수차를 갖는 공진기의 안정도의 수학적 해석
Stability analysis of an aberrated optical resonator

정태문, 최일우, 고도경, 이종민
광주과학기술원, 고등광기술연구소, 펨토과학연구실
jeongtm@apri.gist.ac.kr

현재 레이저 이득 매질 여기시 이득 매질내에 spherical aberration과 같은 고차 수차의 발생이 보고되고 있는 실정이다.[1] 레이저 이득 매질 내에 고차 수차 발생시, 레이저 공진기의 해석은 전적으로 회절(diffraction) 및 전파(propagation)이론을 적용하여 수행하고 있다. 하지만, 이러한 방식은 계산 과정이 복잡하고 많은 계산 분량을 포함하고 있다. 레이저 공진기의 안정성(stability)은 광선 전파 행렬(ray-transfer matrix)을 이용하면 쉽게 해석할 수 있다. 하지만, 기존의 광선 전파 행렬은 얇은 렌즈(thin lens)나 광학적 경계(optical boundary)와 같은 쉬운 광학계에 대해서만 기술되어 왔다.

2005년 정태문 등은 수차를 포함하는 광학계에서 광학계의 수차(aberration)를 측정할 수 있으면, 수차로부터 광학계의 광선 전파 행렬을 수학적으로 구하는 방법을 고안하였다.[2] 이러한 방법을 이용하였을 경우, 수차가 있는 광학계는 radial 방향과 tangential 방향의 2-by-2 행렬로 표현될 수 있고, 광선 전파 행렬 M_{radial}과 $M_{tangential}$이 다음과 같이 광선 위치의 함수(r, ϕ)로 표현된다.

$$M_{radial}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{\partial W(r,\phi)}{r\partial r} & 1\end{bmatrix},\ M_{tangential}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial W(r,\phi)}{r\partial\phi} & 1\end{bmatrix}$$

여기서, $W(r,\phi)$는 광학계의 수차함수이다. 이 광선 전파 행렬을 이용하여, 레이저 이득 매질에 고차 수차가 유도된 경우에, 대해서 레이저 공진기에 대한 광선 행렬(ray matrix)을 표현하면

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}r_2\\ \theta_2\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{R_1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{r_1'}\dfrac{\partial W}{\partial r}\Big|_{r=r_1'} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{2}{R_2} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{r_1}\dfrac{\partial W}{\partial r}\Big|_{r=r_1} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_1\\ \theta_1\end{bmatrix}\\ &=\begin{bmatrix}A(r_1,\phi_1) & B(r_1,\phi_1)\\ C(r_1,\phi_1) & D(r_1,\phi_1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_1\\ \theta_1\end{bmatrix}\end{aligned}$$

과 같이 쓸 수 있다. 여기서, R_1과 R_2는 두 거울의 곡률 반경, L_1과 L_2는 수차를 갖는 이득 매질에서 두 거울 사이의 거리이다. r_1'은 r_1위치에서 출발한 광선이 수차 $W(r,\phi)$가 있는 이득 매질을 통과한 후, 다시 이득 매질로 돌아왔을 때, 이득 매질에서의 위치이다. 레이저 공진기가 안정하기 위해서는 광선이 N번째 공진기 왕복(roundtrip) 조건에서

$$cos^2\alpha(r_N,\phi_N)+sin^2\alpha(r_N,\phi_N)=1=A(r_N,\phi_N)D(r_N,\phi_N)-B(r_N,\phi_N)C(r_N,\phi_N)$$

$$-1\leqq cos\alpha(r_N,\phi_N)=\frac{A(r_N,\phi_N)+D(r_N,\phi_N)}{2}\leqq 1$$

을 만족시켜야 한다. 만약, 공진기내에서 광선이 무수히 많은 왕복 운동을 한다면, r_N및 ϕ_N은 공진기내의 모든 위치(r, ϕ)를 표현하게 되므로, 공진기의 안정 조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$cos^2\alpha(r,\phi)+sin^2\alpha(r,\phi)=1=A(r,\phi)D(r,\phi)-B(r,\phi)C(r,\phi)$$

$$-1\leqq cos\alpha(r,\phi)=\frac{A(r,\phi)+D(r,\phi)}{2}\leqq 1$$

위의 공진기 안정 조건은 레이저 공진기의 안정 조건과 유사하며, 위치에 따른 광선 행렬을 계산함으로

써 일반적인 경우(레이저 공진기가 고차 수차를 포함하는 경우)의 레이저 공진기의 안정성을 평가할 수 있다.

그림 1은 이득 매질의 열 초점거리가 10 m로 주어졌을 때, 주어진 pupil 크기에서 고차 수차로 -1 μm인 spherical aberration이 없는 경우와 있는 경우에 stability parameter($(A(r)+D(r))/2$)를 계산한 결과이다. Spherical aberration은 radially symmetric하기 때문에 ϕ에 대한 의존성이 없다. 이 계산에서 공진기의 길이는 1.2 m, 각각 거울의 곡률 반경은 3 m로 가정하였다. 그림 1에서 보는 바와 같이 stability parameter는 spherical aberration이 존재하는 경우 더 이상 일정한 값을 갖지 못하고 위치의 함수가 됨을 알 수 있다. 하지만, 이 경우에는 아직 공진기 stability parameter가 안정한 영역에 남아 있음을 알 수 있다.

본 논문에서는 수차를 갖는 레이저 공진기의 안정 조건에 대해서 연구하였다. 레이저 공진기의 안정 조건은 광선 전파 행렬로부터 계산하였으며, 이를 위해서 수차를 갖는 광학계의 광선 전파 행렬에 대한 수학적 표현을 고안하였다. 이로부터 레이저 공진기가 spherical aberration과 같은 고차 수차를 갖는 경우에 안정 조건을 계산할 수 있었다. 위에서 본 바와 같이 일반적인 광선 전파 행렬은 레이저 공진기의 안정성을 평가하는데 중요한 도구로 사용될 수 있다.

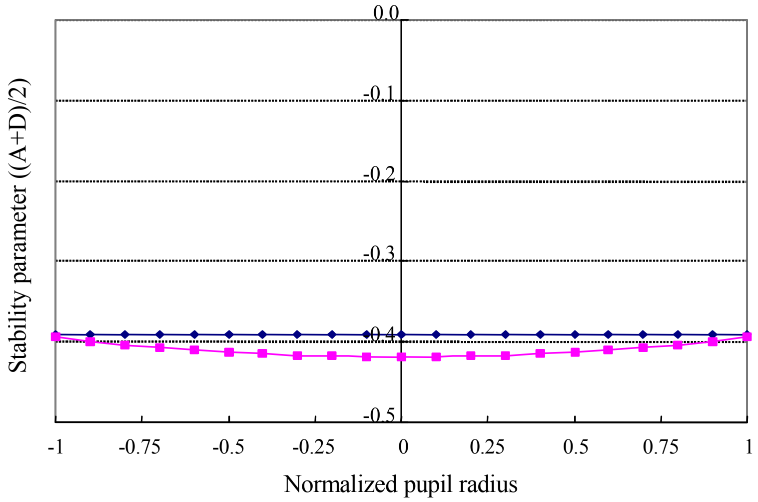

그림 1. Spherical aberration 유무에 따른 안정 변수(stability parameter)의 변화. 파란색 다이아몬드는 spherical aberration이 없는 경우, 분홍색 사각형은 spherical aberration이 있는 경우.

1. J. Bourderionnet, A. Brignon, J. Huignard, and R. Frey, "Influence of aberrations on fundamental mode of high power rod solid-state lasers," Opt. Commun. **204,** 299-310 (2002).
2. T.M. Jeong, D.-K. Ko, and J. Lee, "Generalized ray-transfer matrix for an optical element having an arbitrary wavefront aberration," Opt. Lett. **30**, 3009-3011 (2005).