대기 상태를 고려한 배치 단위 생산 공정에서 생산계획 수립을 위한 정수계획법 모형 및 휴리스틱 알고리즘 개발

한정희[1] · 이영호[2] · 김성인[2] · 박은경[2]

[1]강원대학교 경영학과 / [2]고려대학교 산업시스템정보공학과

An Integer Programming Model and Heuristic Algorithm to Solve Batch Production Scheduling Problem Considering Idle State

Junghee Han[1] · Youngho Lee[2] · Seong-in Kim[2] · Eunkyung Park[2]

[1]College of Business Administration, Kangwon National University

[2]Department of Industrial Systems and Information Engineering, Korea University

Abstract

In this paper, we propose a lot-sizing and scheduling problem that seeks to minimize the sum of production cost and inventory cost over a given planning horizon while considering idle state of a machine in a batch production system. For this problem, we develop an integer programming model. And, we develop an efficient 2-phase heuristic algorithm to find a high quality feasible solution within reasonable time bounds. In the first phase, we seek to minimize the production cost by assigning batches to machines. Then, in the second phase, we find a production sequence of batches that reduces the inventory cost, while considering adding or deleting idle states between batches. Computational results show that the developed heuristic algorithm finds excellent feasible solutions within reasonable time bounds. Also, we could significantly reduce the total cost consisting of production cost and inventory cost by using the developed heuristic algorithm at a real manufacturing system that produces zinc alloys.

Keyword: Lot-sizing and scheduling problem, batch production, integer programming, tabu search.

1. 서 론

로트 크기 결정 및 스케줄링 문제(Lot-sizing and scheduling problem)는 단일 또는 다중 단계 제조 시스템에서 재고비용과 생산비용을 최소화하기 위해 최적의 로트 크기와 생산 스케줄을 동시에 결정하는 문제를 말한다[4]. 로크 크기와 스케줄 결정 문제에서 말하는 로트 크기는 제품 또는 기계마다 하나의 값으로 정해지는 것이 아니라 제품을 생산할 때마다 달라질 수 있다. 이 논문에서는 로트 크기 결정 및 스케줄링 문제를 줄여서 로트 크기 결정 문제(LSP: Lot-sizing problem)로 표현한다.

LSP는 일반적으로 주어진 계획기간(planning horizon)내에 포함된 각 구간(period)의 길이를 나타내는 타임 버킷(time bucket)의 크기에 따라 작은 버킷 모델(small bucket model)과 큰 버킷 모델(big bucket model)로 구분한다. 그러나 타임 버킷의 크기는 주관적인 기준에 따라 달라질 수 있으므로 하나의 구간에서 생산할 수 있는 제품의 가지수를 기준으로 구분하거나[10], 하나의 구간에서 이루어지는 셋업의 횟수를 기준으로 구분하기도 한다[12]. 즉, 작은 버킷 모델에서는 각 구간마다 한 종류의 제품만 생산하거나 한번의 셋업을 실시할 수 있으며, 큰 버킷 모델에서는 두 종류 이상의 제품을 생산하거나 또는 두 번 이상 셋업을 실시할 수 있다. 한편, 작은 버킷 문제는 로트 크기를 결정하는 방법에 따라 DLSP(Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem)와 CSLP(Continuous Setup Lot-sizing Problem)로 구분하고 큰 버킷 문제는 일반적으로 CLSP(Capacitated Lot-Sizing Problem)로 표현한다. DLSP에서는 각 구간의 최대 생산량을 제품별 로트 크기로 결정하므로 단순히 어느 제품을 어떤 기계에서 어떤 순서로 생산할 것인가 만을 다루는 일반적인 스케줄링 문제가 된다. 한편, CSLP에서는 각 구간에서의 제품 생산량을 임의로 결정할 수 있다[10].

Drexl와 Haase는 작은 버킷 모델인 CSLP를 바탕으로 각 구간마다 최대 한 번의 셋업(setup)을 허용하며 현재의 셋업 상태가 다음 시간대까지 유지되

는 PLSP(Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem) 모델을 제안하였다[4]. 즉, PLSP에서는 셋업 상태가 이월되고, 로트 크기가 가변적이며, 각 구간마다 최대 한 번의 셋업을 허용하므로 하나의 구간에서 최대 두 종류의 제품을 생산할 수 있다. Suerie와 Stadtler는 큰 버킷 모델인 CLSP를 바탕으로 셋업 상태가 이월되고 셋업 시간 및 셋업 비용이 생산 순서에 의존적인(sequence dependent) 새로운 모델 CLSPL을 제시하였다[12]. 한편, Belvaux와 Wolsy는 초기 셋업 상태와 기계의 일시적인 가동 중지를 고려한 작은 버킷 모델과 큰 버킷 모델을 제시하였다. 특히, 작은 버킷 모델에서는 CSLP를 바탕으로 최소 생산량 제약을 고려하였다[2]. 이 밖에도 CLSP에 관한 다수의 연구결과가 발표되었으나[6][7], 이들이 다룬 모델의 공통점은 하나의 구간에서 생산할 수 있는 제품이 두 종류 이내로 제한된다는 점이다. 따라서, 이 논문에서는 하나의 구간에서 생산할 수 있는 제품의 종류에 대한 기존의 제약을 완화하고, 합금 주조 공정에서 나타나는 다양한 제약 조건들을 고려한 CLSP 모델을 개발한다.

이 논문에서 연구 대상으로 삼고 있는 아연주조공정은 다음 장에서 설명하며, 제3장에서는 일반적인 합금 주조공정에서 생산운영계획을 수립하기 위한 수학모형을 개발한다. 제4장에서는 빠른 시간동안 우수한 품질의 근사해를 찾기 위한 휴리스틱 기법을 개발하며, 제5장에서는 모의 실험결과 및 현장 적용 사례를 제시한다. 제6장에서는 이 논문의 결론 및 추후 연구 과제를 제시한다.

2. 합금 주조 공정

주조 공정에서 생산하는 합금의 종류는 N개이며, 서로 다른 용량의 M개의 주조로가 존재한다. 매월 말일에는 다음 달의 생산계획이 하루 단위로 작성되며, 월 생산계획의 기본 자료는 합금마다 주어지는 일별 톤(ton) 단위의 예측 수요량, 톤당 일일 재고비용 및 각 주조로의 용량, 각 주조로의 시간당 운용비용과 합금 종류와 주조로 조합에 따른 N×M개의 준비 시간 및 준비 비용 등이다. 아래에는 일반적인 제조 공정과 비교할 때 합금 주조 공정에서 나타나는 몇 가지 특징을 설명한다.

1) 대기 상태

합금 주조 공정에서는 각 주조로의 상태를 생산(on), 셋업(setup), 가동 중지(off) 상태 외에도 대기(idle) 상태를 추가한 4가지 단계로 구분할 필요가 있다. 대기 상태란 특정 합금의 생산을 완료한 주조로에서 곧바로 다른 합금을 생산하지 않더라도 미리 정해진 양의 합금 용융액(잔탕)을 주조로에 남긴 상태에서 잔탕의 용융 상태가 유지되도록 최소한의 전력을 주조로에 공급하는 상태를 말한다. 주조 공정에서 대기 상태를 고려하는 이유는 주조로의 가동을 완전히 중지시킨 다음에는 주조로를 재가동하는데 너무 많은 시간이 소요되기 때문이다. 대기 상태에서 주조로에 잔탕을 남기는 이유도 이와 비슷한데, 현재 생산된 합금과 다음에 생산할 합금의 종류 및 성분비가 다르더라도 주조로에 잔탕을 유지해야 다음 단계에서 합금 생산에 필요한 셋업 시간을 단축시킬 수 있기 때문이다.

2) 조건부 준비 상태 유지

Belvaux와 Wolsy[2], Drexl와 Haase[4] 및 Suerie와 Stadtler[12]의 연구에서 고려한 바와 같이 주조 공정에서도 현재의 셋업 상태를 다음날까지 유지할 수 있다. 그러나 주조로의 셋업 상태를 다음날의 시작 시점까지 하루의 수요량을 만족시키고 남은 시간동안 유지하기 위해서는 남은 시간동안 주조로의 가동을 중지하거나 또는 대기 상태에서 주조로를 운전해야 하며, 이 경우에는 다음날 동일한 합금을 생산하더라도 별도의 셋업을 통해 주조로의 온도를 다시 맞추어야 한다.

3) 주조로의 물리적인 용량 제약

앞에서 설명한 바와 같이 배치 생산 방식의 주조 공정에서는 생산계획을 수립할 때 주조로의 용량, 즉, 배치 크기를 고려해야 한다. 그러나 기존 연구에서 다룬 대부분의 LSP 모형에서는 연속 생산 방식만을 고려하고 있기 때문에 주조로의 용량 제약은 표현할 수 없다. 다만, Belvaux와 Wolsey[2]가 작은 버킷 모델에서 최소 생산량 조건이 주어지는 경우를 고려하였으나, 이 역시 배치 크기는 고려하고 있지 않다. 참고로, 이 논문에서는 주조로와 합금 종류의 조합에 따른 배치 크기가 정해져 있다고 가정한다.

4) 상태 의존적인 준비 시간 및 비용

기존의 LSP 문제나 일반적인 스케줄링 문제에서는 셋업 시간과 셋업 비용이 생산 순서에 따라 다른(sequence dependent) 경우와 생산 순서에 무관한(sequence independent) 경우로 구분하기도 한다[2][3][12]. 그러나 주조 공정에서는 셋업 시간 및 셋업 비용이 생산 순서보다는 이전 단계의 상태(off, idle, setup 및 on)에 의해 주로 결정된다. 이 같은 의미에서 이 논문에서 제시하는 LSP 모형은 상태 의존적인(state dependent) 셋업 시간 및 셋업 비용을 갖는 CLSP 문제로 간주할 수 있다.

이 논문에서는 하나의 주조로에서 하루 동안 생산할 수 있는 합금 종류의 수를 제한하고 있지 않으며, 또한 위에서 언급한 주조 공정의 특성들을 모두 고려한 LSP 모형을 개발한다. 특히, 대기 상태와 같은 주조 공정의 특성은 기존 연구에서 고려하고 있지 않다.

3. 수학 모형

앞서 설명한 합금 주조 공정에서 발생하는 LSP 문제를 정수계획법(IP: Integer Programming) 모형으로 표현하기 위해 다음과 같은 기호를 정의한다.

[집합 정의]

- N : 합금의 집합 $i \in N$
- K : 주조로의 집합 $k \in K$
- T : 시간의 집합 $t \in T$

[변수 정의]

- x^0_{tk} : t시점에 주조로 k가 중지 상태이면 1, 그렇지 않으면 0
- x^1_{tik} : 합금 i의 잔탕이 남아있는 주조로 k가 t시점에 대기 상태이면 1, 그렇지 않으면 0
- y^0_{tik} : 중지 상태의 주조로 k가 t시점에 합금 i 생산을 위한 셋업을 마치면 1, 그렇지 않으면 0
- y^{1e}_{tik} : 합금 i의 잔탕이 남아있는 대기상태의 주조로 k가 t시점에 합금 i 생산을 위한 셋업을 마치면 1, 그렇지 않으면 0
- y^{1n}_{tik} : 합금 i 이외의 다른 합금의 잔탕이 남아있는 대기상태의 주조로 k가 t시점에 합금 i 생산을 위한 셋업을 마치면 1, 그렇지 않으면 0
- y^{2e}_{tik} : 합금 i를 생산하던 주조로 k가 t시점에 합금 i 생산을 위한 셋업을 마치면 1, 그렇지 않으면 0
- y^{2n}_{tik} : 합금 i 이외의 다른 합금을 생산하던 주조로 k가 t시점에 합금 i 생산을 위한 셋업을 마치면 1, 그렇지 않으면 0
- u_{tk} : 주조로 k가 t시점에 셋업중이면 1, 그렇지 않으면 0
- v_{tik} : t시점에 주조로 k에서 합금 i를 생산중이면 1, 그렇지 않으면 0
- w_{ti} : t시점에서의 합금 i의 재고량을 나타내는 일반 정수변수

[파라메타 정의]

- g_{ik} : 단위시간당 주조로 k의 합금 i 생산량(단위: 톤)
- d_{ti} : t시점의 합금 i 수요량(단위: 톤)
- α_k : 대기 상태에서 주조로 k의 단위시간당 운전비용
- β^0_{ik} : 중지 상태에 있는 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 비용
- β^{1e}_{ik} : 합금 i의 잔탕이 남아있는 대기 상태의 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 비용
- β^{1n}_{ik} : 합금 i 이외의 잔탕이 남아있는 대기 상태의 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 비용
- β^{2e}_{ik} : 합금 i를 생산하던 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 비용
- β^{2n}_{ik} : 합금 i 이외의 합금을 생산하던 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 비용
- γ_{ik} : 합금 i를 주조로 k에서 생산할 때 소요되는 단위시간당 비용
- π_i : 합금 i의 재고 비용(/톤/일)
- $p(i, k)$: 중지 상태에 있는 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 시간
- $qe(i, k)$: 합금 i의 잔탕이 남아있는 대기 상태의 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 시간
- $qn(i, k)$: 합금 i 이외의 다른 합금의 잔탕이 남아있는 대기 상태의 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 시간
- $re(i, k)$: 합금 i를 생산하던 주조로 k에서 합금 i의 다음 배치 생산을 위한 셋업에 소요되는 시간
- $rn(i, k)$: 합금 i 이외의 다른 합금을 생산하던 주조로 k에서 합금 i 생산을 위한 셋업에 소요되는 시간
- $O(i, k)$: 주조로 k에서 합금 i를 생산할 때 배치 크기(단위: 시간).

위에 정의한 기호를 이용하여 생산 비용, 셋업 비용, 대기 상태에서의 주조로 가동 비용 및 재고 비용의 합을 최소화하는 LSP 문제를 <부록 1>에 표시한 바와 같이 정수계획법 모형으로 표현할 수 있다.

4. 휴리스틱 알고리즘

4.1 초기해 발견 알고리즘

단계 1: 주조로 배정 순서 결정

t일 수요가 있는 합금을 배열 step1_array(t, i)에 차례대로 넣는다. 이때 i는 순서를 의미하며, step1_array(t, i)는 t일 i번째 수요가 있는 합금을 의미한다.

단계 2: 주조로 별 생산 배치 결정

주조로 별 step1_array(t, i)의 수요량을 만족하는 최소 배치수를 다음과 같이 계산한다:

배치 수 = round up((수요량 - 재고량) /

(배치당 생산량))

단계 3: 최소비용 발생 주조로 결정

단계 3-1: 한 주조로에 배정

단계 2에서 구한 배치수를 생산하기 위해 드는 비용(셋업비용, 생산비용, 배치생산에 의해 발생하는 재고비용)을 주조로 별로 계산하여 최소비용이 발생하는 주조로에 합금을 배정한다. 이때, 셋업시간과 생산시간을 계산하여 주조로의 t일 총 생산시간이 24시간이 넘지 않도록 하고, 만약 한 주조로에서 생산이 불가능 하다면 단계 3-2를 실행한다.

단계 3-2: 두 주조로에 배정

두 주조로에 나누어 생산하기 위해서, 주조로 k의 생산 가능한 배치수와 남은 수요량을 만족시키는 주조로 s의 배치수를 계산하여 최소비용이 발생하는 두 주조로를 결정한다.

단계 4: 초기해 결정

t일 주조로 k에 배정된 첫 생산의 셋업은 t일 1시부터 시작하고 같은 날 같은 주조로에 배정된 생산은 연속적으로 한다고 가정한다. 생산하는 순서는 배정된 순서대로 하며, 한 합금의 배치수가 2 이상일 경우는 같은 합금을 연속으로 생산하도록 한다. 또한, t일 주조로 k에 배정된 합금을 모두 생산하고 남은 잔여시간은 대기상태라고 가정한다.

4.2 초기해 개선 알고리즘

단계 1: t일 주조로 k의 생산합금 순서 결정

단계 1-1: 전날 생산 합금과 동일한 합금 확인

① t-1일 주조로 k에 배정된 합금이 하나라면 t일 주조로 k에 배정된 합금들과 동일한 것이 있는 지 확인한다.

② t-1일 주조로 k에 배정된 합금이 둘 이상이라면 t-1일 주조로 k의 첫 생산 합금을 제외한 나머지 합금들과 t일 k 주조로에 배정된 합금들과 동일한 것이 있는지 확인한다.

단계 1-2: 첫 번째 생산 합금 결정

동일한 것을 t일 주조로 k의 첫 번째 생산 합금으로 할 경우 비용이 기존의 비용보다 적다면 동일한 것을 t-1일 주조로 k의 마지막 생산 합금과 t일 k주조로의 첫 번째 생산 합금으로 저장한다.

단계 1-3: 나머지 합금 저장

첫 번째 합금과 마지막 합금을 제외한 나머지 합금은 기존의 순서대로 중간에 넣는다.

단계 2: 생산 합금 배정 변경

단계 2-1: t일의 모든 주조로의 생산 비용 계산

일별 모든 주조로의 셋업비용, 생산비용, 대기비용, 재고비용을 모두 합한다.

단계 2-2: 최대 비용 발생 지점 결정

많은 비용이 발생하는 날을 round up(생산계획일/3)개 찾고, 빠른 날짜부터 배열 step2_array(j)에 넣는다. i는 찾은 날짜의 개수까지 존재하고 j가 클수록 큰 날짜가 저장된다.

단계 2-3: 합금 배정 순서 변경

step2_array(j)일의 초기해 합금 배정 순서를 변경한다.

단계 2-4: 주조로 배정 변경

step2_array(j) 이후의 모든 t에 대해서 초기해 결정부분과 초기해 개선 1단계를 실행한다.

단계 2-5: 배정 합금 변경

step 2-4 실행 후의 비용이 기존의 비용보다 많으면 합금 배정을 변경한다.

단계 3: 시간 배정

단계 3-1: 생산 합금을 배치별로 나눔

생산합금을 배치수로 나눈다. 예를 들어, 합금 1을 2배치, 합금 3을 1배치 생산한다면 {합금 1, 합금 1, 합금 3}로 나누어 배열 step3_array(t, s)에 넣는다. s는 총 배치수까지 존재한다. 즉, step3_array(t,1) = {합금 1}, step3_array(t,2) = {합금 1}, step3_array(t,3) = {합금 3}이다.

단계 3-2: 생산 중간에 대기상태가 있는 경우

나눈 생산 합금 앞에 24시간에서 생산시간을 뺀 잔여시간, 즉 대기상태의 경우가 있는 경우의 비용 cost(s)를 계산한다. 그 후 기존 비용과 cost(s)의 모든 경우를 비교하여 가장 적은 비용이 발생하는 경우로 업데이트한다.

단계 3-3: t-1의 생산에 이어서 생산하는 경우

t-1일 마지막 생산 후 잔여시간이 있다면, t일에 배정된 합금을 t-1일에 이어서 생산하고, 3-2단계에서 가장 적은 비용이 발생하는 경우의 대기상태 위치에 전체 잔여시간을 대기상태로 두는 경우의 비용을 계산하여 3-2단계의 비용보다 적으면 업데이트한다.

단계 3-4: 대기상태와 중지상태 비교

대기상태의 위치를 중지상태로 변경하고 대기상태의 비용과 대기상태 이후의 셋업비용과 중지상태 이후의 셋업의 비용을 비교하여 중지상태의 경우가 비용이 적으면 업데이트 한다.

5. 실험 결과 및 분석

앞에서 제시한 LSP 모델과 휴리스틱 알고리즘의 검증을 위해 다음과 같은 모의실험을 수행한다. 모의실험 데이터는 다음과 같이 생성한다.

1) 모든 주조로는 24시간 운전하며, 임의의 시점에 주조로는 생산(on), 셋업(setup), 대기(idle) 및 중지(off) 중 하나의 상태를 갖는다고 가정한다.
2) 주조로의 시간당 생산 능력(g)은 생산하는 합금 종류에 무관하며 1톤, 1.5톤 및 2톤 중에서 임의의 값으로 설정한다. 모든 주조로의 배치크기(O)

는 5시간으로 동일하다. 즉, 시간당 생산 능력(g)이 예를 들어 1.5톤인 주조로의 경우, 5시간동안 7.5톤의 합금을 생산할 수 있다.

3) 합금의 하루 수요량(d)은 0 ~ 10톤의 균일(uniform) 분포에 따라 랜덤하게 생성한다.
4) 합금 i 생산에 필요한 셋업시간은 이전 시점의 상태에 따라 다음과 같이 설정한다.
   - p: 중지 상태일 때 7시간,
   - qe:합금 i의 잔탕이 남아있는 대기 상태일 때 3시간,
   - qn:합금 i가 아닌 다른 합금의 잔탕이 남아있는 대기 상태일 때 4시간,
   - re:합금 i의 생산 상태일 때 2시간,
   - rn:합금 i가 아닌 다른 합금의 생산 상태일 경우 3시간.
5) 주조로의 시간당 운전비용은 대기 상태일 때(α) 200원, 생산 상태일 때(γ) 1000원, 주조로 k에서 합금 i 생산에 필요한 셋업 비용(β)은 주조로의 배치크기(O) × 셋업시간 × 1000원이다.
6) 재고비용은 합금 종류에 따라 톤당 500원~600원의 균일 분포를 따른다.

휴리스틱 알고리즘은 Visual Basic 6.0을 이용하여 구현하였으며, 생성된 모의실험 문제의 최적해는 CPLEX 9.0을 이용하여 구하였다. CPLEX와 휴리스틱 알고리즘 모두 Pentium IV(CPU: 2.8GHz, RAM: 512MB)에서 수행하였으며, 실험 결과는 Table 1에 나타낸다. CPLEX의 제한 시간은 10,000초로 설정하였다. 따라서, CPLEX의 수행시간이 10,000초 이내인 경우에는 해당 문제의 "목적함수" 열(column)에 표시한 값이 최적해이며, 10,000초로 표시된 경우에는 CPLEX가 10,000초 동안 찾은 최선해(best solution)를 해당 문제의 목적함수 열에 표시한다.

6. 결론

이 논문에서는 대기 상태를 고려한 배치 생산 방식의 공정에서 생산 비용과 재고 비용의 합을 최소화하는 생산계획을 수립하기 위해 새로운 로트 크기 결정 및 스케쥴링 문제의 최적화 모형을 개발하였다. 또한, 빠른 시간동안 우수한 품질의 근사해를 찾기 위해 효율적인 휴리스틱 알고리즘을 개발하였으며, 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘의 수행도를 평가하기 위한 모의실험을 실시한 결과, 근사해의 품질이 우수함을 확인하였다.

이 논문의 결과는 아연 및 금속 주조공정 뿐만 아니라 배치단위로 생산을 하며 대기 상태에서 기계의 가동 비용을 고려하는 일반적인 제조 공정에서도 생산 비용 및 재고 비용을 감소시키는 생산계획을 수립하기 위해 활용할 수 있을 것으로 예상한다.

Table 1. 실험 결과

No	|T|	|K|	|N|	목적함수		시간(단위: 초)	
				CPLEX	Heuristic	CPLEX	Heuristic
1	7	2	3	182	207	10,000	3
2	7	2	4	198	209	10,000	3
4	7	3	4	274	277	10,000	3
5	7	3	5	281	315	10,000	3
6	7	3	6	-	363	10,000	3
7	7	4	5	-	298	10,000	3
8	7	4	6	-	355	10,000	3
9	7	4	7	-	431	10,000	3
10	7	5	6	-	364	10,000	3
11	7	5	7	-	384	10,000	3
12	7	5	8	-	407	10,000	3
13	15	2	3	-	403	10,000	5
14	15	2	4	-	541	10,000	5
15	15	3	4	-	573	10,000	5
16	15	3	5	-	662	10,000	5
17	15	3	6	-	783	10,000	5
18	15	4	5	-	660	10,000	5
19	15	4	6	-	776	10,000	6
20	15	4	7	-	922	10,000	6
21	15	5	6	-	777	10,000	6
22	15	5	7	-	884	10,000	7
23	15	5	8	-	1,025	10,000	7

참고문헌

[1] Belvaux, G. and Wolsey, L. A. (2000), A specialized branch-and-cut system for lot-sizing problems, *Management Science*, 46(5), 724-738.

[2] Belvaux, G. and Wolsey, L. A. (2001), Modelling practical lot-sizing problems as mixed- integer programs, *Management Science*, 47(7), 993-1007.

[3] Clark, A. R. and Clark, S. J. (2000), Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent, *International Journal of Production Research*, 38(10), 2287-2307.

[4] Drexl, A. and Haase, K. (1995), Proportional lotsizing and scheduling, *International Journal of Production Economics*, 40(1), 73-87.

[5] Drexl, A. and Haase, K. (1996), Sequential-analysis based randomized-regret-methods for lot- sizing and scheduling, *Journal of the Operational Research Society*, 47(2), 251-265.

[6] Gopalakrishnan, M. (2000), A modified framework for modeling set-up carryover in the capacitated lotsizing problem, *International*

Journal of Production Research, 38(14), 3421-3424.

[7] Gupta, D. and Magnusson, T. *(2005)*, *The* capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times, *Computers & Operations Research*, 32(4), 727-747.

[8] Meyr, H. (2000), Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization, *European Journal of Operational Research*, 120(2), 311-326.

[9] Meyr, H. (2002), Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines, *European Journal of Operational Research*, 139(2), 277-292.

[10] Sox, C. R. and Gao, Y. (1999), The capacitated lot sizing problem with setup carry-over, *IIE Transactions*, 31(2), 173-181.

[11] Staggemeier, A. T. and Clark, A. R. (2001), A survey of lot-sizing and scheduling models, *23rd Annual Symposium of the Brazilian Operational Research Society*, Campos do Jordao, Brazil.

[12] Suerie, C. and Stadtler, H. (2003), The capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes, *Management Science*, 49(8), 1039-1054.

[13] Suerie, C., Modeling of period overlapping setup times, *European Journal of Operational Research*, Submitted for publication.

부록 1: 정수계획법 모형

Minimize

$$\sum_{t\in T}\sum_{i\in N}\sum_{k\in K}(\alpha_k x^1_{tik}+\beta^0_{ik}y^0_{tik}+\beta^{1e}_{ik}y^{1e}_{tik}+\beta^{1n}_{ik}y^{1n}_{tik}+\beta^{2e}_{ik}y^{2e}_{tik}+\beta^{2n}_{ik}y^{2n}_{tik}+\gamma_{ik}v_{tik})+\sum_{t\in T}\sum_{i\in N}\pi_i w_{ti}$$

Subject to

$$\sum_{s=1}^{t}\sum_{k\in k}g_{ik}v_{sik}=\sum_{s=1}^{t}d_{si}+w_{ti} \qquad t\in T,\ i\in N, \tag{1}$$

$$v_{tik}\le v_{(t+1)ik}+x^0_{(t+1)k}+x^1_{(t+1)ik}+u_{(t+1)ik} \qquad t=1,\dots,|T|-1,\ i\in N,\ k\in K, \tag{2}$$

$$v_{tik}\le v_{(t-1)ik}+y^0_{(t-1)ik}+y^{1e}_{(t-1)ik}+y^{1n}_{(t-1)ik}+y^{2e}_{(t-1)ik}+y^{2n}_{(t-1)ik} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{3}$$

$$\sum_{s=1}^{O(i,k)+1}v_{(t+s-1)ik}\le O(i,k) \qquad t=1,\dots,|T|-O(i,k)-1,\ i\in N,\ k\in K, \tag{4}$$

$$\min\{O(i,k),|T|-t\}(y^0_{tik}+y^{1e}_{tik}+y^{1n}_{tik}+y^{2e}_{tik}+y^{2n}_{tik})\le\sum_{s=1}^{\min\{O(i,k),|T|-t\}}v_{(t+s)ik} \qquad t=1,\dots,|T|-1,\ i\in N,\ k\in K, \tag{5}$$

$$x^1_{tik}\le x^1_{(t-1)ik}+v_{(t-1)ik} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{6}$$

$$\min\{p(i,k),t\}y^0_{tik}-1\le\sum_{s=1}^{\min\{p(i,k),t\}-1}u_{(t-s)k} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{7}$$

$$\min\{qe(i,k),t\}y^{1e}_{tik}-1\le\sum_{s=1}^{\min\{qe(i,k),t\}-1}u_{(t-s)k} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{8}$$

$$\min\{qn(i,k),t\}y^{1n}_{tik}-1\le\sum_{s=1}^{\min\{qn(i,k),t\}-1}u_{(t-s)k} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{9}$$

$$\min\{re(i,k),t\}y^{1e}_{tik}-1\le\sum_{s=1}^{\min\{re(i,k),t\}-1}u_{(t-s)k} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{10}$$

$$\min\{rn(i,k),t\}y^{1n}_{tik}-1\le\sum_{s=1}^{\min\{rn(i,k),t\}-1}u_{(t-s)k} \qquad t=2,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{11}$$

$$u_{tk}\le u_{(t+1)k}+\sum_{i\in N}(y^0_{(t+1)ik}+y^{1e}_{(t+1)ik}+y^{1n}_{(t+1)ik}+y^{2e}_{(t+1)ik}+y^{2n}_{(t+1)ik}) \qquad t=1,\dots,|T|-1,\ k\in K, \tag{12}$$

$$y^0_{tik}\le x^0_{(t-p(i,k))k} \qquad t=p(i,k)+1,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{13}$$

$$y^{1e}_{tik}\le x^1_{(t-qe(i,k))ik} \qquad t=qe(i,k)+1,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{14}$$

$$y^{1n}_{tik}\le\sum_{j\ne i}x^1_{(t-qn(i,k))jk} \qquad t=qn(i,k)+1,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{15}$$

$$y^{2e}_{tik}\le v_{(t-re(i,k))ik} \qquad t=re(i,k)+1,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{16}$$

$$y^{2n}_{tik}\le\sum_{j\ne i}v_{(t-rn(i,k))jk} \qquad t=rn(i,k)+1,\dots,|T|,\ i\in N,\ k\in K, \tag{17}$$

$$x^0_{tk}+u_{tk}+\sum_{i\in N}(x^1_{tik}+y^0_{tik}+y^{1e}_{tik}+y^{1n}_{tik}+y^{2e}_{tik}+y^{2n}_{tik}+v_{tik})=1 \qquad t\in T,\ k\in K, \tag{18}$$

$$x^0_{tk},\ u_{tk}\in\{0,1\} \qquad t\in T,\ k\in K,$$

$$x^1_{tik},\ y^0_{tik},\ y^{1e}_{tik},\ y^{1n}_{tik},\ y^{2e}_{tik},\ y^{2n}_{tik},\ v_{tik}\in\{0,1\} \qquad t\in T,\ i\in N,\ k\in K,$$

$$w_{ti}\ge 0 \text{ and integer} \qquad t\in T,\ i\in N.$$

목적함수는 생산 비용, 셋업 비용, 대기 상태에서 주조로 운전비용 및 재고비용의 합을 최소화한다. 제약식 (1)은 수요량은 항상 만족되어야 함을 나타낸다. 제약식 (2), (3)은 생산의 전후 상태를 제한하여, 셋업 완료 후에만 생산이 가능하도록 한다. 제약식 (4), (5)는 배치단위로 생산함을 나타낸다. 제약식 (6)은 임의의 시점 t가 대기 상태이면 시점 $t-1$에서는 반드시 대기 상태이거나 생산중이어야 함을 나타낸다. 제약식 (7)-(12)은 셋업을 시작하면 반드시 셋업을 마쳐야 하며 셋업을 완료하면 곧바로 생산을 시작해야 함을 의미한다. 제약식 (13)-(17)은 셋업 이전 상태를 확인하여 셋업 비용을 구분한다. 제약식 (18)은 주조로의 상태가 배타적인 관계임을 의미한다. 즉, 각 주조로는 각 구간에서 하나의 상태만 유지해야 한다.