

# 장기종속성을 갖는 트래픽의 시뮬레이션 분석

## A simulation analysis for long-range dependent traffic

윤복식

홍익대학교 기초과학과

bsyoon@hongik.ac.kr

### 초 록

자기유사(self-similar)과정은 인터넷 트래픽을 보다 정확하게 분석하는데 꼭 필요한 확률과정이다. 본 연구는 계산이 간편하고 다양한 시간 범위의 종속성을 반영할 수 있는 M/G/∞에 모형을 기반으로 하여 자기유사과정을 생성하는 방법을 채택하고 G를 파레토 분포로 표준화하여 적용 가능성을 다양하게 실험한다. 시뮬레이션에서 이산화를 매 단위시점으로 설정하지 않고 대기열에서의 도착, 이탈시점으로 설정하여 시뮬레이션의 속도를 높이고 보다 정확한 성능측정이 이루어지도록 시도한다.

### 1. 서론

인터넷에 입력되는 트래픽을 보다 정확하게 분석하기 위해 자기유사과정을 생성해야 할 필요성이 언급되어 왔다(Kant, 2001, Bardet et al, 2003). 본 연구에서는 M/G/∞에 기반하여 트래픽을 생성하여 인터넷 성능분석에 적용하는 과정을 탐색한다.

일반적인 관점에서 여러 소스로부터 트래픽(패킷)들이 통합되어 하나의 입력링크를 통과하는 상황을 고려하면 자연스럽게 단일서버대기열(SSQ, single server queue) 시스템으로 모델링 할 수 있다. 각 소스로부터의 트래픽 버스트(burst)들은 활동(on)-휴지(off)를 반복하면서 트래픽을 생성하는데 활동기간 동안에 일정한 속도(rate)  $r$ 로 패킷을 생성한다고 하자. 통합된 트래픽에서 버스트의 발생과정을 발생률  $\lambda$ 인 포아송과정으로 가정하고 각 버스트의 지속기간을 동일한 분포  $G$ 로 가정하면, SSQ로 들어오는 패킷 트래픽은 버스트들의 대기열시스템 M/G/∞의 작업중(busy)인 서버로부터 기인한 것으로 생각할 수 있다. 보다 구체적으로 시간  $t$ 에서 활동상태인 버스트의 수를  $B(t)$ 라고 하면 그때 SSQ에 입력되는 트래픽율은  $rA(t)$ 가 되고  $t$ 까지 발생된 트래픽량은

$$A(t) = r \int_0^t B(u) du$$

가 된다. 단위시간 당 링크(SSQ)에서 처리하는

용량을  $C$ 라고 하고 무한용량의 버퍼를 두는 것으로 가정하면 시간  $t$ 에 SSQ에 남아있는 트래픽의 양, 즉 일(work)의 양  $Q(t)$ 는

$$Q(t) = (Q(0) + A(t) - Ct)^+ \quad (1)$$

가 된다. 여기서  $X^+ = \max\{X, 0\}$ . 본 연구에서는  $t \rightarrow \infty$ 인 경우(또는 정상상태)에서의  $Q(t)$ 를  $Q$ 로 표기하고 이것의 분포를 구하려고 시도할 것이다.

이제 이산시점  $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots$ 을 고려하여 구간  $[t_n, t_{n+1})$ 에서 생성되는 트래픽을  $A_n$ 이라고 하면

$$A_n = A(t_{n+1}) - A(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} B(u) du,$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

로 이산화 할 수 있다. 이때  $Q_n = Q(t_n)$ 으로 놓으면

$$Q_{n+1} = (Q_n + A_n - C\Delta t_n)^+ \quad (2)$$

의 관계를 얻는다. 여기서

$$\Delta t_n = t_{n+1} - t_n, n = 0, 1, 2, \dots$$

$A_n$ 은 자동상관분석을 통해 다양한 범위의 종속성을 갖는 트래픽을 만드는 데 이용될 수 있다. 특히 통합트래픽이 장기종속성(LRD, long-range dependency)을 가질 때는  $G$ 를 파레토분포로 설정하면 이른바 PPBP(Poisson Pareto burst process)(Addie et al., 2002)로 간편하게 모델링 할 수 있다.

### 2. 근사적 계산

이절에서는 가우스 근사화를 이용하여 SSQ에서 정상(stationary) 작업(work)량  $Q$ 의 꼬리 분포  $P(Q > x)$ 를 근사적으로 계산하는 해석적인 방법을 소개한다. SSQ로 도착하는 트래픽은 여러 독립적인 트래픽 소스들에서 생성되는 트래픽들이 통합되어 나타나므로 소스의 수가 많을 경우 통합과정을 가우스 과정으로 근사화 할 수 있다. 만약 평균이  $\mu$ 이고 분산이  $\sigma^2(t)$ 인 가우스 과정이 서비스 용량이  $C$ 인 무한버퍼 SSQ에 입력된다고 하면

$$P(Q > x) \approx \exp\left(\frac{2(C - \mu)^2 \sigma^2(t^*)}{[(\sigma^2)'(t^*)]^2}\right) \quad (3)$$

$$\left(\text{여기서 } t^* \text{는 } \frac{2\sigma^2(t)}{(\sigma^2)'(t)} - t = \frac{x}{C-\mu} \text{를}\right)$$

만족하는 점이다.)

로 계산될 수 있다(Zuckerman et al. 2003).

### 3. PPBP 모델링

#### 3.1 PPBP 과정

1절에서와 같이 시간  $t$ 에 트래픽을 생성하고 있는 버스트의 수를  $B(t)$ 라고 하면 버스트들의 링크 도착시점 및 이탈시점이 주어지면 이를 보다 구체적으로 표현할 수 있다. 즉,

$$B(t) = \sum_{i=0}^{\infty} I\{t \in [\alpha_i, w_i)\}$$

여기서  $\alpha_i$ 는  $i$ 번째 버스트의 도착시간이고  $w_i$ 는  $i$ 번째 버스트의 이탈시간,  $i=1, 2, \dots$  이고,  $d_i > 0$ 을  $i$ 번째 버스트의 지속시간이라고 하면  $w_i = \alpha_i + d_i$ 의 관계가 성립한다. 1절에서와 같이 각 버스트가 일정한 발생률  $r$ 로 트래픽을 생성한다고 하면  $rB(t)$ 는 시간  $t$ 에서 생성되는 트래픽이 된다.

이제 버스트의 도착과정을 도착률  $\lambda$ 인 포아송 과정이라 하고, 버스트의 지속시간  $d_i$ 들이 iid 파레토 분포를 따른다고 하자. 즉,

$$P_k\{d > x\} = \begin{cases} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{-\gamma}, & x \geq \delta \\ 1, & \text{그 외의 경우} \end{cases} \quad (4)$$

이 경우  $1 < \gamma < 2$  일 때 평균은

$$E(d) = \frac{\delta\gamma}{\gamma-1}$$

이고 분산은 무한대가 된다.

시뮬레이션에서 초기과정을 정상(stationary) 과정화 하기위해 초기의 버스트의 수를 0으로 놓지 않고  $b_0$  개로 설정한다. 이 때  $b_0$ 는 평균이  $\lambda E(d)$ 인 포아송 확률변수이고 초기 버스트들의 지속시간은 파레토 분포의 평형 분포(equilibrium distribution)로 놓는다. 즉,

$$Pd^e > x = \begin{cases} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{1-\gamma}, & x \geq \delta \\ \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(1 - \frac{x}{\delta}\right) + \frac{1}{\gamma}, & x < \delta \end{cases}$$

물론 예비 시뮬레이션을 충분히 오래 수행하여 정상과정으로 진입하도록 한 후 본 시뮬레이션을 수행해도 될 것이다.

이제  $(0, t)$  사이의 총 작업(work)량을  $\hat{A}(t)$  놓자. 각 버스트가 일정한 발생률  $r$ 로 작업을 생성한다고 하면 1절에서와 같이

$$\hat{A}(t) = r \int_0^t B(s) ds$$

로 표현할 수 있는데 이것을 PPBP라고 부른다. 이것의 평균은

$$E(\hat{A}(t)) = \frac{\lambda t \delta r}{\gamma-1}$$

이고 분산은

$$\text{Var}(\hat{A}(t)) = \begin{cases} 2r^2 \lambda t^2 \left( \frac{\delta\gamma}{2(\gamma-1)} - \frac{t}{6} \right), & 0 \leq t \leq \delta \\ 2r^2 \lambda \left( \frac{\delta^3\gamma}{6(3-\gamma)} - \frac{\delta^2 t \gamma}{2(2-\gamma)} - \frac{t^{3-\gamma} \delta^\gamma}{(1-\gamma)(2-\gamma)(3-\gamma)} \right), & t > \delta \end{cases}$$

로 계산된다(Neame, 2003).

$t$ 가 충분히 크면  $\text{Var}(\hat{A}(t))$ 는  $t^{3-\gamma}$ 에 비례적으로 증가하는데  $H = \frac{3-\gamma}{2}$ 로

놓으면  $t^{2H}$ 에 비례하게 되고 이것으로부터  $1 < \gamma < 2$ 일 때 PPBP  $\hat{A}(t)$ 는 점근적으로 자기유사(asymptotically self-similar)함을 짐작할 수 있다. 물론 이때 허스트 모수는  $H = \frac{3-\gamma}{2}$ 이 된다.

이제 시간 슬롯  $\tau$  단위로 이산화하면  $n$ 번째 시간 슬롯에서 도착하는 작업량은

$$A_n = r \int_{nr}^{(n+1)\tau} B(t) dt = \hat{A}_{(n+1)\tau} - \hat{A}_{nr}, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

가 된다. 보통 트래픽 측정은 각 이산시점에서 하게 되므로  $A_n$ 에 관련된 트래픽 측정 자료로부터 PPBP의 모수들을 적합시켜야 한다. 편의상  $\tau=1$ 로 놓으면

$$\mu = E(A_n) = \frac{\lambda r \delta \gamma}{(\gamma-1)} \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(A_n) = \begin{cases} 2r^2 \lambda \left( \frac{\delta\gamma}{2(\gamma-1)} - \frac{1}{6} \right), & \delta \geq 1 \\ 2r^2 \lambda \left( \frac{\delta^3\gamma}{6(3-\gamma)} - \frac{\delta^2\gamma}{2(2-\gamma)} - \frac{\delta^\gamma}{(1-\gamma)(2-\gamma)(3-\gamma)} \right), & \delta < 1 \end{cases} \quad (6)$$

로 계산된다.

#### 3.2 PPBP의 적합

PPBP가 확정되기 위해서는 포아송과정의 도착률  $\lambda$ , 버스트 지속시간을 나타내는 파레토분포의 모수  $\delta, \gamma$  그리고 버스트에서 생성되는 트래픽을  $r$ 이 정해져야 한다. 실제 트래픽을 분석할 때는 시간틈을 단위길이로 설정하여  $\delta=1$ 로 놓고 각 시간틈에서 관측된 트래픽

측정값으로부터, 평균  $\mu$ , 분산  $\sigma^2$ , 허스트 모수  $H = \frac{3-\gamma}{2}$  를 추정하여 이 식과 식 (5), (6)을 이용하여  $\gamma, r, \lambda$  를 구한다. 이 중에서  $\lambda$  는 트래픽의 다중화 정도를 반영하는 모수로 해석할 수 있어 상황에 따라 값을 적절히 설정할 수도 있는데 그러기 위해서는 (5), (6) 식의 불일치를 피하기 위해 (5)식에 모수  $K$ 를 더해서 접근할 수 있다. 보다 구체적인 절차는 다음과 같다.

[1]  $\lambda$ 의 결정

뒤에서 살펴보겠지만  $\lambda$ 값은 성능척도의 계산의 정확도에 상당한 영향을 미치므로 주어진 트래픽의 요건에 잘 맞추어 설정해야 한다. 가능한 한 가지 방법은 주어진 트래픽 데이터에 가지고 (3)과 같은 근사적 방법에 의해  $e_i = P(Q > x_i)$ 를 계산하고 한편으로 실제관측값  $p_i = P(Q > x_i)$ 를 구한 다음

$$G(\lambda) = \sum_i (e_i - p_i)^2$$

를 최소화하는  $\lambda$ 를 구하는 것이다.

[2] 나머지 모수들

우선  $\gamma$ 는

$$\gamma = 3 - 2H \quad (7)$$

가 된다. 경우에 따라 CBR(constant bit-rate) 성분의 일정한 작업량  $K$ 를 상정하면 편할 때가 있으므로 (5)식을

$$\mu = \frac{\lambda r \delta \gamma}{\gamma - 1} + K$$

로 수정한다. 여기서  $\delta = 1$  을 대입하면 ( $\lambda, \gamma$  는 주어졌다고 가정)

$$\mu = \frac{\lambda \gamma}{\gamma - 1} r + K$$

가 된다. 분산식에서  $\delta = 1$  대입하면

$$\sigma^2 = 2\lambda \left( \frac{\gamma}{2(\gamma - 1)} - \frac{1}{6} \right) r^2$$

에서

$$r = \sigma / \sqrt{\lambda \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} - \frac{1}{3} \right)} \quad (8)$$

로 얻어지고 평균식에서

$$K = \mu - \frac{\lambda \gamma}{\gamma - 1} r \quad (9)$$

가 된다.  $K$ 는 CBR 트래픽의 발생률로 간주할 수 있으므로 서비스 용량  $C$ 를  $C - K$ 로 조정한다.

4. 시뮬레이션 분석

4.1.  $P\{Q > x\}$  의 계산

대기열 시스템에서  $n$ 번째 시간틈에서 버퍼에

있는 작업량  $Q_n$  은 식 (2)에 의해 구해진다. 본 연구에서는 시간틈에 의한 단위시간 별 이산화하지 않고 연속시간을 유지하면서 원하는 성능척도인  $P\{Q > x\}$  을 보다 정확하고 효율적으로 계산하는 방법을 시도한다. 우선 버스트의 도착, 이탈이 일어날 때마다 시스템을 관찰하여  $n$ 번째 사건이 도착일 때는

$$B_n = B_{n-1} + 1, n = 1, 2, 3 \dots$$

로 놓고 출발일 때는

$$B_n = B_{n-1} - 1$$

로 놓는다.  $n$ 번째 사건이 일어난 시점을  $\tau_n$  이라고 하면  $\tau_n$  직전에 시스템에 남아있는 일의 량  $Q_n$  은

$$Q_n = (Q_{n-1} + rB_{n-1} - C(\tau_n - \tau_{n-1}))^+, n = 1, 2, \dots$$

여기서  $Q_0 = 0, \tau_0 = 0$

과 같이 구할 수 있다(그림 1참조).

4.2. 시뮬레이션 예

이 절에서는 PPBP를 기반으로 하여 시뮬레이션을 통해 인터넷 링크에서의 버퍼유출(buffer overflow) 확률  $P\{Q > x\}$  를 구하는 사례를 보인다.

<사례 1>

링크의 처리용량이  $C=2.897$ 이고 시간 틈 당 관측된 트래픽이 평균  $\mu=1.897$ , 분산  $\sigma^2=0.10666$ ,  $H=0.75$  로 추정되었다고 하자. 주어진 관측값을 이용하여 PPHP 모수를 적합시키면  $\delta=1, \gamma=1.5, \kappa=0, \lambda=10, r=0.0632$ 과 같이 얻어진다. 이 모델에 대해 백만초 동안 시뮬레이션 하여 버퍼유출확률을 구한 결과가 그림 2에 주어져 있다. 이 경우 이용율이 0.655이고 그림의 확률은 밀이 10인 로그축척이다.

<사례 2>

$C=550, \mu=175.2, \sigma^2=16994.4, H=0.75$  로 주어진 경우

이 경우의 자료는 실제 트래픽에서 얻어졌는데(Neame, 2003) 3.2절에 설명된 방식으로 우선 최적의  $\lambda$ 를 구하면 0.158이 얻어진다. 다른 PPBP 모수 중  $\delta=1$ 로 놓고 (7)-(9)식에 의해  $\gamma=1.5, r=201, K=80$ 이 얻어지므로  $C=470$ 로 보정하여 시뮬레이션을 수행한다.

이 실험에서는  $\lambda$ 의 설정에 따라 성능척도의 계산값에 차이가 있는 것을 보기 위해  $\lambda$ 를 1.5로 두었을 경우(이 경우  $r=65, K=-118$ , 즉  $C=668$ )와 15로 두었을 때(이 경우  $r=20, K=-752, C=1302$ )의 결과와 비교한다. 시뮬레이션 결과는 그림 3에

나타나는데  $\lambda$ 에 따라 확률값이 차이가 나는 것을 관찰할 수 있다. 따라서 유효한 결과를 얻으려면  $\lambda$ 를 잘 맞추어야 할 필요가 있다.

<사례 3>

사례 2의 자료에서 이용율(utilization)  $\rho$ 에 따른 버퍼유출확률의 변화를 구해본다. 이용율을  $0.2 (C = 876 - 80 = 796)$ ,  $0.319 (C = 550 - 80 = 470)$ ,  $0.6 (C = 292 - 80 = 210)$ 으로 변화시키면서 이 확률을 구하면 그림 4처럼 나타난다.

5. 결론

본 연구에서는 자기유사과정의 생성을 위하여 계산이 간편하고 다양한 시간범위 종속성을 반영할 수 있는 M/G/ $\infty$ 에 모형을 기반으로 한 입력생성 방법을 채택하였다. 여기서 발생하는 트래픽은 추상적인 링크를 단일서버로 하는 단일서버대기열(SSQ)로 들어가서 주어진 용량에 따라 서비스를 받게 된다. 관측된 트래픽이 LDR을 가진 것으로 판정되면 G를 파레토 분포로 표준화한 PPBP 모델을 채택하여 간편하게 모델 적합을 할 수 있도록 하였다.

본 연구에서는 이산화를 매 단위시점으로 하지 않고 대기열에서의 도착, 이탈시점으로 설정하여 시뮬레이션의 속도를 높였고 보다 정확한 성능측정이 이루어지도록 하였다. 기존에 주어진 데이터에 대해 여러 상황에서의 시뮬레이션을 시험적으로 실시하여 이 모델의 적용가능성을 탐색하였다. 무선인터넷 트래픽의 실측 자료가 주어지면 그 자료에 따라 필요한 모수를 추정하여 모델 적합이 이루어질 수 있는데 이 때 도착률  $\lambda$ 를 최적으로 설정해야 정확한 성능측도의 계산이 가능하다. 복잡한 트래픽을 단순화하는 과정에서 피할 수 없는 난점이지만 이 과정이 보다 정교해져야 PPBP 접근방법이 타당성을 얻게 될 것으로 보인다.

참고문헌

R.G. Addie, T.D. Neame and M. Zuckerman, Performance evaluation of a queue fed by a Poisson Pareto burst process, *Computer Networks*, v.40, (2002), 377-397

J.M. Bardet, G. Lang, G. Oppenheim, A. Philippe, and M.S. Taqqu, Generators of long-range dependent processors: a survey, In *Theory and Applications of Long-Range Dependence*(P. Doukhan et al. Ed.), Birkhauser, Boston, (2003), pp.579-623.

C.M Harris, P.H. Brill, and M.J. Fischer, Internet-type queues with power-tailed interarrival times and computational

methods for their analysis, *INFORMS Journal on Computing*, v.12, n.4, (2000), 261-271

K. Kant, V. Tewari, and R. Iyer, *Geist: A Generator for E-Commerce & Internet Server Traffic*, 2001

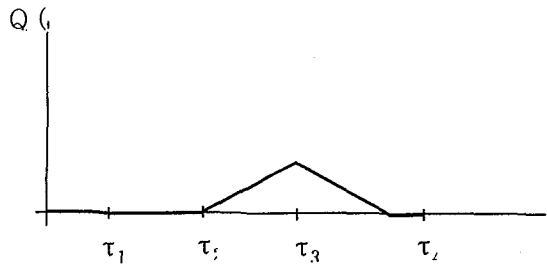
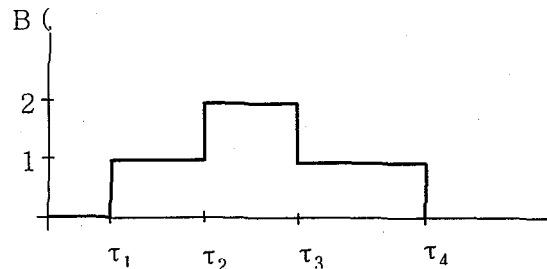
M.M Krunz and A.M. Makowski, Modeling video traffic using M/G/infinity input processes: a compromise between Markovian and LRD models, *IEEE JSAC*, 1997

T. Neame, *Characterisation and modelling of internet traffic stream*, *Ph.D Dissertation*, 2003

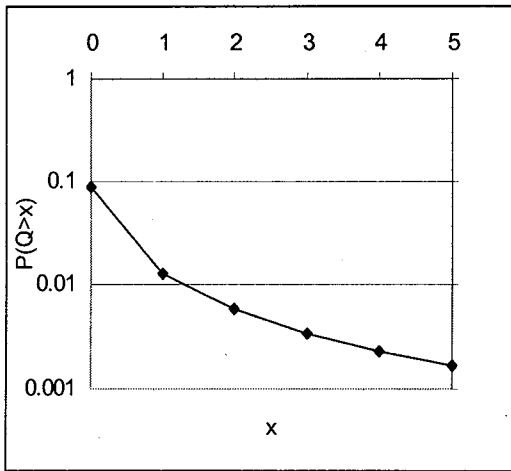
K. Park, G. Kim, and M. Crovella, On the effect of the traffic self-similarity on network performance, In *Proc. of the 1997 SPIE International Conference on Performance and Control of Network Systems*(1997).

M.S. Taqqu, Fractional Brownian motion and long-range dependence, In *Theory and Applications of Long-Range Dependence*(P. Doukhan et al. Ed.), Birkhauser, Boston, (2003), 5-38

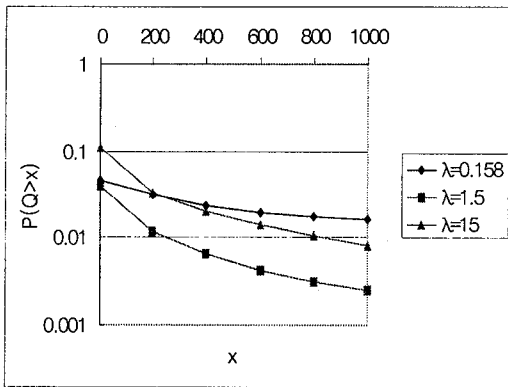
M. Zuckerman, T.D. Neame and R.G. Addie, Internet traffic modeling and future technology implications, *Proc. IEEE INFOCOM* (2003)



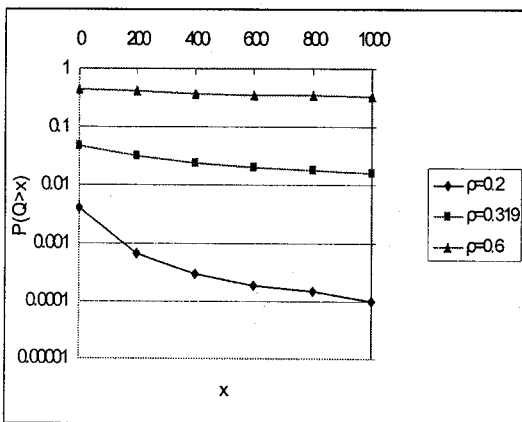
<그림 1>  $r < C < 2r$  인 경우의 B(t) 와 Q(t)



<그림 2> 사례 1



<그림 3> 사례 2. λ에 따른 버퍼유출확률 계산값의 변화



<그림 4> 이용율에 따른 버퍼유출확률의 변화