상호작용 다목적 최적화 방법론을 이용한 전시 탄약 할당 모형
Ammunition Allocation Model using an Interactive Multi-objective Optimization(MOO) Method

정민섭, 박명섭
서울특별시 성북구 안암동 고려대학교 경영학과
(suby55@korea.ac.kr, mspark@korea.ac.kr)

Abstract

The ammunition allocation problem is a Multi-objective optimization(MOO) problem, maximizing fill-rate of multiple user troops and minimizing transportation time. Recent studies attempted to solve this problem by the prior preference articulation approach such as goal programming. They require that all the preference information of decision makers (DM) should be extracted prior to solving the problem. However, the prior preference information is difficult to implement properly in a rapidly changing state of war. Moreover they have some limitations such as heavy cognitive effort required to DM. This paper proposes a new ammunition allocation model based on more reasonable assumptions and uses an interactive MOO method to the ammunition allocation problem to overcome the limitations mentioned above. In particular, this article uses the GDF procedure, one of the well-known interactive optimization methods in the MOO literature, in solving the ammunition allocation problem.
***Keyword**: Ammunition allocation, GDF, Interactive approach, Multi-objective optimization.*

1. 서 론

화력과 기동성이 강조되는 현대전에서는 효율적이고 신속한 전투근무지원이 반드시 보장되어야 한다. 그 중에서도 전투부대가 전투에만 전념할 수 있도록 필요로 하는 탄약을 요구하는 시간과 장소에 추진 공급해 주는 탄약 지원 활동은 작전 임무수행 및 전투 지속능력을 보장해 주는 면에서 전쟁 승패에 결정적인 역할을 할 것이다.

그러나 탄약 할당 계획을 수립하는 것은 탄약고의 크기, 가용인력과 장비 등의 탄약 취급 능력의 제한사항과 탄약을 수송하는 수송차량, 1일 수송가능 거리와 시간 등에 따른 공급능력의 제한사항, 작전 단계별 부대임무, 전장 상황 변화에 따른 탄약 수요의 불확실성 등의 제한사항 때문에 매우 어려운 문제이다. 특히 의사결정 권한을 가지고 있는 지휘관이 독단으로 모든 제한 사항을 고려하여 최적화된 의사결정을 하기란 쉽지 않다.

탄약할당 문제는 여러 사용부대의 수요를 각각 최대한 만족시켜주어야 하는 목표와 최단 시간 내에 수송을 해야 하는 목표 등 다수의 상충하는 목표가 존재하는 다목적 의사결정(Multi-optimization Decision Making : MODM)의 문제이다. MODM 방법은 제한 조건에 의해 묵시적으로 정의된 다수의 대안 집합에서 최적해를 구하는 방법으로서 다목적 최적화 방법론(Multi-Objective Optimization : MOO)으로도 불린다. Hwang 등[19]에 의하면 MOO 기법은 의사결정권자의 선호도에 대한 정보여부에 따라 prior preference articulation과 posterior preference articulation 그리고 progressive preference articulation으로 구분할 수 있다. Prior preference articulation 기법은 Goal programming, Pure Lexicographic method, Utility function approach 등이 있는데 이들 방법들은 최적화 과정 전에 의사결정권자의 선호도에 대한 모든 정보가 반영되어 있는 상황에서의 최적화 방법론이다. 그러나 현실적으로 사전에 의사결정권자의 선호도에 대한 모든 정보를 정확히 유도해 내는 것은 어려운 일이며 또한 사전에 선호도를 유도하는 과정에서 의사결정권자에게 과중한 인지적 부담을 주는 것으로 알려져 있다. 한편, MOO의 progressive preference articulation 기법에는 STEM, GDF procedure, ZW method 등이 있는데 이 기법은 최적화 과정동안 의사결정권자의 선호도에 대한 부분 정보가 점진적으로 반영되는 상호작용적 접근방법(interactive approach)으로서 한 번에 모든 정보를 유도해야 하는 prior preference articulation 방법에 비하여 의사결정권자의 선호도에 대한 정보를 정확히 유도할 수 있고, 유도 과정에서 의사결정권자에게 부여되는 인지적 부담도 적은 것으로 알려져 있다.[22] 한편, Cohon과 Mark[13] 등은 의사결정자가 문제 해결과정에 참가하는

방법에 따라 MOO 방법을 상호작용 접근법(Interactive approach)과 비상호 작용 접근법(non-interactive approach)으로 분류하였는데 Hwang 등[19]이 분류한 progressive preference articulation이 바로 상호작용 접근법과 같은 범주이므로 상호작용 다목적 최적화(Interactive Multi-objective Optimization) 방법론으로 불린다.

탄약 지원부대는 사용부대에서 요구하는 탄약 수요량을 최단시간에, 최대한 충족시켜야 하는 다수의 목표가 있고, 이들 목표들은 서로 상충되는 관계에 있으며, 급변하는 전장 상황에서 사전에 의사결정권자의 선호도에 대한 정보를 모두 반영하여 한 번에 의사결정을 내리는 것이 어렵기 때문에 상호작용 다목적 최적화(Interactive MOO) 방법이 더 적합하다.

본 연구의 목적은 기존 탄약 할당 모형 연구들의 문제점을 분석하고 이를 개선하기 위하여 Interactive MOO 방법을 이용하여 사용부대의 탄약 수요량을 최대한 만족하면서, 탄약보급소에서 사용부대까지의 수송시간을 최소화 할 수 있는 탄약 할당 모형을 제안하고 수치예제를 통해 제안된 모형의 적용 가능성을 검증하는데 있다.

본 연구의 2장에서는 선행 연구를 통해 우선 기존의 탄약 할당 모형에 관한 연구의 문제점을 도출하여 Interactive MOO 방법론의 적용이 보다 효과적임을 보이고, 3장에서는 Interactive MOO 방법론과 적용방법을 설명하였다. 4장에서는 기존 연구의 문제점을 보완한 전시 탄약 할당 모형을 구성한 다음 Interactive MOO 방법론 중의 하나인 GDF procedure를 이용하여 실제 A군단의 수치예제를 해결함으로써 제안된 모형의 적용가능성을 검증하였다.

2. 선행 연구

본 연구와 관련된 기존의 연구는 다목적 의사결정 문제를 Interactive MOO 방법을 이용하여 해결한 연구들과 전시 탄약 할당 모형에 관한 연구로 나누어 볼 수 있다.

Mollaghasemi와 Evans[20]는 시뮬레이션 모델을 통해 생산시스템을 최적화하기 위한 최적화 방법론으로 기존에 다목적 의사결정 문제에 많이 사용되던 다중반응 최적화 방법론(Multi-Response Surface Optimization : MRO) 대신에 Interactive MOO방법의 하나인 STEP Method를 이용한 연구를 실시하였다. Montgomery와 Bettencourt[21]는 무기체계의 전투효과 최적화에 대한 문제에 기존의 MRO 방법 대신 Interactive MOO방법론 중 GDF Method를 적용하여 최적화된 해를 도출하였다. Rees 등[23]은 MRO와 interactive approach의 장·단점을 제시하고, MRO와 Goal programming 문제에 interactive approach를 적용하여 최적해를 찾아내는 방법을 제시하였다.

Park 등[22]은 기존의 MRO 기법의 문제점과 한계점을 제시하고 Interactive MOO 방법론 중 GDF 방법을 이용하여 기존의 MRO 문제를 해결하는 것이 훨씬 효과적임을 보였다. 또한 MRO 방법론은 MOO 방법론의 한 분류인 prior preference articulation의 형태로 볼 수 있으며 prior preference articulation approach는 앞에서도 언급한 바와 같이 문제를 해결하기 이전에 의사결정권자의 선호도에 대한 정보가 모두 알려져야 하는데 현실적으로 의사결정권자의 선호도에 모든 정보를 정확히 반영하는 것은 어려운 문제이기 때문에 prior preference arcticulation approach보다는 progressive preference articulation approach가 의사결정자의 의도에 부합된 최적해를 유도해 낼 수 있다고 하였다.

한편 주재훈[7]은 Goal programming, Utility function approach, Lexicographic method 등은 거의 정보가 없는 상태에서 의사결정자가 목표를 선택하여 그 순위를 결정하거나 직접 효용함수를 산출해야 하므로 의사결정자에게 부담을 주게 된다고 하였다. Utility function approach는 의사결정권자의 효용함수 $U: R^n$을 R^1으로 변형하여 목적함수가 하나인 문제로 해결을 시도한다. 그러나 Park 등[22]은 의사결정권자가 생각하는 효용함수가 실제로 R^1으로 표현된 수학적 목적함수와 같다고 볼 수 없으며 의사결정권자가 사전에 효용함수를 수학적으로 구성한다는 것도 현실적으로 어려운 일이라고 설명하였다. Goal programming은 여러 개의 목적함수 중에서 의사결정자가 중요하게 여기는 것들의 우선순위를 구하거나 가중치를 부여하여 문제를 해결한다. 그러나 사전에 목적함수에 우선순위를 결정하기 어려운 경우도 있을 수 있으며 또한 의사결정과정에서 가중치가 달라질 수도 있다.[22]

이런 선행 연구의 결과로 다수의 목표를 최적화해야하는 MOO 문제의 해결에 있어서는 의사결정자 자신이 의사결정과정에서 참여하여 자신의 선호도 정보를 제공하기도 하고 분석자에 의해 제시된 결과를 수정할 수도 있는 Interactive MOO 방법이 효과적이라고 할 수 있다.

한편, 전시에 탄약 할당을 위한 모델로써 민계료 등[2]의 연구와 조성근[6]의 연구는 Goal programming을 이용하여 탄약보급소에서 사용부대로 탄약을 할당함에 있어서 부대의 임무와 상황 등을 고려하여 탄약 수요량에 대한 우선순위를 부여하고, 부여된 우선순위에 따라 탄약 수요량을 최대한 충족시키면서 수송시간을 최소화하는 모형을 구성하였다. 이들 연구에서는 탄약을 요구하는 사용부대를 접적부대, 전투부대, 전투예비부대, 동원부대로 나누어 각 부대별 임무에 따라 우선순위를 부여하여 우선순위가 높은 부대부터 자원을 할당하는 모형을 구성하였다. 민계료 등[2]은 각 부대의 탄약 공급의 충족률 목표를 100%, 80%, 그리고

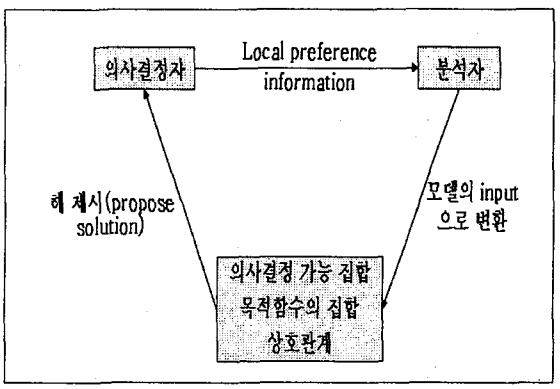
50%로 설정하였고, 조성근[6]의 연구는 충족률을 100%, 80%, 70%와 20% 등으로 설정하여 우선순위에 따라 각 부대별 목표를 만족시키는 모형을 구성하였다. 그러나 의사결정자가 이렇게 사전에 우선순위를 부여하기도 어렵고 또한 우선순위에 따라 충족률 목표를 정확하게 설정한다는 것도 상당한 인지적 부담을 주는 일이다. 한편 탄약보급소에서 1일 취급할 수 있는 공급량이 사용부대에서 요구하는 수요량보다 현저히 부족한 경우에 우선순위에 따라 자원을 할당하게 되면 가장 우선순위가 높은 기준을 만족시키기 위해서 모든 자원을 우선적으로 할당하기 때문에 우선순위가 낮은 부대의 목표는 미달성하게 된다. 일반 자원의 할당 문제에서는 우선순위가 높은 목표가 달성되었으므로 이러한 문제가 중요하지 않을 수 있다. 그러나 전시 군의 자원할당 문제에서는 자원이 부족하게 되면 사용부대가 전투력을 발휘하지 못하게 되어 전투력 손실이 커지거나 임무수행이 불가능하게 되는 등의 심각한 문제가 발생할 수 있다. 또한 이들 연구는 접적부대, 전투부대, 예비부대, 동원부대 등 수직적으로 탄약 사용부대를 구분하여 우선순위를 부여하였는데 이러한 구분방법은 실제로 탄약 보급률의 가중치를 사단별로 결정하는 탄약 통제 보급률의 가중치 부여 방법[10]과도 맞지 않는다.

이영신[3]은 전시 탄약 할당 문제를 장기적인 상황과 공급에 따른 비용과 수송시간 등을 고려하여 비용을 최소화하는 것을 목적함수로 구성하고 정수계획법으로 문제를 해결하였다. 그러나 전시라는 특수 상황을 고려하면 탄약 공급을 위해 소요되는 주문비용, 수송비용, 재고비용 등의 비용을 최소화하는 목적함수는 탄약할당 모형에서 중요한 문제가 아니다.

따라서 본 연구에서는 기존연구에서 나타난 문제점인 자원 부족시의 목표 미달성 문제, 의사결정자의 우선순위 부여에 대한 과중한 부담감 문제, 가중치 부여 방법에 맞지 않는 수직적 부대구분에 의한 할당모형, 비용 최소화에 목적을 둔 문제점 등을 개선하여 보다 합리적인 탄약 할당 모형을 수립하고 Interactive MOO 방법론을 이용하여 이의 해결을 시도하였다.

3. Interactive Multi-objective Optimization Methods

Interactive MOO 방법은 다목적 문제를 해결하는 방법으로서 문제의 가능영역(feasible region) 내에서 최적해 또는 최적해에 근사한 값을 찾아가는 과정을 수행한다. 의사결정권자가 만족하는 수준의 최적해를 찾을 때까지 일정한 패턴을 가진 계산과정을 통해 의사결정 단계를 보여주는 과정을 반복한다. 의사결정자는 주어진 해와 관련된 그의 국부적인 선호정보(local preference information), 즉 상쇄 효과에 대한 정보(trade-off information)를 표현하고 분석자가 이 응답에 따라 문제를 수정하여 새로운 해를 구하여 다시 의사결정자에게 제시한다. 의사결정자와 분석자의 상호작용 과정에 의한 의사결정모형은 다음 <그림 1>에 나타나 있다.



<그림 1> Interactive MOO의 의사결정 과정[24]

일반적으로 상호작용 과정 동안 분석자는 의사결정과정에 개입하여 상호작용 최적화 방법론에 따라 의사결정자에게 제시된 모델의 결과를 분석하며 필요시 가능한 모델을 수정하기도 한다. 모델은 계산과정을 통해서 가장 좋은 프로세스 자료와 실행 가능한 알고리즘을 보여주고 의사결정권자가 가장 선호하는 해를 결정하도록 하는 과정을 거친다.

Prior preference articulation approach와 비교해 볼 때 Interactive MOO 방법은 사전에 선호정보를 필요로 하지 않으므로 의사결정자에게 주는 부담이 적고, 의사결정자가 해를 찾는 과정에 밀접하게 관련되어 있어 문제 해결과정과 구조를 보다 잘 이해하게 되고, 학습 효과(learning effects)를 제공해주는 장점이 있다.[22]

Interactive MOO approach의 대표적인 것들로는 STEM[11], GDF procedure[17], ZW Method[26],[27] 등이 있다. 각 방법론마다 장단점이 있어서 그 적용분야도 약간씩 상이하다. 각 방법론 장단점 비교는 주재훈[7]과 Steuer[25] 등의 연구에서 자세히 설명되었다.

탄약 할당 의사결정 모형은 모형의 복잡성과 가중치 결정의 중요성, 의사결정의 신속성 등을 고려하여 본 논문에서는 GDF 방법을 적용한다.

3.1. GDF procedure

Geoffrion, Dyer, Feinberg[17]에 의한 제안된 GDF procedure는 다목적 문제를 풀기 위해서 최적해까지 선을 연결하고 그 방향으로 해를 찾아가는 방법이다. 예를 들면 다음과 같은 다목적 함수를 갖는 문제가 있다고 가정하자.

$$\begin{aligned} &\max\ f_1(\mathbf{x}) = z_1 \\ &\max\ f_2(\mathbf{x}) = z_2 \\ &\vdots \\ &\max\ f_k(\mathbf{x}) = z_k \\ &s.t. \qquad \mathbf{x} \in X \end{aligned}$$

여기서 X는 선형 제약식으로 이루어져 있고 범위가 정해져 있다.

GDF procedure에서는 사전에 위의 모든 목적함수를 만족하는 효용 함수 U가 있다고 가정한다. 그러면 위의 식은

$$\max\ U\{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \cdots f_r(\mathbf{x})\}\ \ s.t.\ \mathbf{x} \in X \quad (1)$$

로 표현할 수 있다. 이때 각각의 함수 f_i와 가능영역 X는 정확히 알려져 있는 반면 효용함수는 어떤 형태인지는 정확히 알 수 없다.

위의 (1)식을 수학적으로 풀기 쉽게 하기 위하여 Frank-Wolfe method[16]를 이용한다. 이 효용함수(1)의 가능영역 $X \subseteq R^n$은 콤팩트(compact)한 특성과 볼록 집합(convex set)이며 목적함수는 X 내에서 연속이고 미분가능하며 오목성(concave)을 가지고 있다고 가정한다.(1)을 풀기 위한 Frank-wolfe method의 메카니즘은 다음과 같다.

Step 0. 최초에 $\mathbf{x}^1 \in X$인 initial feasible point $\mathbf{x}^1$을 결정한다. 이때 iteration count $k = 1$이다.

Step 1. $\mathbf{x}^1$로부터 directional-finding problem의 최적해 $\mathbf{y}^k$를 결정한다.

$$\max_{\mathbf{y} \in X}\ \nabla_{\mathbf{x}} U\left[f_1(\mathbf{x}^k), \cdots f_r(\mathbf{x}^k)\right] \cdot \mathbf{y} \quad (2)$$

이 때 $u\{f_i(\mathbf{x})\}$의 값을 개선하기 위한 방향(direction) $\mathbf{d}^k = \mathbf{y}^k - \mathbf{x}^k$이다.

Step 2. step-size problem에서 최적해 t^k를 결정한다.

$$\begin{aligned} &\max\ U\left[f_1(\mathbf{x}^k + t^k\mathbf{d}^k), \cdots, f_r(\mathbf{x}^k + t^k\mathbf{d}^k)\right] \quad (3) \\ &s.t.\ \ t^k \in [0,1] \end{aligned}$$

여기서 $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + t^k\mathbf{d}^k$, $k = k+1$로 놓고 step 1로 돌아가서 만족하는 최적해를 찾을 때까지 위의 과정을 반복한다.

일반적으로 Step 1은 의사결정자의 효용함수에서 $\mathbf{x}^k$로부터 최적해로 가는 가장 좋은 방향 $\mathbf{d}^k$를 결정하는 단계이다. Step 2에서 의사결정권자는 그의 효용함수를 최대화시키는 방향으로 얼마나 움직일 것인가에 대한 step size t^k를 결정한다.

그러나 의사결정권자가 생각하는 효용함수 U는 정확하게 알 수가 없기 때문에 Step 1과 Step 2를 계산할 수가 없다. 두 단계 모두 U에 대한 확실한 정보가 요구된다. 한편 여기서 요구되는 정보는 많은 양이 아니므로 다음에서 보다 자세히 설명한 GDF 접근 과정을 통해 의사결정자로부터 필요한 정보를 획득할 수 있게 된다.

Step 1 chain rule에 의해서

$$\nabla_x U\left[f_1(\mathbf{x}^k), \cdots, f_r(\mathbf{x}^k)\right] = \sum_{i=1}^{r}\left(\frac{\partial U}{\partial f_i}\right)^k \nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}_i^k) \quad (4)$$

이다.

여기서 $(\partial U/\partial f_i)^k$는 각 각의 $\left[f_1(\mathbf{x}^k), \cdots, f_r(\mathbf{x}^k)\right]$에서 측정된 효용함수 U의 i번째 편미분 값이고 $\nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}^k)$는 $\mathbf{x}^k$에서 측정된 f_i의 기울기이다. 이 때 계수 $(\partial U/\partial f_i)^k$의 값을 알 수가 없기 때문에 식 (2)의 목적함수도 정확하게 알 수가 없다. 그러나 $(\partial U/\partial f_i)^k$은 상수이기 때문에 위의 식을 $(\partial U/\partial f_1)^k$로 나눌 수 있으며 이렇게 하면 directional problem은 다음과 같이 줄어들게 된다.

$$\max \sum_{i=1}^{r} w_i^k \nabla_{\mathbf{x}} f_i(\mathbf{x}^k) \cdot \mathbf{y} \quad s.t.\ \mathbf{y} \in X \quad (2')$$

$$w_i^k \doteq (\partial U/\partial f_i)^k / (\partial U/\partial f_1)^k, \quad i = 1, \cdots, r \quad (5)$$

w_i^k는 현재 점에서 i번째 목적함수와 기준이 되는 목적함수 간의 의사결정자의 상쇄관계를 반영하는 상대적 가중치이고 (2')를 풀기 전에 획득되어야만 한다. 즉, w_i^k는 i번째 목적함수 f_i와 기준이 되는 목적함수 f_1간의 의사결정자의 한계대체율(marginal rate of substitution : MRS)이다. 이 한계대체율은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w_i^k = -\Delta f_1 / \Delta f_i \quad (6)$$

그러므로 의사결정자로부터 현재 값에서 기준이 되는 목적함수 f_1에 대해서 다른 목적함수 f_i의 만족을 위해서 증가시키는 양 Δf_i에 대한 기준함수의 감소시키는 양 Δf_1의 비율을 획득해야만 한다. 이러한 과정에서 의사결정자는 효용함수가 정확히 어떤 것인지는 모르나 최적해에 대한 자신의 선호도의 정보를 제공할 수 있게 되는 것이다.

Step 2

효용함수 U는 정확하게 알 수가 없기 때문에 식 (3)은 의사결정자에 의해 수행되어져

야만 한다. 그러나 이는 그렇게 어려운 과정이 아니다. 이미 $\mathbf{x}_k$와 $\mathbf{d}_k$의 값은 구해진 상태이기 때문에 유일하게 변수로 남아 있는 t^k의 값만 결정하면 되는 것이다. 여기서 step-size를 나타내는 변수인 t^k는 0과 1 사이의 값을 갖고 이 t^k의 함수인 $f_i(\mathbf{x}^k + t^k\mathbf{d}^k)$의 모든 값을 도표를 이용해서 만들 수가 있다. 그러면 의사결정자가 이 도표에서 제시된 값 중에서 모든 목적함수들을 가장 만족하는 t^k를 결정하게 된다. 이때의 최적해 값이 의사결정자가 완전히 만족되지 않으면 다시 Step 0으로 가서 iteration $k=1$에서 구해진 $\mathbf{x}^{k+1}$을 최초해(initial point)로 놓고 위의 과정을 반복하게 되며 이러한 과정을 통해 더 이상 해를 향상시킬 수 없으면 모든 절차는 끝나고 최종적으로 의사결정자가 원하는 최적해를 얻게 된다.

4. 전시 탄약 할당 모형

4.1. 문제 해결을 위한 모형 구성

본 연구는 군단내의 탄약 공급 체인을 연구 대상으로 하였다. 군단의 경우 군수지원 사령부 예하의 경자동차대대의 차량을 지원받아 탄약대대의 각 탄약보급소로부터 탄약을 사용하는 전투부대에 직접 공급한다. 탄약 사용부대는 예하부대와 지원부대를 포함하여 크게 좌측 전투부대와 우측 전투부대 그리고 전투예비부대로 구분 지을 수 있는데 이렇게 구분된 부대의 임무와 작전의 진행 상황에 따라 탄약 공급량의 가중치가 다르다.

본 연구에서는 사용부대의 탄약 공급량이 탄약을 공급하는 탄약지원부대의 취급능력과 수송능력의 제한으로 인하여 탄약 수요량에 미달하는 전시 상황을 고려하였다. 또한 군단내 직접지원 탄약 보급소로부터 각 사용부대인 좌측, 우측, 예비부대로 공급되는 최적의 탄약 할당량을 최단시간에 수송하는 모형을 수립하였다. 본 연구 모형에 필요한 가정 사항과 기호 및 변수 정의, 그리고 목적함수와 제약조건식은 다음과 같다.

4.1.1. 가정 사항

가. 탄약 보급소(Ammunition Supply Point : ASP)는 탄약 취급 능력 범위 내에서 탄약을 공급하며, 탄약 수송 차량은 동일한 차량 종류으로서 차량 1대당 탄약 적화시간과 적재능력 등은 알려져 있다.

나. 군단 경자동차대대는 지역 내의 부대들에 대하여 육로수송을 지원한다. 이 부대의 수송능력과 1일 수송시간 및 수송횟수 등은 알려져 있다.

4.1.2. 기호 및 변수 정의

i : 탄약보급소 (i=1,2,⋯,m)

j : 탄약 사용부대 (j=1,⋯,n, 좌측 전투부대 = 1,⋯a (k=1), 우측전투부대 = a+1,⋯b (k=2), 전투예비부대 = b+1,⋯,n(k=3))

X_{ij} : i번째 탄약보급소로부터 j번째 사용부대로 할당되는 1일 탄약할당량(ton)

T_{ij} : 탄약보급소 i에서 사용부대 j까지 소요되는 탄약 수송시간(분)(하화 및 적재시간 포함)

C_i : i번째 탄약 보급소의 1일 탄약 취급 가능량(ton)

D_j : j번째 사용부대의 탄약 수요량(ton)

AL : 차량 1대당 적재능력(ton)

AV : 1일 수송가능 탄약량(ton)(가용차량수×왕복 가능횟수×차량 적재능력)

AT: 1일 총 탄약 수송가능시간(분) (차량대수×1일 수송가능시간×60′)

d_{kj}^- : j번째 사용부대의 탄약 수요량에 대한 할당량의 부족편차

d_{kj}^+ : j번째 사용부대의 탄약 수요량에 대한 할당량의 초과편차

d_4^- : 1일 총 탄약 수송가능시간에 대한 수송시간 미달편차

d_4^+ : 1일 총 탄약 수송가능시간에 대한 수송시간 초과편차

4.1.3. 목적함수 및 제약조건식 구성

(1) 탄약 공급에 관한 제약 조건식

탄약 보급소는 인력과 장비 등의 제한으로 1일 탄약을 취급할 수 있는 탄약 취급량에 제한을 받는다. 따라서 탄약 보급소에서 각 사용부대로 공급해 줄 수 있는 탄약 할당량은 1일 탄약 취급량을 초과할 수 없다.

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le C_i (i=1,\cdots,m) \tag{7}$$

(2) 탄약 수요량과 할당량에 대한 제약 조건식

탄약 보급소에서 각 사용부대로 할당하는 탄약 공급량은 각 사용부대에서 요구하는 탄약 수요량을 초과할 수 없으며 각 탄약 사용부대에서 요구하는 탄약 수요량을 최대한 만족시켜야 한다. 이를 좌측부대, 우측부대, 예비부대로 구분하고 미달편차를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{1j}^- = D_j \ (j=1,\cdots,a) \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{2j}^- = D_j \ (j=a+1,\cdots,b)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{3j}^- = D_j \ (j=b+1,\cdots,n)$$

한편, 탄약 보급소에서 각 부대로 할당되는 탄약 할당량은 상급부대 수요에 대한 공급의 비율과 동일한 비율로 할당이 되어야 한다. 예를 들면 좌측부대에 수요에 대한 공급의 충족률이 80%로 결정이 되면 좌측부대에 속해있는 각 사용부대의 공급 충족률은 모두 80%로 동일하게 결정되어야 한다. 따라서 좌측부대에 할당되는 탄약량은

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{a} X_{ij} / \sum_{j=1}^{a} D_j = \sum_{i=1}^{m} X_{i1}/D_1 = \cdots = \sum_{i=1}^{m} X_{ia}/D_a$$

이어야 하고 이를 변환하면

$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{a} X_{ij} = \sum_{j=1}^{a} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \; (j=1,\cdots,a)$$

이 된다. 즉, 각 부대에 할당되는 탄약량은 다음 조건을 만족해야 한다.

$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{a} X_{ij} = \sum_{j=1}^{a} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \; (j=1,\cdots,a) \quad (9)$$
$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=a+1}^{b} X_{ij} = \sum_{j=a+1}^{b} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \; (j=a+1,\cdots,b)$$
$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=b+1}^{n} X_{ij} = \sum_{j=b+1}^{n} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \; (j=b+1,\cdots,n)$$

(3) 1일 수송 가능 탄약량과 수송 가능 시간에 관한 제약 조건식

탄약보급소에서 할당할 수 있는 1일 총 탄약 할당량은 1일 수송 가능 탄약량을 초과할 수 없다.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le A\,V \quad (10)$$

또한 탄약 보급소 i에서 사용부대 j로 할당된 탄약을 수송하는데 소요되는 수송시간은 탄약보급소로부터 사용부대까지의 수송시간(T_{ij})과 할당된 탄약을 수송하는데 필요한 차량대수(X_{ij}/AL)의 곱이다. 각 사용부대로 공급하는 탄약 할당량을 수송하는데 걸리는 총 시간은 이는 1일 총 탄약 수송가능시간 범위에서 이루어지므로 이를 미달편차 및 초과편차를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} T_{ij}X_{ij}/AL + d_4^- - d_4^+ = A\,T \quad (11)$$

(4) 탄약 지원 부대의 목적함수

탄약지원부대는 탄약을 요구하는 사용부대의 적시에 적량을 공급해주어야 하기 때문에 각 사용부대들의 수요량을 최대한 충족시켜주는 것과 탄약보급소에서 각 사용부대로 최단시간에 수송을 완료하는 것을 목적으로 한다. 따라서 탄약지원부대의 목적함수는 전투부대 중 좌측 부대들의 수요량에 대한 공급량을 최대화하는 함수, 전투부대 중 우측부대들의 수요량에 대한 공급량을 최대화하는 함수, 전투예비부대들의 수요에 대한 공급량을 최대화하는 함수, 그리고 각 탄약보급소에서 각 사용부대로의 총 수송시간을 최소화하는 함수로 구성된다.

$$\begin{aligned}
&\max \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{a} X_{ij} \\
&\max \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=a+1}^{b} X_{ij} \\
&\max \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=b+1}^{n} X_{ij} \\
&\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=b+1}^{n} T_{ij}X_{ij}/AL
\end{aligned} \quad (12)$$

제약 조건식 (8)에서 $A\mathbf{x}+\mathbf{d}^- = \mathbf{b}$로 표현하면, $\mathbf{d}^-$의 최소화는 $A\mathbf{x}-\mathbf{b}$의 절대값을 최소화시키게 될 것이다. 다시 말해서 미달 편차의 최소화는 $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$라는 조건을 최대한 달성시키는 $\mathbf{x}$값을 찾게 할 것이다. 따라서 탄약 공급량을 최대화하려면 d_{kj}^-를 최소화하면 된다. 또한 (11)에서 $d^+ - d^-$를 최소화시키면 수송시간을 최소화시키는 것과 결과가 같게 된다. 따라서 탄약 공급량과 수송시간에 관한 목적함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.[4]

$$\begin{aligned}
&\min \quad \sum_{j=1}^{a} d_{1j}^- \\
&\min \quad \sum_{j=a+1}^{b} d_{2j}^- \\
&\min \quad \sum_{j=b+1}^{n} d_{3j}^- \\
&\min \quad d_4^+ - d_4^-
\end{aligned} \quad (13)$$

4.1.4. 탄약 할당 모형

위에서 설명한 목적함수와 이에 대한 제약 조건식을 종합하여 다음과 같이 전시 탄약 할당 모형을 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned}
&\min \quad \sum_{j=1}^{a} d_{1j}^- \\
&\min \quad \sum_{j=a+1}^{b} d_{2j}^- \\
&\min \quad \sum_{j=b+1}^{n} d_{3j}^- \\
&\min \quad d_4^+ - d_4^-
\end{aligned} \quad (14)$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le C_i (i=1,\cdots,m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{1j}^{-} = D_j (j=1,\cdots,a)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{2j}^{-} = D_j (j=a+1,\cdots,b)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} + d_{3j}^{-} = D_j (j=b+1,\cdots,n)$$

$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{a} X_{ij} = \sum_{j=1}^{a} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij}\ (j=1,\cdots,a)$$

$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=a+1}^{b} X_{ij} = \sum_{j=a+1}^{b} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij}\ (j=a+1,\cdots,b)$$

$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=b+1}^{n} X_{ij} = \sum_{j=b+1}^{n} D_j \cdot \sum_{i=1}^{m} X_{ij}\ (j=b+1,\cdots,n)$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le AV$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} T_{ij} X_{ij}/AL + d_4^{-} - d_4^{+} = AT$$

$$X_{ij},\ d_{1j}^{-},\ d_{2j}^{-},\ d_{3j}^{-},\ d_4^{-},\ d_4^{+} \ge 0$$

4.2. 수치 예제를 통한 모형 검증

전술한 전시탄약 모형을 바탕으로 한 군단(이후 A군단이라 칭함)의 수치 예제를 Interactive MOO의 GDF procedure를 이용하여 최적해를 도출하였다.

A군단의 탄약을 사용하는 사용부대는 34개 부대이며, 탄약을 공급하는 탄약 보급소는 3개이다. 각 사용부대에서 요구하는 탄약 수요량과 사용부대까지의 수송시간은 <표 1>과 같다.

부 대		탄약 수요량 (ton)	1회수송완료시간 (적재,하화포함:분)		
			1ASP	2ASP	3ASP
좌측부대	1	46	366	346	398
	2	46	366	274	366
	3	46	370	234	326
	4	46	354	334	394
	5	70	334	314	346
	6	68	334	314	390
	7	68	302	282	358
	8	68	286	266	342
	9	46	230	210	286
	10	46	250	254	330
	11	68	218	222	298
	12	68	222	250	326
	13	46	206	218	294
	14	68	190	194	270
	소계	800			
우측부대	15	44	386	274	294
	16	44	418	274	282
	17	38	330	234	286
	18	44	386	250	278
	19	64	402	246	266
	20	64	366	226	262
	21	64	382	242	254
	22	44	286	186	238
	23	64	334	194	230
	24	64	214	162	210
	25	44	254	202	198
	26	64	190	162	238
	27	44	270	174	178
	28	64	290	170	174
	소계	750			
예비부대	29	53	174	226	302
	30	53	246	202	182
	31	36	190	242	274
	32	36	214	258	270
	33	36	294	250	198
	34	36	238	290	294
	소계	250			
합계		1800			

<표 1> 탄약 수요량 및 수송완료시간

수치예제로 사용한 A 군단의 34개 부대 중 좌측부대는 1~14로서 14개 부대이고, 우측부대는 15~28로 14개, 예비부대는 29~34로서 6개이다. 탄약 보급소는 3개소로서 각 보급소의 1일 탄약 취급량은 1ASP가 550톤, 2ASP가 500톤, 3ASP가 450톤이다.[9][10] 한편, 경자동차부대는 적재능력이 4톤인 차량 135대가 가용하며 1일 18시간 기준으로 각 차량마다 평균 3회 왕복 수송이 가능하다. 한편 각 부대까지의 1회 수송 완료 시간은 각 탄약보급소로부터 사용부대까지의 최단거리를 평균 30km/h의 속도로 왕복하는데 소요되는 시간에, 탄약적재시간 90분과 하화시간 60분을 더한 시간이다.[1][8] 이러한 수치를 바탕으로 구성한 탄약 할당 모형 문제는 다음 식과 같다.

$$\min \sum_{j=1}^{14} d_{1j}^{-} \qquad (15)$$

$$\min \sum_{j=15}^{28} d_{2j}^{-}$$

$$\min \sum_{j=29}^{34} d_{3j}^{-}$$

$$\min\ d_4^{+} - d_4^{-}$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{34} X_{1j} \le C_1 = 550$$
$$\sum_{j=1}^{34} X_{2j} \le C_2 = 500$$
$$\sum_{j=1}^{34} X_{3j} \le C_3 = 450$$
$$\sum_{i=1}^{3} X_{ij} + d_{1j}^- = D_j (j = 1, \cdots, 14)$$
$$\sum_{i=1}^{3} X_{ij} + d_{2j}^- = D_j (j = 15, \cdots, 28)$$
$$\sum_{i=1}^{3} X_{ij} + d_{3j}^- = D_j (j = 29, \cdots, 34)$$
$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{14} X_{ij} = \sum_{j=1}^{14} D_j \cdot \sum_{i=1}^{3} X_{ij}\ (j = 1, \cdots, 14)$$
$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=15}^{28} X_{ij} = \sum_{j=15}^{28} D_j \cdot \sum_{i=1}^{3} X_{ij}\ (j = 15, \cdots, 25)$$
$$D_j \cdot \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=29}^{34} X_{ij} = \sum_{j=29}^{34} D_j \cdot \sum_{i=1}^{3} X_{ij}\ (j = 29, \cdots, 34)$$
$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{34} X_{ij} \le 1620$$
$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{34} 0.25\, T_{ij} X_{ij} + d_4^- - d_4^+ = 145800$$
$$X_{ij},\ d_{1j}^-,\ d_{2j}^-,\ d_{3j}^-,\ d_4^-,\ d_4^+ \ge 0$$

이 다목적 의사결정 문제를 해결하기 위하여 GDF Procedure를 이용하였다.

4.2.1. Iteration k = 1

(1) Step 0 : initial feasible solution 결정

문제를 해결하기 위한 최초해를 구하기 위해서 가능 영역인 $\mathbf{x}^1 \in X$에서 첫번째 목적함수인 f_1을 최소화하는 $\mathbf{x}^1 = (d_{1j}^-, d_{2j}^-, d_{3j}^-, d_4^-, d_4^+)$를 결정하였다. 이 결과 효용함수 $f_i^1(\mathbf{x}^1)$ = (0, 96, 204, -29070) 이다.

(2) Step 1 : 방향 탐색 문제(directional finding problem) 해결

우선 방향 탐색 문제를 해결하기 위해서는 의사결정자의 한계대체율에 대한 선호 정보가 필요하다. 분석자가 제시한 최초해를 보고 의사결정자는 한계대체율을 나타내는 가중치 w_i를 결정한다. 여기서 의사결정자는 f_1은 만족하는데 f_2와 f_3가 너무 부족하며 또한 f_4는 너무 많은 시간이 남는 것으로 판단되었다. 따라서 다른 미달편차를 더 감소시키기를 원하며 또한 수송시간의 경우 탄약 공급량만 증가 한다면 수송시간이 좀 더 증가하는 것도 가능하다고 판단하고 있다. 의사결정자는 구체적으로 f_2와 f_3를 각 각 50톤, 60톤 더 감소시키기 위해서 f_1이 60톤 증가하는 것을 허용하며 f_4의 경우 6000분만큼 증가되기를 원한다. 따라서 $f_i^1(\mathbf{x}^1)$ = (0, 96, 204, -29076)~(0+60, 96-50, 204-50, -29070+6000)이므로 가중치는 w_1 = 1이고, w_2의 경우 50을 더 줄이기 위해서 f_1이 60만큼 늘어나는 것을 허용하였으므로

w_2 = -(60/-50) = 1.2
w_3은 같은 방법으로
w_3 = -(50/-50) = 1,
w_4 = -(60/6000) = -0.01 로 계산되었다.

따라서 방향 탐색 문제 (directional finding problem)는 다음과 같다.

$$w_i \nabla_{\mathbf{x}} f_i^1(\mathbf{x}^1)^T \mathbf{y}^1 = w_1 \nabla_{\mathbf{x}} f_1^1(\mathbf{x}^1)^T \mathbf{y}^1 + w_2 \nabla_{\mathbf{x}} f_2^1(\mathbf{x}^1)^T \mathbf{y}^1 + w_3 \nabla_{\mathbf{x}} f_3^1(\mathbf{x}^1)^T \mathbf{y}^1 + w_4 \nabla_{\mathbf{x}} f_4^1(\mathbf{x}^1)^T \mathbf{y}^1$$
$$= 1(1,0,0,0,0)(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)^T + 1.2(0,1,0,0,0)(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)^T + 1(0,0,1,0,0)(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)^T - 0.01(0,0,0,1,-1)(y_1,y_2,y_3,y_4,y_5)^T$$
$$= y_1 + 1.2y_2 + y_3 - 0.01(y_4 - y_5)$$

$\min\ y_1 + 1.2y_2 + y_3 - 0.01(y_4 + y_5)$ $s.t.\ \mathbf{y} \in X$
를 풀면 최적해 $\mathbf{y}^1 = (50, 0, 250, 0, 29522)$,
$\mathbf{d}^1 = \mathbf{y}^1 - \mathbf{x}^1 = (50,0,250,0,29522) - (0, 96, 204, 0, 29070) = (50, -96, 46, 0, 452)$
이 된다.

(3) Step 2 : step-size problem에서 t^1을 결정

식 (2)에서

$$\max u\{f_i^1(\mathbf{x}^1 + t^1\mathbf{d}^1)\} \qquad s.t.\ t^1 \in [0,1]$$

이때 효용함수 U를 정확히 알 수 없으므로 $f_i^1(\mathbf{x}^1 + t^1\mathbf{d}^1)$의 모든 값을 계산하여 표로 나타내면 다음 <표 2>와 같다. 이 표를 보고 의사결정자는 가장 선호하는 최적해로 step-size $t^1 = 0.6$을 결정하게 된다.

t^1	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
f_1	0	10	20	30	40	50
f_2	96	76.8	57.6	38.4	19.2	0
f_3	204	213.2	222.4	231.6	240.8	250
f_4	-29070	-29160	-29251	-29341	-29432	-29522

<표 2> optimal solution (iteration k = 1)

따라서 최적해와 목적함수 값은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1 + t^1\mathbf{d}^1$$
$$= (0,96,204,0,29070) + 0.6(50,-96,46,0,452)$$
$$= (30,38.4,231.6,0,29341)$$

$f_i^1 = (30, 38.4, 231.6, -29341)$

의사결정자는 $f_i^1 = (30, 38.4, 231.6, -29341)$을 가장 선호하나 아직 개선의 여지가 있다고 보아 다시 위의 과정을 반복한다.

4.2.2. Iteration k = 2

(1) Step 0 : initial feasible solution 결정

위에서 최적해로 결정된 $\mathbf{x}^2$를 최초 가능해로 결정한다.

$\mathbf{x}^2 = (30, 38.4, 231.6, 0, 29341)$

(2) Step 1 : directional finding problem 해결

의사결정자는 f_1과 f_2는 만족하는 반면 f_3의 값에는 불만족 하였다. 구체적으로 결정된 가중치는 다음과 같다.

$w_1 = 1,\ w_2 = 1,$
$w_3 = -(110/-100) = 1.1,$
$w_4 = -(10/2000) = -0.005$

따라서 방향 탐색 문제의 목적함수식, 선형방정식과 최적해 결과는 다음과 같다.

$w_i \nabla_x f^2(\mathbf{x}^2)^T \mathbf{y}^2 = y_1 + y_2 + 1.1y_3 - 0.005(y_4 - y_5)$
$\min\ y_1 + 1.02y_2 + 1.05y_3 - 0.005(y_4 - y_5)$
$s.t.\ \ y \in X$
최적해 $y^2 = (58, 242, 0, 0, 30327)$

$\mathbf{d}^2 = \mathbf{y}^2 - \mathbf{x}^2$
$= (58, 242, 0, 0, 30327) - (30, 38.4, 231.6, 0, 29341)$
$= (28, 203.6, -231.6, 0.986)$

(3) Step 2 : step-size problem에서 t^2을 결정

$\max u\{f_i^2(\mathbf{x}^2 + t^2\mathbf{d}^2)\} \quad s.t.\ \ t^2 \in [0, 1]$

$f_i^2(\mathbf{x}^2 + t^2\mathbf{d}^2)$를 계산한 모든 값은 <표 3>과 같다. 이 표를 보고 의사결정자는 가장 선호하는 최적해로 step-size $t^2 = 0.4$을 결정하였다. 따라서 새로운 변수값과 최적해는 다음과 같다.

$\mathbf{x}^3 = \mathbf{x}^2 + t^2\mathbf{d}^2 = (41.2, 119.8, 139, 0, 29736)$
$f_i^2 = (41.2, 119.8, 139, -29736)$

t^2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
f_1	30	35.6	41.2	46.8	52.4	58
f_2	38.4	79.1	119.8	160.6	201.3	242
f_3	231.6	185.3	139	92.6	46.3	0
f_4	-29341	-29538	-29736	-29933	-30130	-30327

<표 3> optimal solution (iteration k = 2)

그러나 이번 의사결정과정에서도 의사결정자는 $t^2 = 0.4$인 $f_i^2 = (41.2, 119.8, 139, -29736)$를 가장 선호하나 아직 개선의 여지가 있다고 보아 다시 위의 과정을 반복한다.

4.2.3. Iteration k = 3

(1) Step 0 : initial feasible solution 결정

위에서 최적해로 결정된 $\mathbf{x}^3$를 최초 가능해로 결정한다.

$\mathbf{x}^3 = (41.2, 119.8, 139, 0, 29736)$

(2) Step 1 : directional finding problem 해결

의사결정자는 f_1은 만족하는 반면 f_2와 f_3을 소폭 감소시킬 것을 요구하였다. 또한 전 단계까지의 반복 수행 결과 의사결정자는 가중치가 너무 크면 변화가 크게 일어나는 것을 학습할 수 있었다. 따라서 의사결정자는 다음과 같이 가중치를 결정하였다.

$w_1 = 1,$
$w_2 = -(100/-98) = 1.02,$
$w_3 = -(100/-95) = 1.05,$
$w_4 = -(10/2000) = -0.005$

따라서 방향 탐색 문제의 목적함수식, 선형방정식과 최적해 결과는 다음과 같다.

$w_i \nabla_x f^3(\mathbf{x}^3)^T \mathbf{y}^3$
$= y_1 + 1.02y_2 + 1.05y_3 - 0.005(y_4 - y_5)$
$\min\ y_1 + 1.02y_2 + 1.05y_3 - 0.005(y_4 - y_5)$
$s.t.\ \ y \in X$
최적해 $y^3 = (170, 130, 0, 0, 30384)$

$\mathbf{d}^3 = \mathbf{y}^3 - \mathbf{x}^3$
$= (170, 130, 0, 0, 30384) - (41.2, 119.8, 139, 0, 29736) = (128, 10.2, -139, 648)$

(3) Step 2 : step-size problem에서 t^3을 결정

$\max u\{f_i^3(\mathbf{x}^3 + t^3\mathbf{d}^3)\} \quad s.t.\ \ t^3 \in [0, 1]$

$f_i^3(\mathbf{x}^3 + t^3\mathbf{d}^3)$은 계산한 모든 값은 <표 4>와 같다.

t^3	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
f_1	41.2	67	92.7	118.5	144.2	170
f_2	119.8	121.9	123.9	125.9	128	130
f_3	139	111.2	83.4	55.6	27.8	0
f_4	-29736	-29865	-29995	-30125	-30254	-30384

<표 4> optimal solution (iteration k = 3)

<표 4>의 자료를 참조하여 의사결정자는 가장 선호하는 최적해로 step-size t^3가 0.2에서 0.4 사이 값을 선호하였다. 따라서 분석자는 $0.2 \le t^3 \le 0.4$인 값을 자세히 보여주어야 하며 그 결과는 <표 5>와 같다.

t^3	0.2	0.24	0.26	0.28	0.3
f_1	67	72.1	74.7	77.3	79.8
f_2	121.9	122.3	122.5	122.7	122.8
f_3	111.2	105.6	102.8	100.1	97.3
f_4	-29865	-29891	-29904	-29917	-29930
t^3	0.32	0.34	0.36	0.38	0.4
f_1	82.4	85	87.6	90.1	92.7
f_2	123.1	123.3	123.5	123.7	123.9
f_3	94.5	91.7	88.9	86.2	83.4
f_4	-29943	-29956	-29969	-29982	-29995

<표 5> optimal solution ($0.2 \le t^3 \le 0.4$)

<표 5>를 보고 의사결정자는 $t^3 = 0.28$인 값을 선호하였고 만족하는 결과가 도출되었다고 결정하였다. 최종적으로 도출된 최적해와 목적함수 값은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}^4 = \mathbf{x}^3 + t^3\mathbf{d}^3 = (77.3, 122.7, 100.1, 0, 29917)$$
$$f^3(\mathbf{x}^4) = (77.3, 122.7, 100.1, -29917)\text{이다.}$$

이렇게 계산된 값을 가지고 의사결정자의 이해를 돕기 위해서 <표 6>과 같이 실제 각 부대에 공급해야할 공급량과 각 부대의 수요 대비 충족률을 계산하였고 수송시간과 차량 1대당 평균 운행시간을 계산하였다. 실제로 이러한 계산 결과를 최적해가 도출되는 각 반복 수행 과정마다 제시해 주면 의사결정자의 이해와 결정이 더욱 용이해진다.

구 분	수요량	할당량	충족률
좌측부대	800(톤)	722.7(톤)	90.3(%)
우측부대	750(톤)	627.3(톤)	83.6(%)
예비부대	250(톤)	149.9(톤)	60.0(%)
총 수송시간	115,883(분)		
평균운행시간	858(분/대)		

<표 6> 탄약 수요량, 충족률 및 수송시간

<표 6>에서 보면 탄약 총수요가 800톤이었던 좌측 부대에는 722.7톤을 할당하여 수요 대비 공급의 충족률이 90.3%이고, 탄약 총수요가 750톤이었던 우측부대에는 총 627.3톤을 할당하여 충족률이 83.6%이었으며 탄약 총수요가 250톤이었던 예비부대에는 총 149.9톤을 할당하여 충족률이 60.0%로 계산되었다. 또한 이렇게 할당된 탄약을 공급하기위해 소요되는 총 수송시간은 115,883분으로서 차량 1대당 평균 858분을 운행하는 것으로 결정되었다.

4.3. Goal programming과 Interactive MOO 방법의 결과 비교

Interactive MOO 방법을 이용한 전시탄약 할당 모형의 효과성을 검증하기 위하여 민계료 등[2]이 제시한 Goal programming 기반 탄약할당 모형과 결과를 비교하였다. 비교에 사용된 목표치에 관한 수치 자료는 민계료 등[2]을 참조하였다. 즉, 좌측부대 수요에 대한 충족률은 100%, 우측부대 수요의 충족률은 80%, 예비부대 수요의 충족률은 50%로 목표를 부여하였다. 또한 각 목표의 우선순위는 좌측부대 수요 충족 목표 ≫ 우측부대 수요 충족 목표 ≫ 예비부대 수요 충족 목표 ≫ 1일 탄약 수송시간 목표 순이다. 이러한 조건을 바탕으로 가중치를 부여하고 Goal programming으로 해결한 결과는 <표 7>과 같다.

구 분	수요량	할당량	충족률
좌측부대	800(톤)	800(톤)	100(%)
우측부대	750(톤)	600(톤)	80(%)
예비부대	250(톤)	100(톤)	40(%)
총 수송시간	116,582(분)		
평균운행시간	864(분/대)		

<표 7> Goal programming 결과

<표 7>에서 각 부대에 할당된 탄약량은 좌측부대 800톤, 우측부대 600톤, 예비부대 100톤으로서 충족률은 각 각 100%, 80%, 40%를 달성하였다. 따라서, 첫 번째 우선순위 목표와 두 번째 우선순위 목표는 달성되었으나 세 번째 우선순위 목표는 달성되지 못하였다. <표 6>의 Interactive MOO 방법으로 해결한 결과와 비교해 보면 좌측부대의 충족률은 90.3%에서 100%로 증가하였지만, 우측부대는 83.6%에서 80%로, 예비부대는 60%에서 40%로 감소하였으며 1일 탄약 수송시간도 115,883분에서 116,582분으로 증가하였음을 볼 수 있다. 우선순위가 낮은 예비부대의 경우 전투상황에서 탄약 수요가 40%만 충족된다면 사실상의 임무수행이 불가능하게 될 것이다. 당연히 의사결정자는 충족률이 40% 밖에 되지 않는 할당량을 결정하지는 않을 것이며 우선순위가 높은 목표의 할당량을 감소시켜서라도 적정한 수준의 할당량을 유지하려고 할 것이다. 또한 Goal programming에서처럼 사전적으로 의사결정자가 탄약 충족률 목표를 100%, 80%, 50% 등과 같이 정확하게 부여하는 것은 매우 어려운 일이며 우선순위도 사전정보가 부족한 상황에서는 부여하기 곤란하다. 따라서 앞서 제시한 Interactive

MOO 방법을 이용하여 의사 결정 과정에서 각 목표에 대해서 적절한 목표치를 결정해 나가는 것이 바람직하다고 할 수 있다.

5. 결 론

군의 탄약할당 문제는 다양하고 상충되는 목적이 존재하는 다목적 최적화 문제이며, 본 논문은 Interactive MOO의 방법론을 적용하여 해법을 제시하였다. 이러한 연구는 향후 다른 군사 의사결정분야에서도 Interactive MOO 방법론의 적용을 통해 효율성과 효과성을 제고할 수 있다는 가능성을 보인 면에서 의의가 있다고 하겠다.

Interactive MOO 방법을 이용하여 탄약 할당 문제를 해결함으로서 기존의 탄약 할당 모형에 관한 연구에서 나타난 문제점들을 극복하고 다음과 같은 효과를 보였다. 첫째로 의사결정 전에 의사결정자가 우선순위를 결정해야만 하는 문제점을 극복하였다. 최초에 의사결정자가 우선순위를 부여하지 않고 최적화 과정을 반복하는 과정에서 그 때의 상황에 맞게 분석된 정보와 상황을 근거로 부분적인 선호도 정보를 제공하는 과정을 거치므로 의사결정자의 인지적 부담이 감소하여 보다 합리적인 탄약 할당 계획을 수립할 수 있게 되었다. 또한, 의사결정자의 선호도 정보제공 방법도 한계대체율을 이용하여 가중치를 부여하는 방법을 사용하며 최종 선택되는 결과 값도 표로 제시되기 때문에 의사결정자의 판단도 용이하게 되었다. 마지막으로 의사결정자가 원하는 결과가 도출될 때까지 의사결정과정을 반복수행을 하게 되어 공급량이 수요량에 비해 과도하게 부족한 경우에도 우선순위가 낮은 부대에 탄약 공급이 현저히 부족하게 되는 현상을 극복할 수 있다.

연구의 한계점으로는 군의 특성과 전시라는 상황으로 인하여 정확한 자료를 사용할 수 없는 제한사항이 있다. 그러나 과거 자료를 바탕으로 제원을 산출해 놓은 자료[10]와 현 상황을 고려하여 실제와 유사하게 문제를 구성하였다.

다른 한계점으로는 GDF 방법론 적용상의 문제점이 있을 수 있다. 우선 의사결정자가 탄약 할당량의 한계대체율을 결정하는데 있어서 정확한 수치로 점추정을 하게 되어 의사결정자가 결정에 어려움을 느낄 수 있다. 그러나 이는 가중치를 아무런 근거 없이 부여하는 방법보다는 훨씬 합리적이며 여러 번의 반복 수행 과정을 통하여 의사결정자가 모형에 대한 학습을 하게 되어 최초에 잘못된 가중치를 부여하였다 하더라도 후속 과정에서 적절하게 수정될 수 있다. Frank-wolfe 알고리즘은 최적해 부근에서 수렴율이 늦은 문제점이 있어 여러 번의 반복적인 과정을 거쳐야 한다. 이러한 반복과정은 긴급한 상황 발생으로 인하여 신속하게 탄약 할당에 관한 의사결정을 해야 하는 상황이라면 효과적이지 않을 수 있다. 그러나 대부분의 탄약 할당에 관한 의사결정은 일순간에 결정을 내려야 할 만큼 초를 다투는 사안은 아니며, 오히려 그 중요성 때문에 신중하게 결정되어야 할 상황이므로 큰 문제는 되지 않을 것으로 판단된다.

참고 문헌

[1] 김장현, 이해관, 박헌근, 박춘식, 곽종선, "시뮬레이션을 이용한 ASP 탄약 불출에 관한 연구," 「한국 국방 경영 분석학회지」, 제 30권, 제 1호(2004), pp.92-106.

[2] 민계료, 김만국, "목표계획법을 이용한 탄약 수송 모형," 「국방대학교 교수논총」 제17호(1999).

[3] 이영신, "전시 탄약 재보급 할당에 관한 연구," 「한국 국방 경영 분석학회지」, 제 30권, 제 2호(2004), pp.133-140.

[4] 이상문, 이병찬, 「MODM : 다목표 의사결정론」, 법문사, 1983.

[5] 정인준, 김광재, "상호작용적인 다목적 최적화 방법론을 이용한 다중반응 최적화," 「대한 산업공학회 추계학술대회 논문집」, (2001), pp.385-399.

[6] 조성근, "목표계획법을 이용한 전시 탄약 할당 모형에 관한 연구," 「국방대학교 석사학위 논문」, (2001).

[7] 주재훈, "상호반응다목적 계획법에 관한 연구," 「부산대학교 석사학위 논문」, (1987).

[8] 「수송부대, 야전교범 55-1」, 육군본부, 1995.

[9] 「전투근무지원, 야전교범 101-10」, 육군본부, 2004.

[10] 「편성 기술 및 군수 제원, 야전교범 101-10-1」, 육군본부, 1991.

[11] Benayoun, R., De Montgolfier, J., Tergny, J. and Larichev, O., "Linear programming with multiple objective functions : step method (STEM)," *Mathematical Programming*, Vol.1 (1971), pp.366-375.

[12] Charnes, A. and Cooper, W.W., "Goal programming and Multiple objective optimization," *European Journal of Operational Research*, Vol.1(1977), pp.39-54.

[13] Cohon, J.L. and D.H. Marks, "A Review and Evaluation of Multi-objective Programming Techniques," *Water Resources Research*, Vol. 11, No.2(1975), pp.208-220.

[14] Dyer, J.S., "Interactive goal programming," *Management Science*, Vol.19(1972), pp.62-70.

[15] Dyer, J.S., "A time-Sharing computer pro-gram for the solution of Multiple Criteria Problem," *Management Science*, Vol.19(1973), pp.1379-1380.

[16] Dyer, J.S., "The effects of errors in the es-ti mation of the gradient on the Frank-Wolfe Algorithm, with implications for Interactive Programming," *Operations Research*, Vol.22 (1974), pp.160-174.
[17] Geoffrion, A.M., Dyer, J.S. and Feinberg, A., "An interactive approach for multi-criterion optimization with an application to the operation of an academic department," *Management Science*, Vol.19(1972), 357-368
[18] Hwang, C.L., Masud, A.S.M., Paidy, S.R. and Yoon, K., *Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications*, Springer Verlag, Berlin, Germany, 1979.
[19] Hwang, C.L., Masud, A.S.M., Paidy, S.R. and Yoon, K., "Mathematical Programming with Multiple Objective : A tutorial," *Computers and Operations Research*, 7(1980), 5-31.
[20] Mollaghasemi, M. and Evans, G.W., "Multi-criteria design of manufacturing systems through simulation optimization," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.24 (1994), pp.1407-1411.
[21] Montgomery, D.C. and Bettencourt, V.M. Jr., "Multiple response surface methods in com puter simulation," *Simulation*, Vol.29(1977), pp.113-121.
[22] Park, K.S. and Kim, K.J., "Optimizing multi-response surface problems : How to use multi-objective optimization techniques," *IIE Transactions*, Vol.37(2005), pp.523-532.
[23] Rees, L.P., Clayton, E.R. and Taylor III, B.W., "Solving multiple response simulation models using modified response surface methodology within a lexicographic goal programming framework," *IIE Transactions*, Vol.17 (1985), pp.47-57.
[24] Spronk, J., *Interactive Multiple Goal Programming : Application to Financial Planning*, Boston : Martins Nijhoff Publishing, 1981.
[25] Steuer, R.E., *Multiple Criteria Optimization : Theory, Computation, and Application.* Wiley, New York, 1986.
[26] Zionts, S. and J. Wallenius, "An Interactive Programming Method for solving the Multiple Criteria problem," *Management Science*, Vol. 22(1976), pp.652-663.
[27] Zionts, S. and J. Wallenius, "An Interactive Multiple Objective Linear Programming Method for a Class of Underlying Nonlinear Utility Functions," *Management Science*, Vol. 29(1983), pp.519-529.