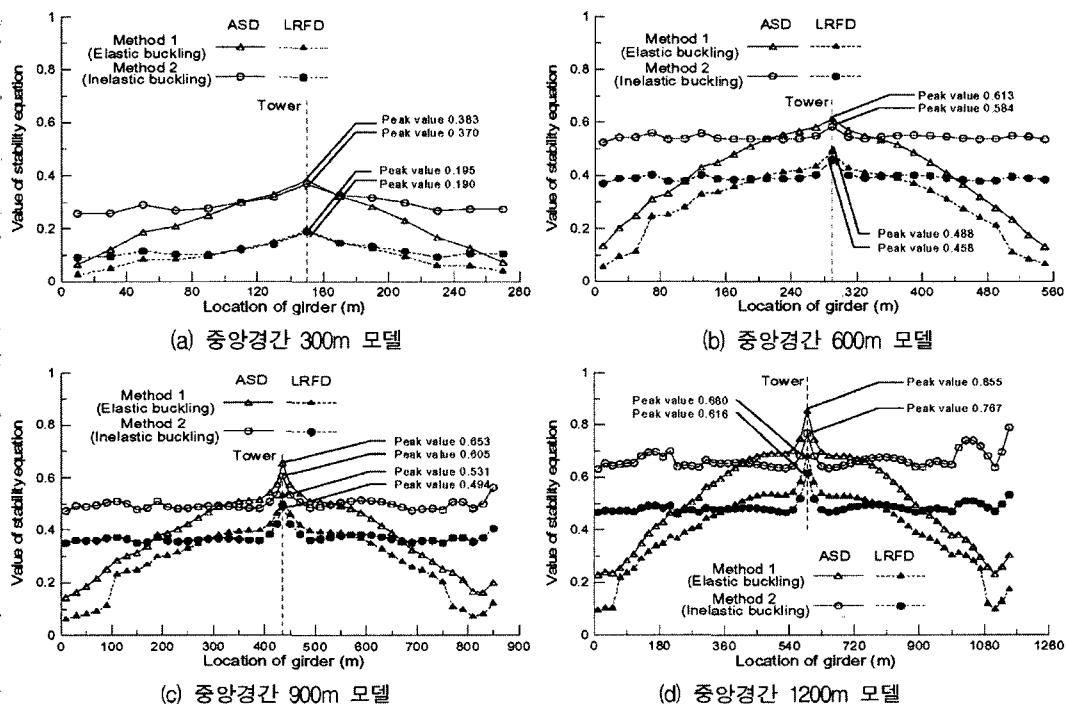


그림 3 예제 사장교 모델의 거더의 안정성 검토 결과

### 5.2 거더 높이에 따른 주요부재 안정검토식의 최대값의 변화

그림 4는 거더 높이에 따른 예제 사장교 모델의 주요부재의 안정검토식의 최대값에 대한 변화 양상을 나타낸 것이다. 그림 4(a)의 단경간 및 중경간 모델(300m 및 600m 모델)에서 각 부재의 안정검토식의 최대값은 거더 높이가 3m 정도에 도달할 때까지 감소하는 경향을 보이다가 3m가 넘는 경우에는 거의 변화가 없는 것으로 나타났다. 따라서, 사장교 주요부재의 안정성검토 측면에서 사장교의 효율적인 거더 높이는 약 3m에

서 결정될 수 있을 것으로 사료된다. 그림 4(b)의 장경간 모델(900m 및 1200m 모델)에서도 비슷한 경향이 나타났다. 장경간 모델의 거더 안정성 검토식의 최대값은 거더 높이가 3m보다 높은 경우에는 거의 일정한 값으로 수렴함을 알 수 있었다.

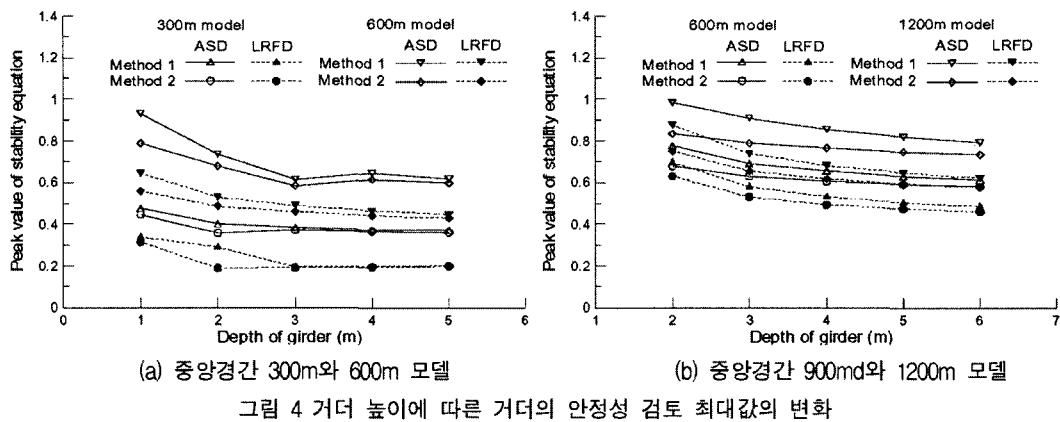


그림 4 거더 높이에 따른 거더의 안정성 검토 최대값의 변화

### 5.3 해석방법 및 설계방법에 따른 주요부재 안정검토식의 최대값의 변화

그림 5와 그림 6은 예제 사장교모델에 대해서 해석방법 및 설계방법에 따른 거더 안정검토식의 최대값의 변화를 도시한 것이다. 그림 5의 모든 예제 사장교모델에서 탄성좌굴해석(Method 1)과 비탄성좌굴해석(Method 2)의 안정검토식의 최대값의 차이는 중앙경간이 긴 모델의 경우에 보다 크게 나타났다. 따라서, 특히 장경간 사장교의 경우에 비탄성좌굴해석은 탄성좌굴해석에 비하여 보다 경제적으로 효율적인 단면설계가 가능한 해석방법임을 알 수 있다.

한편, 그림 6에서 허용응력설계법과 하중저항계수설계법의 안정검토식의 최대값 차이는 약 2%~25%의 범위에 있는 것으로 나타났다. 이러한 차이는 특히 단경간 모델(300m 모델)의 경우 평균적으로 45%까지 증가하였다. 결과적으로 사장교 주요부재의 안정성 평가에서 하중저항계수설계법에 의한 안정성 검토방법은 허용응력설계법에 비하여 평균적으로 20%정도 경제성 있는 단면설계를 위한 안정검토 결과를 산출하는 것을 알 수 있다.

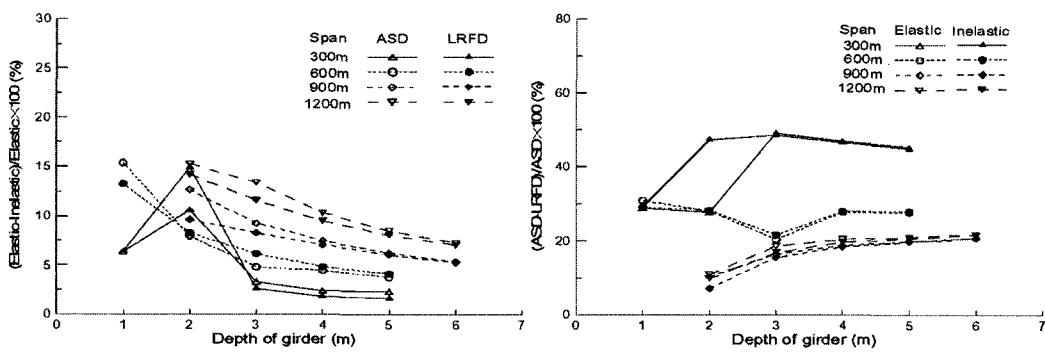


그림 5 해석방법에 따른 안정성 검토 최대값의 변화 그림 6 설계방법에 따른 안정성 검토 최대값의 변화

## 6. 결 론

- (1) 사장교 주요부재의 안정성 검토측면에서 경제적으로 가장 효율적인 거더높이는 약 3m 정도에서 결정될 수 있었으며 3m 이상의 거더 높이는 거더의 안정성에 큰 영향을 미치지 않았다.
- (2) 중앙경간의 길이가 길고 거더의 높이가 상대적으로 낮은 경우에 대하여 비탄성좌굴해석을 적용하면 탄성 좌굴해석방법에 비하여 경제적으로 보다 효율적인 단면설계를 위한 안정검토가 가능하였다.
- (3) 하중저항계수설계법은 허용응력설계법에 비하여 평균적으로 20%정도 경제적으로 보다 효율적인 단면설계를 위한 안정검토가 가능하였으며 단경간 사장교의 경우에 그 효율성은 더욱 증가하였다.
- (4) 사장교 주요부재의 안정검토 방법에서 하중저항계수설계법과 비탄성좌굴해석을 적용한 Method 2-LRFD의 방법이 경제적으로 가장 효율적인 단면설계를 위한 안정검토방법으로 나타났다.

### 감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 전설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사 드립니다.

### 참고 문헌

- 건설교통부 (2005) 도로교설계기준.
- 최동호, 유훈, 하동현 (2005) 비탄성 좌굴해석을 통한 사장교 거더와 주탑의 안정성 검토, 대한토목학회논문집, 25(6A), pp. 1113-1125.
- AASHTO (1996), Standard Specifications for Highway Bridges, American Association of State Highway and Transportation Officials, Sixteenth Edition.
- AASHTO (2004), LRFD Bridge Design Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials, Third Edition.
- Troitsky, M. S. (1977) Cable-Stayed Bridge: Theory and Design, London: Crosby Lockwood Staples.
- Iwasaki, H., Nogami, K. and Nagai, M. (2001) Precision of Ef method for Evaluating Load-Carrying Capacity of Long-Span Cable-Stayed Bridges and Its Ultimate Strength Check, *IABSE conference*, IABSE reports, Seoul, 84, pp. 110-111.
- Wang, P. H., Lin, H. T. and Tang, T. Y. (2002) Study on Nonlinear Analysis of a Highly Redundant Cable-Stayed Bridge, *Computers and Structures*, 80, pp. 165-182.
- Shu, H. S. and Wang, Y. C. (2001) Stability Analysis of Box-Girder Cable-Stayed Bridges, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, 6(1), pp. 63-68.
- Xi, Y. and Kuang, J. S. (2000) An Energy Approach for Geometrically Non-Linear Analysis of Cable-Stayed Bridges, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 140, pp. 227-237.