

최적화된 셸의 동특성 분석 및 평가에 대한 연구

A Study on the Evaluation of Dynamic Characteristics of the Optimized Shells

이 상 진* · 김 하 룡**

Lee, Sang-Jin · Kim, Ha-Ryong

ABSTRACT

This paper provides the results on the evaluation of dynamic characteristics of the optimized shells. Five fundamental technologies such as computer-aided geometric design, automatic mesh generation, shell finite element, design sensitivity analysis and shell optimization process, are used for shell optimization maximizing the fundamental natural frequency. A dome shell is adopted for the shell shape optimization and the dynamic characteristic of the optimized shell such as the variation of natural frequencies is then investigated. From the investigation, more constraint functions related to shell natural frequencies is necessarily required to effectively control dynamic characteristics of the optimized shells.

Keywords: Shell, Shape, Optimizations, Dynamic Characteristic, Frequency, Maximization.

1. 서 론

셸은 우리가 일상생활에서 흔히 볼 수 있는 자동차, 우주선, 건축물의 돔, 대공간구조 등과 같이 다양한 공학 분야에서 빈번히 사용되고 있다. 셸은 면내강성을 통하여 외력에 저항하는 효율적이고 과학적인 구조시스템으로 다른 구조시스템에 비해서 상대적으로 가볍고 얇으며 매우 강하여 이상적인 구조형식으로 인식되고 있다. 초기의 셸 구조물은 형태학적으로는 수학적 함수로 표현하거나 다수의 곡률로 조합되어 그 모양이 비교적 단순하였다. 그러나 점차 형태가 복잡해지고 새로운 형태의 셸을 만들어 내기 위해서 강력하고 효율적인 수치해석 도구를 필요로 하게 되었다. 더욱이 셸 구조물이 가지고 있는 형태의 미학을 살리고 동시에 구조적인 안전성을 부여하기 위하여 반복적인 설계 작업과 해석과정을 거치게 된다. 최적화기법의 도입으로 이러한 시행착오는 많이 줄어들었으나 더 효율적이고 다양한 형태의 셸 구조물을 설계하기 위하여 셸의 최적화기법에 대한 심층적인 연구가 여전히 요구되고 있다. 최근 셸의 응력특성 및 자유진동특성을 이용하여 그 형상을 결정하는데 필요한 최적화기법을 제시한 바 있고 이를 사용하여 셸 구조물의 변형에너지와 고유진동수를 최소화 또는 최대화할 때 나타나는 셸의 형상에 대하여 조사 분석한 바 있다. 그러나 최적화된 셸 구조

* 정회원 · 경상대학교 건축공학과 조교수 E-mail: lee@gnu.ac.kr

** 학생회원 · 경상대학교 건축공학과 대학원 석사과정

물의 구조적 특성 변화에 대한 연구 활동은 매우 적다(Lee & Hinton, 2000). 따라서 본 연구에서는 기하학적 모델을 바탕으로 개발된 설계최적화기법을 이용하여 최적화된 셸 구조물의 동특성 변화에 대하여 분석하고 그 결과를 기술하고자 한다.

2. 셸의 형상 표현식

셸의 형상을 최적화하기 위한 첫 단계는 셸의 형태를 기하학적인 모델로 표현하는 것이다. 현재 셸의 형태를 표현할 수 있는 기하학적 모델은 쿤(Coons)의 조각면(Coons, 1964), 베지에(Bezier) 곡면, 비스플라인(B-spline) 곡면 그리고 NURBS(Anand, 1993)가 있다. 이러한 기하학적인 모델은 유한요소의 절점을 직접 이용할 경우 발생하는 기하학적인 불연속성과 구조물이 대형화될 경우 설계변수의 증가로 인해 필연적으로 발생하는 계산상의 문제를 한꺼번에 해결할 수 있다. 그러나 셸 구조물을 위한 범용의 기하학적 모델을 개발하는 것도 중요하지만 경험적으로 최적화하고자 하는 각 구조물에 적용성이 뛰어난 기하학적인 모델을 채택하고 이를 집중적으로 개발하는 것이 필요한 것으로 나타났다. 본고에서는 곡면이 C^2 연속성을 만족하고 수학적으로 비교적 단순한 표현을 가지는 쿤의 조각면을 이용하여 셸의 형상을 표현하였다.

3. 유한요소 및 절점 두께 자동 생성

셸의 기하학적 모델이 형성되면 이 기하학적 모델위에 유한요소와 요소절점의 두께를 자동으로 생성하게 된다. 셸의 두께를 표현하기 위해서는 기하학적 모델을 이용하여 유한요소절점의 두께 분포로 표현하는 과정을 일반적으로 거쳐야한다. 두께 분포를 나타내는 기하학적인 모델에 상응하는 유한요소를 생성하는 방법은 기하학적 모델을 형성한 뒤 2차원 평면에 생성한 유한요소망을 두께분포 모델에 사상하는 것이다. 이때 전절에서 설명한 쿤의 조각면이 셸의 두께 분포를 나타내는 기하학적 모델을 형성하는데 이용되고 궁극적으로는 이 기하학적 모델을 이용하여 유한요소절점의 각 두께 값을 자동생성 하게 된다.

4. 유한요소해석

최적화를 효과적으로 수행하기 위해서 셸의 형상과 두께 변화에 따른 고유진동수를 정확히 계산하여야 한다. 본 연구에서는 가변형도를 바탕으로 개발된 Reissner-Mindlin(RM) 퇴화셸요소(Lee & Kanok-Nuchulchai, 1998)를 포함하여 세 가지의 다른 종류의 셸 유한요소(Lee & Han, 2001)를 선택적으로 이용하여 셸의 고유진동수를 계산하였다. 셸의 고유진동수를 계산하기 위하여 부분공간반복법(Hughes, 1987)을 이용하였으며 각 유한요소에 대한 자유진동해석에 대한 성능은 참고문헌(Lee, Han, 2001)을 통하여 검증된 바 있다.

5. 민감도해석

최적화에서는 기법상의 효율성과 범용성으로 인해 민감도 해석에 직접법(Haftka, 1989; Lund, 1994)이 많이 채택되고 있다. 민감도를 계산하기 위한 직접법에는 해석적 기법, 준 해석적 기법, 유한차분법의 세 가지의 방식으로 분류된다. 자유진동을 경험하는 셸 구조물은 유한요소정식화를 거쳐 아래와 같은 고유치문제를

도출하게 된다.

$$K\Phi = \Lambda M\Phi \quad (1)$$

여기서 K 는 대칭을 이루는 정치의 전체 강성행렬이고 M 은 전체 질량행렬을 나타낸다. Λ 는 고유벡터 ϕ 의 고유벡터 성분과 관련한 고유치를 포함한 직교행렬이다. 본 연구에서 식(1)의 해는 부분공간반복법을 이용하여 구할 수 있다. 부분공간반복법을 이용하여 구한 k 번째 고유 값의 설계민감도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial s_i} = \frac{\phi_k^T (\partial K / \partial s_i - \partial M / \partial s_i \lambda_k) \phi_k}{\phi_k^T M \phi_k} \quad (2)$$

마찬가지로 $\lambda = \omega^2$ 때문에 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \omega_k}{\partial s_i} = \frac{1}{2\omega_k} \phi_k^T \left[\frac{\partial K}{\partial s_i} - \omega_k^2 \frac{\partial M}{\partial s_i} \right] \phi_k \quad (3)$$

전체 강성행렬과 질량행렬은 조합 전에 요소단계로 계산되어질 수 있다. 자유진동 유한요소해석에 대한 설계민감도 해석은 응력해석과 마찬가지로 강성행렬과 질량행렬의 설계변수에 대한 미분 값을 구하는 방법에 따라 전술한 바와 같이 세 가지의 민감도해석방법으로 나누어진다.

6. 최적화문제정의

최적화문제는 그 적용분야에 상관없이 일반적으로 다음과 같은 표준식으로 정의 될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && \Psi(s) \\ & \text{Subjected to} && g_j(s) \leq 0, j = 1, m \\ & && h_k(s) \leq 0, k = 1, \ell \\ & && s_i^l \leq s_i \leq s_i^u, i = 1, ndv \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 s 는 설계변수벡터이고, $\Psi(s)$ 는 목적함수, $g_j(s)$ 는 부등제약함수이고, $h_k(s)$ 는 등제약함수이다. s_i^l 와 s_i^u 는 i 번째 설계함수가 가질 수 있는 하한값과 상한값이며 ndv 는 최적화에 사용된 전체 설계변수의 수를 나타낸다. 본 연구에서는 셸의 고유진동수 w 를 목적함수로 선택하였고 구조물의 초기 부피 값 V_0 을 제약조건으로 사용하였다. 최적화를 수행하기 위하여 프로그램인 DoT(DoT, 1996)에서 제공하는 수학적 프로그래밍중 하나인 Sequential Quadratic Programming (SQP)를 이용하였다.

7. 셸의 최적화 절차

본 연구에서 제시한 기하학적인 모델을 이용한 셸의 최적화는 다음과 같은 다섯 가지의 기본 과정을 거친

다.

- 1) 최적화 문제 정의: 셸의 초기형상과 두께의 분포를 쿤의 조각면을 사용하여 정의한다. 설계변수의 이동 방향과 이동범위 또한 이 단계에서 정의한다. 유한요소해석을 위해서는 하중과 경계조건 등을 준비한다.
- 2) 유한요소망의 자동생성: 제 3절에서 설명한 유한요소 자동생성기를 사용하여 전 단계에서 정의된 기하학적인 모델위에 유한요소망을 생성한다. 파라메트릭평면위에 유한요소를 생성할 경우에는 규격요소망(Crook, Hoe, Hinton and Stagg, 1984)과 비규격요소망(Peiro, 1989)을 모두 사용할 수 있다.
- 3) 유한요소해석: 제 4절에서 언급한 셸요소를 사용하여 유한요소 해석을 한다. 이 단계에서 목적함수에 해당하는 셸의 고유진동수와 제약함수와 연관된 셸의 부피를 계산한다.
- 4) 민감도해석: 민감도 해석은 설계변수의 변화가 구조물의 고유진동수에 끼치는 영향의 정도를 파악하는 단계이다. 본 연구에서는 준해석법을 사용하여 설계민감도를 계산하였다.
- 5) 최적값검색: 민감도 해석에서 계산된 각 변수에 대한 설계민감도값으로 최적값을 검색한다. 최적값이 구해 질 때까지 2)-5)과정을 반복한다.

8. 최적화에제

이 절에서는 돔형 셸을 형상 최적화하였다. 돔의 1/4을 표현하기 위해 5×5 의 쿤의 조각으로 구성된 기하학적인 모델을 사용하였다. 최적화를 위하여 채택한 형상설계변수는 주어진 높이 z 에서 모두 연계하였으며 그 위치는 그림 1에 도시된 바와 같다. 셸 구조물의 하단부는 수직방향으로 지지된 것으로 가정하였고 최적화에 사용된 재료특성치는 탄성계수와 프와송비가 각각 $E = 3.2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ 과 $\nu = 0.3$ 이다. 셸의 두께는 셸 전체에 걸쳐 균일한 두께 $h = 0.25\text{m}$ 를 가지는 것으로 가정하였다.

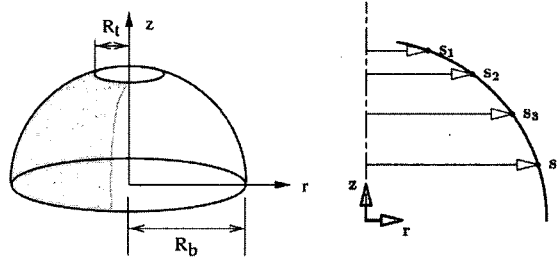


그림 1 돔형 셸의 형상과 설계변수

그리고 셸의 정점부분과 바다부분의 반지름은 $R_t = 2.5\text{m}$, $R_b = 10\text{m}$ 이다. 본 연구에서는 특히 각기 다른 세 가지의 유한요소(Lee & Han, 2001)를 이용하여 최적화에 대한 결과를 수행하였다. 최적화검색을 위해 SQP를 이용하였다. 최적화 결과를 통하여 종류가 다른 유한요소를 사용하였을 경우 도출되는 최적형상이 그림 2(a),(b),(c)에 도시된 바와 같이 달랐으며 이는 수리적인 프로그래밍기법을 이용할 경우 일부설계영역에서만 만족하는 최적의 해를 도출할 수 있는 가능성이 있다는 것을 나타낸다.

이는 같은 유한요소를 사용하더라도 초기부피를 반드시 만족해야 하는 등제약함수와 초기부피보다 작은 값을 가지게 한 부등제약함수를 사용할 경우에도 발생할 수 있는 것으로 나타났다. 참고로 그림 2(d)의 최적값은 초기부피값보다 작은 값을 가질 수 있게 한 부등제약함수를 사용하였지만 최종 최적값은 초기부피값을 유지한 것으로 나타났다. 따라서 최적화를 수행한 뒤에는 최종의 최적값 뿐만이 아니라 제약조건을 만족하는

중간단계의 최적값도 함께 분석하고 설계에 이용할 필요가 있다는 것을 나타낸다.

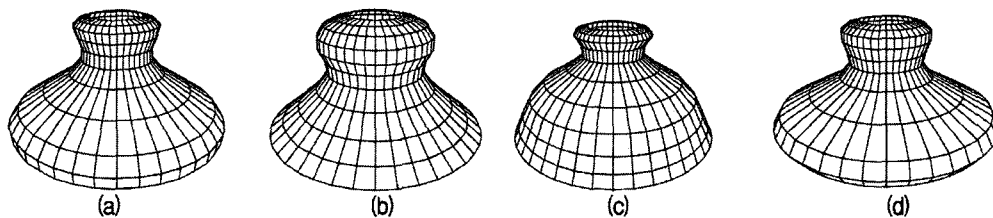


그림 2 셸의 최적형상: (a) 등제약함수와 AG9요소 이용, (b) 등제약함수와 ASL9요소 이용, (c) 등제약함수와 ANS9요소 이용, (d) 부등제약함수와 ASL9이용

이 예제에서 이용된 돔형 셸의 고유진동수값은 유한요소의 종류에 따라 참고문헌(Lee & Han, 2001)에 주어 져 있으며 초기부피값은 $V_0 = 15.8m^3$ 이다. 최적화에 이용된 설계변수의 초기 값과 구속범위 그리고 유한요소 의 종류와 제약조건에 따른 최적결과를 표 1에 정리하였다.

표 1 초기 설계변수값과 및 정규화된 목적함수값

i	s_i^0	s_i^L	s_i^U	LAG9	ASL9	ANS9	ASL9'
1	4.500	2.500	6.50	4.201	4.695	3.786	3.954
2	7.150	3.000	11.0	3.740	5.290	3.002	3.262
3	8.800	4.500	14.0	4.500	4.500	6.834	4.500
4	9.800	6.500	14.0	10.15	7.294	9.020	9.261
5	0.025	0.004	0.05	0.050	0.029	0.029	0.028
$\Psi(s)$	-	-	-	4.003	3.807	6.768	6.632

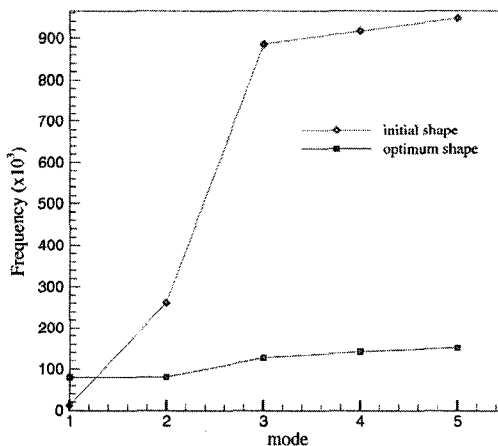


그림 3 초기 돔과 최적화된 돔의 진동수 분포비교

그림 3은 돔형 셸을 ASL9를 이용하여 해석한 것으로 최적화 전의 구조물의 진동수 분포와 최적화 후의 진동수 분포를 비교하여 도시하였다. 최적화하기 전의 셸은 그 진동수가 고차로 갈수록 증가하는 반면 최적 화를 통하여 최적화가 이루어진 경우 셸의 진동수 분포를 살펴보면 고차모드의 진동수가 최대화된 기본고유 진동수에 가까워짐을 알 수 있었다.

9. 결론

본 연구에서는 기하학적인 모델을 사용하여 셸의 고유진동수를 최대화할 수 있는 최적기법을 이용하여 돔 형 셸을 최적화하고 최적화된 셸의 동적특성을 조사해 보았다. 최적화를 통하여 셸의 고유진동수는 최대화하 였으나 고차의 진동수가 기본고유진동수에 접근하는 현상을 보였으며 이는 하나의 진동수에 구조물이 지배 되는 현상으로 나타날 수 있는 것으로 판단된다. 따라서 기본고유진동수를 최대화하는 최적화기법의 경우

고차진동수가 기본고유진동수에 가까워지는 현상을 방지하거나 조절하기 위한 제약조건을 도입하는 것이 바람직할 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 학술진흥재단 선도연구자 지원사업을 통하여 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- Ahmad, S. B.M. Irons and Zienkiewicz, O.C. (1970) Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pp. 419-451
- Anand, V.B. (1993) *Computer Graphics and Geometric Modelling for Engineers*, John Wiley and Sons, New York
- Coons, S.A. (1964) *Surfaces for Computer-Aided Design of Space Figures*, Mech. Eng. Dept., MIT
- Crook, A.J.L., Hoe, Y.C., Hinton, E. and K.G. Stagg. (1984) *User guide to the Gold suite of programs*, Report no. C/R/490/84a, Dept. of Civil Eng., University of Wales, Swansea, August
- DOT manual (1996), *VMA Engineering*, Colorado
- Haftka R.T. and Adelman, H.M. (1989) Recent developments in sensitivity analysis, *Structural Optimization*, pp. 137-151
- Hughes, T.J.R. (1987) *The finite element method-Linear static and dynamic finite element analysis*, Prentice Hall, New Jersey
- Lee, S.J. Kanok-Nuchulchai, W. (1998) A nine-node assumed strain finite element for large deformation analysis of laminated shells, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pp. 777-798
- Lee, S.J and Han, S.E. (2001) Free vibration analysis of plates and shells with a nine-node assumed natural degerated shell element, *Journal of Sound and Vibration*, pp. 605-633
- Lee, S.J. and Hinton, E. (2000) Dangers inherited in shells optimized with linear assumptions, *Computers & Structures*, pp. 478-486
- Lund, E. Finite element based design densitivity analysis and optimization, Special report no. 239, Alborg University, 1994
- Peiro, J. A finite element procedure for the solution of euler equations on unstructured meshes, Ph.D. thesis, C/PH/126/89, Dept. of Civil Eng., University of Wales, Swansea.
- Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J.S. (1973) *Shape optimization and sequential linear programming*, in Optimum structural design, edited by R.H. Gallagher and O.C. Zienkiewicz, Chapter 7, John Wiely, Chichester