

탄성 구조물의 안정성을 고려한 형상설계 민감도해석

Shape Design Sensitivity Analysis for Stability of Elastic Structure

최주호* · 양옥진**

Choi, Joo-Ho · Yang, Wook-Jin

ABSTRACT

This paper addresses the method for the shape design sensitivity analysis of the buckling load in the continuous elastic body. The sensitivity formula for critical load is analytically derived and expressed in terms of shape variation, based on the continuum formulation of the stability problem. Though the buckling problem is more efficiently solved by the structural elements such as beam and shell, the elastic solids are considered in this paper because the solid elements can be used in general for any kind of structures whether they are thick or thin. The initial stress and buckling analysis is carried out by the commercial analysis code ANSYS. The sensitivity is computed by using the mathematical package MATLAB using the results of ANSYS. Several problems including straight and curved beams under compressive load, ring under pressure load, thin-walled section are chosen to illustrate the efficiency of the presented method.

Keywords: Shape design sensitivity analysis, Buckling load, Stability problem

1. 서론

길이와 굵기 또는 얇은 두께의 쉘과 같은 구조체를 최적설계하는 경우, 좌굴(buckling)과 같은 안정성(stability) 문제는 매우 중요한 요소이며, 따라서 각종 토목, 기계 및 항공 분야에서 예기치 않은 파손을 방지하기 위해 중요한 고려 사항으로 인식되고 있다. 구조물의 안정성 해석은 통상의 정적 응력해석을 수행한 후 이를 토대로 추가해석을 실시하므로, 최적화를 할 경우는 기존의 구조 최적화 보다 더 복잡한 측면이 있다. 이러한 중요성에도 불구하고 의외로 많은 연구가 발견되지 않고 있다. 통상의 최적화 과정에서는 경사(gradient) 정보를 이용하여 최적해에 도달하게 되는데, 구조해석을 수반하는 경우 이를 민감도(sensitivity)라 말하며 이는 설계변수의 미소변화에 따른 응력이나 좌굴하중과 같은 구조 응답의 변화를 말한다. 이것의 계산을 위해서 기존에 간편하게 사용하는 방법으로 직접 설계변수를 증분시켜 응답을 구한 후 차분을 계산하는 유한차분법(finite difference method, FDM)이 있다. 그러나 이 방법은 컴퓨터 계산 시간이 매우 많이 소요될 뿐 아니라 수치적 미분으로 인한 오차가 존재하므로 바람직하지 못한 방법으로 알려져 있다. 반면에 설계민감도해석(design sensitivity analysis, DSA) 방법은 구조해석 문제를 해석적으로 미분하여 이로부터 민감도 공식을 만들고 이것을 계산하는 방법으로서 정확할 뿐 아니라 계산시간도 매우 적게 걸리는 효과적인

* 정회원 · 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 교수 E-mail: jhchoi@hau.ac.kr

** 학생회원 · 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 석사과정 E-mail: yang1793@nate.com

방법으로 알려져 있다.(Haftka과 Gundal, 1992; 최경국과 김남호,2005) 본 연구에서는 이러한 효과적인 방법을 좌굴을 고려한 설계 문제에 적용하고자 한다. 지금까지 발견된 대부분의 연구는 모두 이산화 기반의 방법으로 지배식을 이산화한 후 이들을 미분하여 민감도 정보를 얻는 것이다. 이는 강성행렬 정보를 필요로 하므로 상용 해석코드를 사용하는 것이 불가능하며, 처음부터 직접 코드를 만들어 민감도까지 계산하는 수밖에 없다. 또한 지금까지의 연구는 모두 형상이 아닌 치수를 설계변수로 고려하였으며, 해석의 대상 역시 구조요소(structural element)라고 일컬어지는 보나 셸 요소를 대상으로 하였다. 본 연구에서는 좌굴 문제에 대해, 구조요소가 아닌 연속체 구조물(continuum structure)을 대상으로, 그리고 치수가 아닌 형상을 고려하여, 설계민감도해석을 수행하는 방법을 개발하였다.

본 연구에서는 2-D 및 3-D 탄성체에 관해 연속체 접근법에 기반하여 좌굴을 고려한 형상 DSA를 수행하는 방법을 개발하였다. 이를 위해 임계하중(critical load)에 관한 민감도 공식을 유도하였고, 이를 형상변분(shape variation)의 함수로 표현하였다. 한편 좌굴은 연속체 보다는 보나 셸 같은 구조요소에서 더 중요한 고려 사항이다. 그럼에도 불구하고 본 연구는 연속체를 대상으로 하였는데, 그 이유는 연속체 모델을 이용하면 솔리드 요소를 이용하여 뚱뚱한 형상뿐 아니라 보나 셸 같은 슬림(slim) 한 구조요소 모델도 모두 커버할 수 있기 때문이다. 구조요소에서 다루는 치수, 형상설계는 연속체에서는 모두 형상설계가 되는데, 이는 본문의 예제들을 보면 잘 알 수 있다. 본 연구에서는 고유치 문제로 표현되는 선형좌굴 해석을 대상으로 하였고, 실제 해석은 ANSYS를 사용하였다. 민감도 계산은 ANSYS에서 얻은 해석결과를 가지고 외부에서 MATLAB을 이용하여 계산하였다. 검증용 예제로 압축하중 하의 직선 및 곡선보, 압력을 받는 환형링, 박판 단면이나 병과 같은 모양의 3차원 기둥문제 등을 대상으로 설계민감도 해석을 수행하였고, 그 결과 DSA 방법의 효율성, 정확성을 입증하였다.

2. 안정성 문제의 형상설계민감도해석

임의의 연속체에서 정의된 변위 \mathbf{u}_i 에 대해 통상적인 유한요소 해석을 통하여 응력분포 $\sigma(\mathbf{u})$ 를 후처리 과정으로 구할 수 있다. 이 결과를 초기응력으로 하여 좌굴해석을 통하여 특이값 k 구하는 문제가 되는데, 이를 임계치 라고도 부르며, 여기에 하중을 곱하면 임계하중이 된다. 안정성문제에서의 형상설계민감도해석은 임계값 k 에 대해 형상 변화에 따른 k 의 변화를 구하는 민감도 공식을 유도하고 이를 계산하는 것이다. 일반적으로 형상을 설계변수로 하는 문제에서 형상의 변화를 효과적으로 표현하는 방법으로 전미분(material derivative) 방법이 잘 알려져 있다.(Zolesio *et al*, 1981) 이 경우 형상변분 벡터는 유체의 속도벡터 $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ 에 해당되며, 이를 설계속도장(design velocity field)이라고도 한다. 이때 각종 변수의 변분은 전미분으로 표현되고 민감도 공식의 유도는 \mathbf{w} 에 관한 가중잔여식의 전미분에서 출발한다.

$$\int_{\Omega} \sigma_y(\mathbf{w}) \varepsilon_y(\bar{\mathbf{w}}) dx = -k \int_{\Omega} \sigma_y(\mathbf{u}) w_{k,i} \bar{w}_{k,j} dx, \forall \bar{w}_i \in Z \tag{1}$$

식(1)을 전미분하면

$$\int_{\Omega} \left(\begin{matrix} \{\sigma_y(\mathbf{w})\} \varepsilon_y(\bar{\mathbf{w}}) + \sigma_y(\mathbf{w}) \{\varepsilon_y(\bar{\mathbf{w}})\} \\ + \sigma_y(\mathbf{w}) \varepsilon_y(\bar{\mathbf{w}}) V_{k,k} \end{matrix} \right) dx = -k \int_{\Omega} \sigma_y(\mathbf{u}) w_{k,i} \bar{w}_{k,j} dx - k \int_{\Omega} \left(\begin{matrix} \{\sigma_y(\mathbf{u})\} w_{k,i} \bar{w}_{k,j} + \sigma_y(\mathbf{u}) (w_{k,i}) \bar{w}_{k,j} \\ + \sigma_y(\mathbf{u}) w_{k,i} (\bar{w}_{k,j}) + \sigma_y(\mathbf{u}) w_{k,i} \bar{w}_{k,j} V_{k,k} \end{matrix} \right) dx \tag{2}$$

여기서 점(\cdot , dot)이 부여된 변수가 전미분을 의미하는데 이들을 전개하여 대입하면

$$\begin{aligned}
 k \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) w_{k,i} \bar{w}_{k,j} dx &= - \int_{\Omega} \left(\begin{aligned} &\left\{ -\sigma_{ij}(\mathbf{w}, V_k) + \sigma_{ij,k}(\mathbf{w}) V_k \right\} \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{w}}) \\ &+ \sigma_{ij}(\mathbf{w}) \left\{ -\varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{w}}, V_k) + \varepsilon_{ij,k}(\bar{\mathbf{w}}) V_k \right\} \\ &+ \sigma_{ij}(\mathbf{w}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{w}}) V_{k,k} \end{aligned} \right) dx \\
 &- k \int_{\Omega} \left(\begin{aligned} &\left\{ \sigma_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) - \sigma_{ij}(\mathbf{u}, V_k) + \sigma_{ij,k}(\mathbf{u}) V_k \right\} w_{k,i} \bar{w}_{k,j} + \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \left(- (w_{k,i} V_i)_{,j} + w_{k,j} V_i \right) \bar{w}_{k,j} \\ &+ \sigma_{ij}(\mathbf{u}) w_{k,i} \left(- (\bar{w}_{k,j} V_i)_{,j} + \bar{w}_{k,j} V_i \right) + \sigma_{ij}(\mathbf{u}) w_{k,i} \bar{w}_{k,j} V_{i,j} \end{aligned} \right) dx \\
 &- \int_{\Omega} (\sigma_{ij}(\dot{\mathbf{w}}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{w}})) dx - k \int_{\Omega} (\sigma_{ij}(\mathbf{u}) \dot{w}_{k,i} \bar{w}_{k,j}) dx
 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 마지막 두 적분항에는 \mathbf{w} 의 전미분 즉 $\dot{\mathbf{w}}$ 가 포함되어 있는데 이들은 설계속도장 \mathbf{V} 의 내재적 함수(implicit function)이다. 이들을 \mathbf{V} 에 관한 명시적 표현(explicit expression)으로 바꾸기 위해 다음과 같은 식을 만족하는 보조변수(adjoint variable) \mathbf{w}^* 를 도입한다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{w}^*) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{w}}) dx = -k \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \dot{w}_{k,i} \bar{w}_{k,j} dx, \quad \forall \bar{\mathbf{w}} \in Z \tag{4}$$

이 식에서 임의의 가중변수 $\bar{\mathbf{w}}^*$ 를 $\dot{\mathbf{w}}$ 로, 식(3)에서 가중변수 $\bar{\mathbf{w}}$ 는 \mathbf{w}^* 로 바꾸면 마지막 두 적분을 소거할 수 있다. 그런데 식(4)를 보면 보조변수는 기본변수(primal variable) \mathbf{w} 와 같은 식(1)을 만족하므로 \mathbf{w} 와 같다고 놓을 수 있다. 그 결과 식(3)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 k \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) w_{k,i} w_{k,j} dx &= \int_{\Gamma} [2t_i(\mathbf{w}) w_{i,j} V_j - \sigma_{ij}(\mathbf{w}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{w}) V_n] ds \\
 &+ k \int_{\Gamma} (2t_i(\mathbf{u}) w_{k,i} w_{k,j} V_j - \sigma_{ij}(\mathbf{u}) w_{k,i} w_{k,j} V_n) ds - k \int_{\Omega} \left\{ \sigma_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) - \sigma_{ij}(\mathbf{u}, V_i) \right\} w_{k,i} w_{k,j} dx
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 $\sigma(\dot{\mathbf{u}})$ 는 여전히 $\dot{\mathbf{u}}$ 를 포함하고 있기 때문에 역시 \mathbf{V} 에 관한 내재적 함수이다. 명시적 표현식으로 바꾸기 위해 전미분하면

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{u}}) dx = - \int_{\Omega} u_{i,k} V_k \sigma_{ij,j}(\bar{\mathbf{u}}) dx + \int_{\Gamma} \left[\begin{aligned} &\left\{ u_{i,k} t_i(\bar{\mathbf{u}}) + \bar{u}_{i,k} t_i(\mathbf{u}) \right\} V_k \\ &+ \left\{ f_i \bar{u}_i - \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{u}}) \right\} V_n \end{aligned} \right] ds + \int_{\Gamma_i} T_i \bar{u}_i DV_s ds \tag{6}$$

이것의 유도과정은 선행연구에 상세히 기술되어 있다.(최주호와 원준호, 2005) 여기서 보조변수는 새로운 해석이 아니고 기존의 해석 데이터베이스를 그대로 활용하여 조건만 바꾸어 해를 구할 수 있다. 최종적으로 민감도 공식은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$k \int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^s dx = \int_{\Gamma} [2T_i w_{i,j} V_j - S_{ij} E_{ij} V_n] ds + k \int_{\Gamma} (2t_i \varepsilon_{ij}^s V_j - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^s V_n) ds - k \int_{\Gamma} \left[\begin{aligned} &\left(u_{i,k} \tilde{t}_i^* + u_{i,k}^* t_i \right) V_k \\ &+ \left(f_i u_i^* - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* \right) V_n + t_i u_i^* DV_s \end{aligned} \right] ds \tag{7}$$

여기서 각종 변수들의 변수(argument) \mathbf{u} 와 \mathbf{u}^* 는 편의상 표현을 생략하였고, 또한 좌굴변수 \mathbf{w} 에 관한 것과 \mathbf{u} 에 관한 것은 대문자와 소문자로 표기하여 구별하였다. 식(7)을 보면 $u_{i,j}$ 나 $w_{i,j}$ 등이 있는데 이들은 경계에서 변위의 편미분을 나타내며, 상용해석 코드의 경우 변형률(strain) 텐서는 얻을 수 있으나 이들은 얻을 수 없다. 따라서 이들은 변환공식을 이용하여 계산이 가능한 형태로 바꿔야 한다. 3차원 문제의 경우 경계적분이 라인이나 면이 된다. 이때는 경계 표면에서 각 방향의 설계속도 벡터 V_{α} 및 V_{β} 를 고려해야 한다. 3차원 고려시 민감도 공식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 k \int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{\circ} dx = & \int_{\Gamma} \left[S_{ij} E_{ij} V_n + 2T_i (w_{i,\alpha} V_{\alpha} + w_{i,\beta} V_{\beta}) \right] ds + k \int_{\Gamma} \varepsilon_{ij}^{\circ} (2t_i V_j - \sigma_{ij} V_n) ds \\
 -k \int_{\Gamma} & \left[\left(\varepsilon_{ij} \bar{\sigma}_{ij}^* - u_{i,\alpha} \bar{q}_i^* - u_{i,\beta} \bar{r}_i^* \right) V_n + t_i (u_{i,\alpha}^* V_{\alpha} + u_{i,\beta}^* V_{\beta}) + \bar{t}_i^* (u_{i,\alpha} V_{\alpha} + u_{i,\beta} V_{\beta}) + t_i u_i^* D V_i \right] ds
 \end{aligned} \tag{8}$$

4. 설계민감도해석의 예제

4.1. 일정두께의 직선보

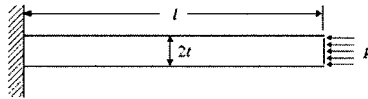


그림 1 A straight beam problem

그림 1과 같은 직선 외팔보에 압축하중이 가해지고 있다. 설계변수는 길이 l 과 반두께(half-thickness) t 이다. 좌굴하중에 관한 민감도는 좌굴하중의 해석해를 각 변수에 대해 미분하여 계산할 수 있다. 이에 의하면 k 값은 4.1123E8, 그리고 민감도는 각각 -4.1123E8 과 8.2247E9이다. 참고로 본 문제를 보요소로 모델링하여 고려하는 경우 설계변수 t 는 치수변수가 되지만 본 경우에는 연속체로 모델링 했기 때문에 형상변수가 된다. 본 문제에 대해 ANSYS의 PLANE82 를 이용하여 좌굴해석을 수행하고, 유한차분법(FDM) 및 설계민감도(DSA) 방법을 각각 이용하여 민감도를 계산해 보았다. 그 결과가 표 1에 있는데 여기서 N_x 와 N_y 는 길이 및 두께방향으로의 유한요소 개수를 의미하며, Ratio는 FDM 민감도를 기준으로 했을 때 DSA의 상대적 정확도를 %로 나타낸다. 표에서 보는 바와 같이 메쉬 개수가 증가함에 따라 정확도가 향상되는 것을 알 수 있다. k 값과 DSA 민감도는 각각 4.0789E8, -4.0750E8 및 8.1455E9으로 나왔는데, 이것들과 위에서 구한 해석 해와의 오차는 모두 1% 이내로 나타났다.

표 1 Sensitivity comparison of critical load in the straight beam problem

Nx	Ny	Critical Load	Design variable = Length 2.0			Design variable = Half height 0.1		
			FDM	DSA	Ratio	FDM	DSA	Ratio
10	2	4.0799E+08	-4.0409E+08	-4.5268E+08	112.04	8.0963E+09	1.0142E+10	125.23
10	4	4.0797E+08	-4.0397E+08	-4.5395E+08	112.36	8.0947E+09	8.6315E+09	106.63
10	8	4.0797E+08	-4.0409E+08	-4.4465E+08	110.04	8.0952E+09	8.2539E+09	101.96
10	16	4.0796E+08	-4.0404E+08	-4.3878E+08	108.10	8.0964E+09	8.1632E+09	100.83
20	2	4.0792E+08	-4.0404E+08	-4.3917E+08	107.70	8.0959E+09	1.0106E+10	124.83
20	4	4.0789E+08	-4.0400E+08	-4.2706E+08	105.71	8.0946E+09	8.6200E+09	106.49
20	6	4.0789E+08	-4.0397E+08	-4.1720E+08	103.27	8.0953E+09	8.2420E+09	101.81
20	16	4.0790E+08	-4.0395E+08	-4.1395E+08	102.46	8.0919E+09	8.1469E+09	100.68
40	2	4.0791E+08	-4.0414E+08	-4.3156E+08	106.79	8.0956E+09	1.0084E+10	124.55
40	4	4.0789E+08	-4.0393E+08	-4.2162E+08	104.38	8.0947E+09	8.6113E+09	106.38
40	8	4.0789E+08	-4.0397E+08	-4.1112E+08	101.77	8.0945E+09	8.2401E+09	101.80
40	16	4.0789E+08	-4.0389E+08	-4.0750E+08	100.89	8.0952E+09	8.1455E+09	100.62

4.2. 일정두께의 곡선보

그림 2와 같은 일정 두께의 곡선보가 압축하중을 받고 있을 때 밀변 곡선을 3점 B-스플라인으로 표현하였고, 설계변수는 중심의 높이 h 와 보의 두께 t 로 하였다. 본 경우에는 요소개수를 길이 및 두께 방향으로 각각 (80, 8)로 하였다. 두께가 0.1, 0.02, 0.01의 세 경우에 대해 설계민감도해석을 수행하였고 그 결과가 표 2에 있다. 두께가 감소함에 따라 두께에 대한 민감도는 계속 정확도를 유지하는 반면 높이에 대한 민감도는 점점 나빠짐을 알 수 있는데, 이는 연속요소(solid element)의 세장비(aspect ratio)가 두께가 점점 얇아 지면서 매우 심하게 증가하며 이것이 해의 정확도를 저하시키기 때문으로 생각된다. 이를 해결하기 위해서는 앞의 예제처럼 길이방향 요소 수를 증가시켜야 하나 이는 해석시간을 증가시키는 요인이 되어 바람직하지 않다. 따라서 매우 얇은 구조요소와 같은 문제는 결국 보와 같은 구조요소로 모델링하여 접근하는 것이 더 바

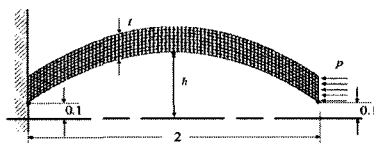


그림 2 FE model of a curved beam with constant thickness in case of $t = 0.1$

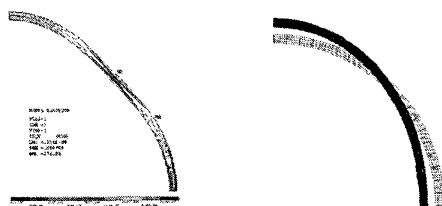
표 2 Sensitivity comparison of critical load in the curved beam with constant thickness

Design variable	Thickness	Critical Load	Ratio		
			FDM	DSA	Ratio
height at mid-point	0.1	2.7590E+08	-5.0840E+08	-5.2930E+08	104.13
	0.02	1.0945E+07	-2.1170E+07	-2.2253E+07	105.15
	0.01	2.7335E+06	-5.3010E+06	-5.8243E+06	109.83
thickness	0.1	2.7590E+08	5.5365E+09	5.5277E+09	101.65
	0.02	1.0945E+07	2.1331E+07	2.2270E+07	101.55
	0.01	2.7335E+06	5.4894E+06	5.5506E+06	101.48

람직할 것으로 예상된다. 그러나 본 접근 방법으로도 전반적인 정확도는 그런대로 좋으며 최적화에 사용하기에 문제가 없는 수준이라 생각된다.

4.3. 입력 및 집중 하중하의 환형림

환형림에 대해 외부에서 하중을 가한 경우에 대해 대칭성을 고려하여 1사분면만을 고려한다. 하중은 외측 원에서 일정압력을 가한 경우와 내측원의 45° 지점에서 원점을 향해 집중하중이 가해지고 있는 경우의 두 가지를 고려한다. 설계변수를 반지름과 두께로 할 때 집중하중이 가해진 경우에 대해 초기 응력상태와 좌굴상태를 각각 그림 3(a) 와 (b)에 보였고 그 결과는 표 3에 있다. 여기서 N_a 와 N_b 는 원주방향과 두께방향으로의 요소수이다. 결과를 보면 앞의 예제와 같이 두께에 대한 민감도는 항상 정확도가 좋은 반면 반지름에 관한 민감도는 요소수에 대해 매우 민감하게 영향을 받음을 알 수 있다.



(a) Initial stress state (b) Buckled shape

그림 3 Ring under point load

표 3 Sensitivity comparison of critical load in the ring problem

	N _a	N _b	Critical load	Design variable = Radius 2.0			Design variable = Thickness 0.1		
				FDM	DSA	Ratio	FDM	DSA	Ratio
				Pressure load	10	4	7.5456E+06	-1.0628E+07	-2.9890E+07
20	4	7.3630E+06	-1.0509E+07		-1.3296E+07	126.01	2.1161E+08	2.1952E+08	103.74
40	4	7.3520E+06	-1.0545E+07		-1.2415E+07	117.73	2.1151E+08	2.1962E+08	103.83
40	8	7.3520E+06	-1.0545E+07		-1.1136E+07	105.69	2.1160E+08	2.1335E+08	100.87
40	16	7.3520E+06	-1.0545E+07		-1.0766E+07	102.08	2.1160E+08	2.1181E+08	100.14
Point load	10	4	2.8552E+07	-2.7565E+07	-8.5063E+07	308.59	8.3847E+08	8.4456E+08	100.73
	20	4	2.7952E+07	-2.7765E+07	-4.1809E+07	150.57	8.3849E+08	8.6549E+08	103.47
	40	4	2.7945E+07	-2.7795E+07	-4.6742E+07	168.17	8.3701E+08	8.6749E+08	103.64
	40	8	2.7927E+07	-2.7768E+07	-3.8474E+07	139.55	8.3629E+08	8.4314E+08	100.82
	40	16	2.7863E+07	-2.7687E+07	-2.9451E+07	106.39	8.3369E+08	8.3496E+08	100.19

4.4. 곡선 단면을 가진 3차원 기둥

두께가 얇은 곡선 단면형상을 가진 3차원 기둥이 그림 4(a)와 같이 외팔보 형태로 구속되어 있으며 앞단에 압력이 가해지고 있다. 곡선단면의 형상은 앞의 곡선보 예제 4.2와 동일한 것으로 하였고, 설계변수는 앞의 예제에서처럼 곡선보의 중심의 높이 h 와 두께 t 로 하였다. 한편 압력이 가해지는 기둥의 앞단은 z 방향으로만 변위가 발생하도록 하였다. ANSYS의 SOLID95 요소를 사용하였고, 좌굴된 형상을 그림 4(b)에 나타

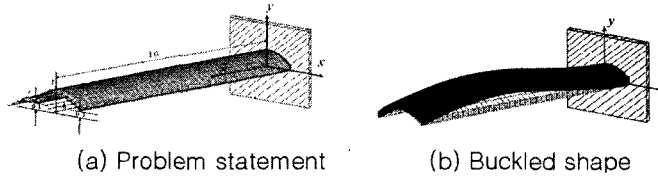


그림 4 Straight beam with curved section

표 4 Sensitivity comparison of critical load in the straight beam with curved section

Nx	Ny	Nz	Critical Load	Design variable = head at mid point			Design variable = thickness		
				FDM	DSA	Ratio	FDM	DSA	Ratio
5	4	5	6.666E+08	2.581E+09	2.636E+09	102.08	2.747E+09	3.662E+09	133.32
5	4	10	6.620E+08	2.668E+09	2.647E+09	102.26	2.660E+09	3.662E+09	144.94
5	4	20	6.647E+08	2.6011E+09	2.6397E+09	101.48	2.6614E+09	3.2607E+09	122.62
5	4	40	6.662E+08	2.6036E+09	2.6333E+09	101.01	2.6337E+09	2.8215E+09	105.92
5	8	10	6.620E+08	2.668E+09	2.6364E+09	103.00	2.663E+09	2.836E+09	106.47
10	8	10	6.6277E+08	2.6884E+09	2.650E+09	102.45	2.6694E+09	2.814E+09	105.83
10	8	20	6.6467E+08	2.6092E+09	2.6402E+09	101.62	2.6610E+09	2.7361E+09	102.79

내었다. 여러 종류의 유한요소 수에 대한 결과를 표 4에 보였다. 여기서, N_x, N_y, N_z 각방향의 요소수를 의미한다. 요소수가 증가함에 따라 민감도 정확도가 향상되고 있는데, 본 경우에는 높이에 대한 민감도는 전반적으로 정확한 반면, 두께의 민감도는 축 방향 요소 개수에 대해 더 민감한 영향을 받고 있다.

5. 결론

본 연구에서는 탄성체의 좌굴하중에 대한 형상설계민감도 해석을 위한 방법을 제시하였다. 민감도 공식을 해석적으로 유도하였다. 민감도를 계산하기 위해서는 세가지의 해를 가지고 있어야 하는데, 이들은 초기평형 상태의 해, 좌굴해 및 보조변수 해이다. 아울러서 각 설계변수 별로 설계속도벡터를 알고 있어야 하는데 이들은 형상변화에 대해서만 유한차분을 적용하여 간편하게 구할 수 있다. 다양한 2차원 및 3차원 예제에 대해 민감도를 계산하고 정확도를 검증함으로써 본 방법의 장점과 효용성을 입증하였다. 비록 좌굴문제는 연속요소 보다는 보나 쉘 같은 구조요소로 모델링 되는 문제에서 더 중요한 역할을 하고 있지만 본 연구에서는 탄성체 모델 즉 솔리드 요소가 구조요소 모델도 포함하여 모델링 할 수 있기 때문에 연속요소로 표현되는 탄성체를 대상으로 설계민감도 해석법을 제시하였다. 이는 실용적 면에서 볼 때 해석모델이 CAD 소프트웨어에서 수입되는 경우 대부분 3-D 솔리드이며, 이를 구조요소로 변화하기 위해서는 노력과 시간이 투입되어야 한다. 본 방법을 사용하게 되면 직접 솔리드를 대상으로 설계민감도 해석 및 최적화가 가능한 이점이 있다.

참고문헌

Choi, J.H. and Won, J.H. (2005) Boundary Method in FEM-Based Shape Design Sensitivity Analysis of Elastostatics Problems, submitted to *Finite Elements in Analysis and Design*.

Choi, K.K. and Kim, N.H. (2005) Structural Sensitivity Analysis and Optimization, *Springer Science+Business Media Inc, USA*.

Haftka, R.T. and Gurdal, Z. (1992) Elements of Structural Optimization, *Kluwer Academic Publishers; 3rd revised and expanded edition, USA*.

Zolesio, J.P. (1981) The material derivative (or speed) method for shape optimization, in *Optimization of distributed parameters structures*, Haug, E.J. and Cea, J., Sijthoff-Noordhoff, Alphen aan den Rijn, pp. 1152-1194.