

분산 메모리 시스템에서의 병렬 위상 최적설계

Parallel Topology Optimization on Distributed Memory System

이 기 명* · 조 선 호**
 Lee, Ki-Myung · Cho, Seon-Ho

ABSTRACT

A parallelized topology design optimization method is developed on a distributed memory system. The parallelization is based on a domain decomposition method and a boundary communication scheme. For the finite element analysis of structural responses and design sensitivities, the PCG method based on a Krylov iterative scheme is employed. Also a parallelized optimization method of optimality criteria is used to solve large-scale topology optimization problems. Through several numerical examples, the developed method shows efficient and acceptable topology optimization results for the large-scale problems.

1. 서론

위상 최적설계는 비 형상 설계변수인 재료 물성치에 대한 설계민감도 해석과 최적설계 기법을 결합하여 최적의 재료분포를 찾는 방법으로서 최근에는 정규재료밀도(Bulk Material Density) 함수를 이용한 밀도 방법(Density Method)이 널리 사용되고 있다[1,2]. 위상 최적설계는 기존의 치수(Sizing)나 형상(Shape) 최적설계에 비하여 최적화의 효과가 매우 크고 실행이 용이하여 최근 십여 년간 최적설계 분야를 주도하여 왔다. 그러나 기존의 연구들은 2차원 문제에 집중되어 3차원으로 확장하였을 때는 계산시간 및 공간 상의 제약을 받게 되어 실질적인 공학적 대형 문제를 풀기에는 용이하지 않았다. 따라서 이를 해결할 수 있는 병렬화 위상 최적설계기법의 개발이 절실히 필요하게 되었다. 이와 관련하여 고유치 문제에 대한 병렬화 기반 위상 최적설계에 대한 연구[3]가 수행되었으며 본 논문에서는 병렬화된 위상 최적설계기법을 제시하고 선형 탄성구조물에 대한 대형 수치예제에 적용하여 그 효용성을 확인하고자 한다.

2장에서는 선형 탄성 문제에 대한 지배 방정식으로부터 약 형식(Weak Formulation)을 유도하고 연속체 기반의 설계민감도 식을 유도한다. 3장에서는 대형 구조물의 유한요소해석을 위한 병렬화 기법을 다룬다. 유한요소해석의 병렬화는 영역 분할 및 경계 면의 정보교환을 기반으로 한 부 영역에서의 해석으로 구성된다. 유한요소해석의 병렬화는 분할된 부 영역의 강성행렬을 이용해 계산을 수행하기 때문에 직접해법보다는 Preconditioned Conjugate Gradient (PCG) Method와 같은 반복해법을 사용한다[4,5]. 4장에서는 병렬 유한요소해석과 설계민감도해석의 결과를 이용하여 최적조건법을 통한 위상 최적설계를 수행한다[6,7]. 5장에서는 병렬 유한요소해석의 수치예제 결과와 병렬화의 효율성을 도시하고, 병렬 위상 최적설계를 통한 형상의 타당성을 보인다.

* 서울대학교 조선해양공학과 석사과정

** 정희원 · 서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템공학연구소(RIMSE) 교수

2. 선형 탄성 문제

2.1. 지배방정식과 변분식

그림 1에 나타난 공간상의 선형 탄성체 영역 Ω 를 고려하여 보자.

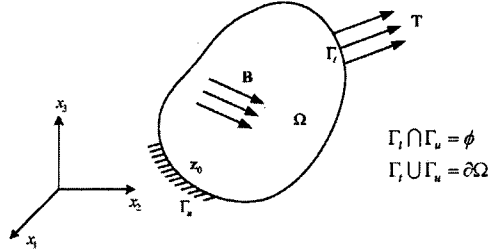


그림 1 공간상의 탄성체

여기서 Γ_r , Γ_u , \mathbf{T} , \mathbf{B} 는 각각 표면력(Traction) 경계, 변위(Displacement) 경계, 표면력(Surface Traction), 체적력(Body Force Intensity)을 나타낸다. 정적 선형 탄성문제의 지배 방정식인 평형방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \text{ in } \Omega \quad (1)$$

여기서 σ 는 코시 응력(Cauchy Stress)이고, \mathbf{b} 는 체적력이며 경계조건은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij}n_j = t_i \text{ on } \Gamma_r \quad (2)$$

$$z_i = z_i^0 \text{ on } \Gamma_u \quad (3)$$

균일 경계조건을 만족하는 변분 공간 \bar{Z} 에 속하는 가상 변위 $\bar{\mathbf{z}}$ 를 이용하여 식(1)과 경계조건(2-3)을 만족하는 약 형식(Weak Form)은 다음과 같다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \ell(\bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{Z} \quad (4)$$

여기서 $a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}})$ 와 $\ell(\bar{\mathbf{z}})$ 는 각각 변형에너지 형식(Bilinear Strain Energy Form)과 하중 형식(Linear Load Form)을 의미하며 다음과 같이 정의된다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \iiint_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{z}) \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{z}}) d\Omega \quad (5)$$

$$\ell(\bar{\mathbf{z}}) = \iiint_{\Omega} b_i \bar{z}_i d\Omega + \iint_{\Gamma_r} t_i \bar{z}_i d\Gamma_i \quad (6)$$

2.2. 설계민감도해석

설계변수가 \mathbf{u} 일 때, 미소 설계변경 $\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}$ 에 대한 변분 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_{\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \ell_{\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}}(\bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{Z} \quad (7)$$

식(7)의 \mathbf{u} 에 관한 1차 변분을 구하면 다음과 같은 설계민감도 식을 얻는다.

$$a_{\mathbf{u}}(\mathbf{z}', \bar{\mathbf{z}}) = \ell'_{\delta \mathbf{u}}(\bar{\mathbf{z}}) - a'_{\delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{Z} \quad (8)$$

일반적인 구조응답을 나타내기 위하여 아래와 같은 적분식을 고려하자.

$$\psi = \iiint_{\Omega} g(\mathbf{z}, \nabla \mathbf{z}, \mathbf{u}) d\Omega \quad (9)$$

식(9)의 1차 변분은 라이프니츠 법칙과 미분의 연쇄법칙에 의하여 다음과 같이 유도된다.

$$\psi' \equiv \frac{d}{d\tau} \left[\iiint_{\Omega} g(\mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}), \nabla \mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}), \mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}) d\Omega \right]_{\tau=0} = \iiint_{\Omega} [g_z \mathbf{z}' + g_{v_z} \nabla \mathbf{z}' + g_u \delta \mathbf{u}] d\Omega \quad (10)$$

식(10)의 \mathbf{z}' 을 균일 경계조건을 만족하는 가상변위 $\bar{\lambda}$ 로 변경한 에조인 하중을 정의하면, 에조인 응답값인 λ 를 이용하여 응답함수의 설계변수 \mathbf{u} 에 관한 1차 변분식을 구할 수 있다[1].

$$\psi' = \iiint_{\Omega} g_u \delta \mathbf{u} d\Omega + \ell'_{\lambda}(\lambda) - a'_{\lambda}(\mathbf{z}, \lambda) \quad (11)$$

3. 병렬화

3.1. PCG 해법

식(4)의 약 형식을 이산화하여 유한요소 방정식을 구성하면 아래와 같다.

$$\mathbf{Kz} = \mathbf{f} \quad (12)$$

여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬(Stiffness Matrix), \mathbf{z} 는 변위장, 그리고 \mathbf{f} 는 구조물에 가해지는 외력을 나타낸다. 해 공간에서 강성행렬 \mathbf{K} 가 대칭 양정(Symmetric Positive Definite)이므로 다음의 최소화 문제로 변환하여 함수 $f(\mathbf{z})$ 를 최소화하는 변위장 \mathbf{z} 를 구하는 문제로 치환할 수 있다.

$$f(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Kz} - \mathbf{z}^T \mathbf{f} + c \quad (13)$$

이러한 비선형 함수를 이전 탐색방향(Search Directions)을 모두 포함한 초 평면(Hyperplane) 상에서 최소화한다면 해의 수렴성은 급격히 증가하며 이러한 개념으로부터 도출된 반복해법이 Conjugate Gradient (CG) 방법이다[4]. 즉, 이전의 탐색방향을 \mathbf{p}^k 라고 나타내면, CG 방법은 $(i+1)$ 번째 반복과정에서의 해 \mathbf{x}^{i+1} 를 찾기 위해 목적함수를 다음의 초 평면 상에서 최소화하게 된다.

$$\mathbf{x}^0 + \text{span}(\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^1, \dots, \mathbf{p}^i) \quad (14)$$

식(14)의 공간을 식(12)의 잉여항(Residual) \mathbf{r} 을 이용해서 나타내면 다음과 같이 행렬 \mathbf{K} 의 대칭성에 의해 직교 기저(Orthogonal Basis)를 갖는 Krylov 부 공간(Subspace)과 동일함을 알 수 있다[3].

$$\text{span}(\mathbf{r}^0, \mathbf{K}\mathbf{r}^0, \dots, \mathbf{K}^i \mathbf{r}^0) \quad (15)$$

즉 반복과정에서 방향벡터는 이전의 방향벡터들과 선형 독립적으로 형성되어, 식(12)의 해의 차원을 N 이라고 했을 때 최대 N 번 혹은 그 이전의 반복계산 과정을 통해 해가 얻어질 수 있다. 이러한 CG 방법의 다른 특징은 해의 수렴성이 행렬의 조건수(Condition Number)에 많은 영향을 받는다는 것이다. 행렬의 조건수를 낮추기 위해 CG 반복계산 과정 내에서 행렬 연산에 프리컨디셔너(Preconditioner) 행렬을 적용하는 기법이 적용되었는데 이를 Preconditioned Conjugate Gradient (PCG)방법이라고 한다[4,8]. 프리컨디셔너 설정을 위해 ILU 분해법(Incomplete LU Decomposition)과 자코비 프리컨디셔닝(Jacobi Preconditioning), 요소별 프리컨디셔닝(Element by Element Preconditioning), AMG-프리컨디셔닝 등 다양한 방법이 제시되었는데, 본 논문에서는 병렬화를 위해 가장 계산과정이 적고 행렬 요소간 연산이 없는 자코비 프리컨디셔너를 사용하며 이는 아래와 같이 얻어진다[4].

$$\mathbf{Q} = \mathbf{D}^{-1} = \{\text{diag}(\mathbf{K})\}^{-1} \quad (16)$$

3.2. 영역 분할과 경계 면에서의 정보 교환

탄성체의 영역을 그림 2와 같이 분할하여 고려할 때 전체 영역 Ω 는 분할된 부영역(Sub-domain)의 결합으로 이루어지며, 마찬가지로 식(4)-(6)를 만족하여야 한다[5,9].

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{ns} \Omega_i, (ns: \text{number of sub-domains}) \tag{17}$$

식(4)에 영역 분할 기법(Domain Decomposition Method)을 적용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A}[a_i(\mathbf{z}_i, \bar{\mathbf{z}}_i)] = \mathbf{A}[\ell_i(\bar{\mathbf{z}}_i)], \forall \bar{\mathbf{z}}_i \in \bar{Z} \quad (i = 1, \dots, ns) \tag{18}$$

식(18)를 이산화된 공간에서 구성하여 가상 변위를 소거하면 식(12)의 형태가 되며 항들은 각각 아래와 같이 구성된다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}_i, \mathbf{f} = \mathbf{A} \mathbf{f}_i \tag{19}$$

유한요소 법에서 영역 분할은 요소를 중심으로 이루어졌기 때문에 부 영역의 경계 면에는 외부 요소들의 절점이 위치하게 된다. 부 영역에서 정보의 갱신이 이루어지면 접촉하고 있는 다른 부 영역과의 경계 면에서는 그림 3과 같이 정보 교환이 필요하게 된다. 경계 면에서의 통신 알고리즘은 참고 문헌에서 상세히 다루고 있다[10].

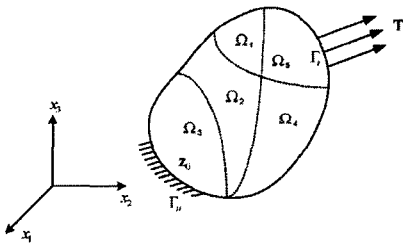


그림 2 분할 영역으로 구성된 공간 상의 탄성체

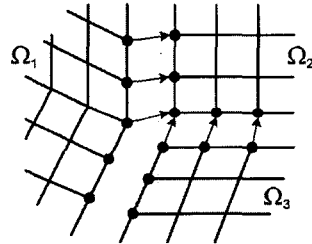


그림 3 경계 면에서의 정보 교환

3.3. 병렬화 정책

병렬 코드를 작성할 때에는 코드를 실행할 컴퓨터의 형태를 설정하여야 병렬화 정책을 수립할 수 있다. 병렬 컴퓨터의 구조는 크게 두 가지로 분류가 되는데, 하나는 다중 프로세서들이 BUS나 스위치를 통해 공유된 메모리에 접근하는 방식이고 다른 하나는 각각의 프로세서가 독립적인 메모리를 가지며 필요한 정보만을 고속 네트워크를 통해 교환하는 방식이다. 전자를 SMP(Symmetric Multiprocessor), 후자를 MPP(Massively Parallel Processors)라고 칭하는데[10], 일반적으로 여러 프로세서를 가진 슈퍼컴퓨터는 MPP 형태를 취하게 된다. 단일 BUS로는 다중 프로세서를 관리하는 경우 프로세서의 수, 공유 메모리의 크기나 컴퓨터의 효율성에 한계를 가지므로 여러 대의 컴퓨터를 연결한 병렬 프로그래밍이 많이 이루어진다. 네트워크를 통해 코드 내부의 정보가 프로세서 혹은 메모리 간에 교환되어야 할 경우가 발생하는데, PVM, MPI 등이 이를 지원한다[10,11]. 본 논문에서는 MPI 라이브러리를 이용해 네트워크를 통한 통신을 구성한다.

3.4. 유한요소 해석과 설계민감도 해석의 병렬화

유한요소 해석은 앞에서 설명한 영역 분할 기법을 적용한 PCG 방법으로 수행한다. PCG 방법은 강성행렬의 역 행렬을 직접 구하지 않고, 벡터-벡터, 행렬-벡터와 같은 단순한 계산이 반복적으로 이루어져 해를 구하기 때문에 이러한 연산들을 병렬화해주어 전체 PCG 방법을 병렬화하게 된다. 부 영역 간의 경계면 통신을 입력 값이 통신 전의 절점 정보이고 출력 값이 통신이 완료된 절점 정보인 BCOMM()이라는 함수로 정의하였다. 설계민감도 해석의 병렬화에서 위상 최적화의 설계변수는 요소와 1:1로 대응되는 밀도함수이기 때문에 영역 분할과 동시에 설계변수들이 해당 부 영역으로 할당된다. 이 때 부 영역에 속한 설계변수는 부 영역에서의 정보만으로 설계민감도를 얻을 수 있다.

표 1 병렬화된 연산 과정

	벡터-벡터	행렬-벡터
Serial	$c = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	$\mathbf{c} = \mathbf{A}\mathbf{b}$
Parallel	$\mathbf{a}_{Global} = \text{BCOMM}(\mathbf{a}_{Local})$ $c_{Local} = \mathbf{a}_{Global} \cdot \mathbf{b}_{Local}$ $c = \text{MPI_REDUCE}(c_{Local})$	$\mathbf{b}_{Global} = \text{BCOMM}(\mathbf{b}_{Local})$ $\mathbf{c}_{Local} = \mathbf{A}_{subdomain} \mathbf{b}_{Global}$ $\mathbf{c} = \text{BCOMM}(\mathbf{c}_{Local})$

4. 위상 최적설계

4.1. 위상 최적설계의 정식화

선형 단성문제에 관하여, 위상 최적화 문제를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\text{Minimize } f = \Pi = \iint_{\Omega} b_i z_i(\rho) d\Omega + \iint_{\Gamma_f} t_i z_i(\rho) d\Gamma_i \quad (20)$$

$$\text{Subject to } g = \iint_{\Omega} \rho d\Omega - V_{allowable} \leq 0 \quad (21)$$

여기서 Π , $V_{allowable}$ 과 ρ 는 각각 컴플라이언스, 가용 재료량, 상대 재료밀도를 나타낸다. 설계변수인 재료분포는 다음과 같이 SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization) 방법을 이용하여, 각 요소에 대해 상대 재료밀도와 재료 물성치로 표현할 수 있다.

$$E_i = \rho_i^n E_0 \quad (i = 1, 2, \dots, NE) \quad (22)$$

여기서 E_0 는 실제 재료의 Young's Modulus이고, n 은 재료분포 형태에 관련되는 집중계수(Penalty Parameter)이다. 상대재료밀도는 수치적인 특이성을 피하기 위하여 재료의 하한을 도입한다.

$$0 < \rho_{min} \leq \rho_i \leq 1 \quad (23)$$

4.2. 최적 조건법

목적함수 (20), 제약조건 (21), 그리고 추가 제약조건(Side Constraints) (23)으로 구성되는 최적화 문제를 푸는 방법에는 최적 조건법(Optimality Criteria Method)[6], 순차 선형계획법(Sequential Linear Programming), MMA (Method of Moving Asymptotes) 등이 있다. 이 중에서 최적 조건법은 설계변수의 개별적인 갱신이 가능하여 병렬화하기 편리한 최적화 방식이므로 이를 선택하였다.

Bendsoe[2]가 제시한 구성에 부등식 조건을 적용하면 라그랑지 함수(Lagrange Function)는 다음과 같이 얻어진다.

$$L = f + \lambda(g + s^2) + \iiint_{\Omega} \mu^+ (\rho - 1) d\Omega - \iiint_{\Omega} \mu^- (\rho - \rho_{\min}) d\Omega \quad (24)$$

여기에서 λ , μ^+ , μ^- 는 음이 아닌 라그랑지 승수(Nonnegative Lagrange Multiplier)이며 s 는 잉여 변수(Slack Variable)이다. 쿤-터커(Kuhn-Tucker) 최적조건을 적용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial L}{\partial \rho_i} = \frac{\partial f}{\partial \rho_i} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \rho_i} + \mu^+ - \mu^- = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g + s^2 = 0 \quad (26)$$

또한 Switching 조건들은 다음과 같다.

$$\mu^+ (\rho - 1) = 0, \quad \mu^- (\rho - \rho_{\min}) = 0, \quad \lambda s = 0 \quad (27)$$

$\lambda \neq 0$ 일 경우, 중간 범위의 밀도($\rho_{\min} < \rho < 1$)에 대하여 식(25)와 (26)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$-\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right) = 1 \quad (28)$$

$$g = 0 \quad (29)$$

식(28)으로부터 설계변수 ($K+1$) 번째 반복 갱신 관계식을 추정하면 다음과 같다.

$$\rho_i^{(K+1)} = \begin{cases} \max\{(1-\zeta)\rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} & \text{if } \rho_i^{(K)} B_K^\eta \leq \max\{(1-\zeta)\rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} \\ \rho_i^{(K)} B_K^\eta & \text{if } \max\{(1-\zeta)\rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} \leq \rho_i^{(K)} B_K^\eta \leq \min\{(1+\zeta)\rho_i^{(K)}, 1\} \\ \min\{(1+\zeta)\rho_i^{(K)}, 1\} & \text{if } \rho_i^{(K)} B_K^\eta \geq \min\{(1+\zeta)\rho_i^{(K)}, 1\} \end{cases} \quad (30)$$

여기서 η 는 감쇄인자(Tuning Parameter), ζ 는 변형제한(Move Limit)이며 B_K 는 다음과 같다.

$$B_K = -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right)$$

이를 식(29)에 대입하면 아래와 같이 라그랑지 승수를 얻어낼 수 있다.

$$\lambda = \left[\sum_{i=1}^{NE} \left(-\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right)^\eta \rho_i \right] / V_{\text{allowable}}^{1/\eta} \quad (31)$$

감쇄인자 η 는 SIMP 방법의 집중계수 n 과 다음의 관계를 지닌다[9].

$$\eta = \frac{1}{n+1} \quad (32)$$

최적 조건법은 라그랑지 승수를 계산할 때를 제외하고는 설계변수 간의 어떠한 연산도 이루어지지 않는다. 따라서 라그랑지 승수를 만들어 주는 부분과 사용 재료량 제약조건을 이용한 수렴 판단 부분에만 간단한 MPI 함수를 적용하여 최적 조건법을 병렬화할 수 있다.

5. 수치 예제

5.1. 병렬 유한요소해석

3장에서 정립한 병렬 유한요소해석 기법의 병렬화의 효과를 알아보기 위하여 그림 4의 외팔보를 고려하자. 전체 영역은 24,000 개의 고체(Solid) 요소로 구성되어 있으며 총 80,703 개의 자유도를 갖는다. 그림 5는 4개의 프로세서로 수행된 병렬 유한요소해석 결과 중 y-변위를 도시하였다.

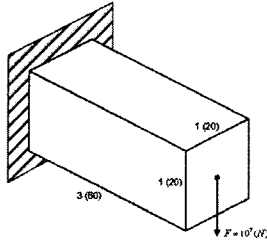


그림 4 외팔보 해석영역

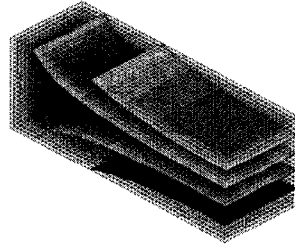


그림 5 y 방향변위 (4 Processor 사용)

그림 6과 7에서 프로세서의 개수에 따른 유한요소해석 전체시간과 병렬 PCG 1회 반복계산 수행 평균시간을 각각 정리하였다. 특히 그림 7은 암달의 법칙(Amdahl's Law) [11]을 잘 보여주고 있다.

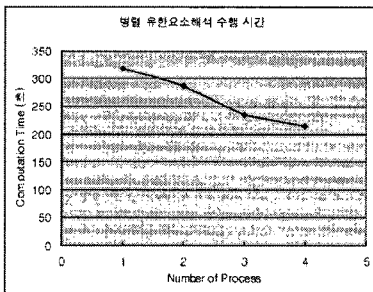


그림 6 병렬 PCG 수행시간

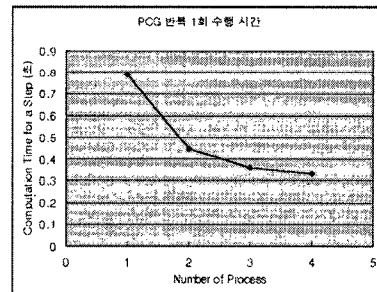


그림 7 PCG Step 평균 계산시간

5.2. 병렬 위상 최적설계

병렬화된 최적 조건법을 통해 얻어진 위상 최적설계 결과 형상을 살펴보면 아래와 같다.

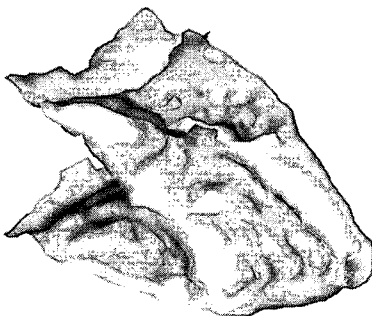


그림 8 위상 최적형상 (16,000개 요소)

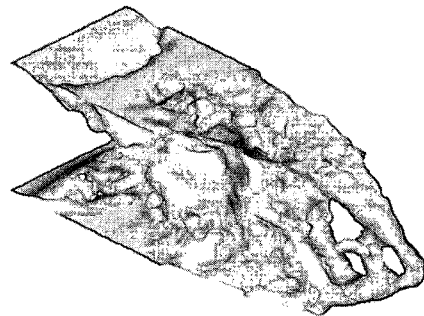


그림 9 위상 최적형상 (24,000개 요소)

각각 16,000 개와 24,000 개의 고체 요소로 구성된 직육면체 외팔보 설계 영역에 그림 4와 동일한 경계조건이 주어졌고, 집중계수는 3으로 설정하였다. 모두 4 개의 부 영역으로 분할하여 해석 및 최적화를 수행하였다. 역학적으로 강성이 높은 X 모양의 트러스(Truss) 구조와 비슷한 형상을 결과로 주어 위상 최적설계의 타당함을 뒷받침 해준다.

최적설계가 진행될수록 PCG 해석의 반복계산 회수가 늘어나는 경향을 띠는데, 이는 부재가 점점 일부 형태로 집중됨에 따라 강성행렬의 조건수가 커져 PCG 수렴이 느려지는 것에 기인한다. 즉 후반부로 갈수록 조건수를 줄이기 프리컨디셔너의 역할 비중이 늘어난다고 할 수 있다.

6. 결론

3차원 선형 탄성 구조물의 위상최적설계를 위하여 에너지 원리로부터 유한요소해석과 설계 민감도 해석 기법을 유도하였다. 반복해법의 하나인 PCG를 제시하고 영역 분할 기법을 적용하여, 분할된 부 영역 집합에 대해 병렬 유한요소해석을 수행하고 그 효과를 제시하였다. 부 영역 내에서 설계민감도 해석을 수행하고, 이를 최적 조건법에 적용하여 초대형 구조물의 병렬 위상 최적 설계 결과를 얻어내었으며 보다 상세한 구조부재 설계안을 제시해 줄 수 있음을 확인하였다. 이 연구에서 수행된 병렬화 기법을 이용한 해석과 최적설계기법은 향후 고유치 문제나 유체-구조 연성문제, 무요소법 등 다양한 분야에서 거대한 해석영역을 갖는 문제에 활용될 수 있을 것이다.

후기

이 연구는 한국과학재단의 우수연구센터 사업인 첨단조선공학연구센터의 2005-2007년 지원(Grant Number R11-2002-104-06003-0)으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] 이기명, 조선희, "3차원 요소를 이용한 구조물의 위상 최적설계," *한국전산구조공학회 논문집* 18 (2005) 309-316.
- [2] M. P. Bendsoe, O. Sigmund, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- [3] T. S. Kim, J. E. Kim, Y. Y. Kim, "Parallelized structural topology optimization for eigenvalue problems," *Int. J. Solid Struct.* 41 (2004) 2623-2641.
- [4] J. R. Shewchuk, *An Introduction to the Conjugate Gradient Method without Agonizing Pain*, Carnegie Mellon Univ., 1994.
- [5] P. Tallec, "Domain Decomposition Methods in Computational Mechanics," *Comput. Mech. Adv.* 1 (1994) 121-220.
- [6] G. I. N. Rozvany, M. Zhou, "The COC algorithm, part I: cross-section optimization of sizing" *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 89 (1991) 281-308.
- [7] K. Vemaganti, W. E. Lawrence, "Parallel methods for optimality criteria-based topology optimization," *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 194 (2005) 3637-3667.
- [8] R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, H. van der Vorst, *Templates for the Solutions of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, 2nd ed.*, Philadelphia, PA, 1994.
- [9] M. Papadrakakis, *Parallel Solution methods in computational mechanics*, John Wiley & Sons, Ltd., 1997.
- [10] Y. Aoyama, J. Nakano, *RS/6000 SP: Practical MPI Programming*, IBM, 1999.
- [11] P. S. Pacheco, *Parallel Programming with MPI*, Morgan Kaufmann Publisher, San Francisco, CA, 1997.