

대체수요를 고려한 선택관점의 다제품 확산모형 A Choice-Based Multi-Product Diffusion Model Incorporating Replacement Demand

김정일, 전덕빈
한국과학기술원 테크노경영대학원
jungil@kgsm.kaist.ac.kr, dbjun@kgsm.kaist.ac.kr

Abstract

The sales of consumer durables are composed of first time purchases and replacement purchases. Since the sales for most mature durable products are dominated by replacement sales, it is necessary to develop a model incorporating replacement component of sales in order to forecast total sales accurately. Several single product diffusion models incorporating replacement demand have been developed, but research addressing the multi-product diffusion models has not considered replacement sales. In this paper, we propose a model based on consumer choice behavior that simultaneously captures the diffusion and the replacement process for multi-product relationships. The proposed model enables the division of replacement sales into repurchase by previous users and transition purchase by users of different products. As a result, the model allows the partitioning of the total sales according to the customer groups (first-time buyers, repurchase buyers, and transition buyers), which allows companies to develop their production and marketing plans based on their customer mix. We apply the proposed model to the Korean automobile market, and compare the fitting and forecasting performance with other Bass-type multi-product models.

1. 서론

자동차, 텔레비전, 냉장고 등과 같은 성숙 시장에 있는 내구재들은 이미 가정에 많이 보급되어 이들의 현재 수요는 대부분 대체구입(replacement purchase)에 의한 수요라고 볼 수 있다. 미국의 경우 1986년에 이미 전체 수요 중 냉장고의 경우 88%, 세탁기의 78%, 자동차의 70% 이상을 대체수요가 차지하고 있다는 조사 결과를 볼 때 현재 내구재의 수요에서 대체수요가 차지하고 있는 비중은 쉽게 짐작할 수 있다 (Bayus, 1991). 따라서 전체 수요를 정확히 예측하기 위해서는 대체 수요를 고려하는 것이 중요하고 이러한 관점에서 대체 수요를 고려한 확산 모형이 제안되었다(Kamakura and Balasubramanian 1987). 그러나 기존의 대체 수요를 고려한 확산모형은 단일 상품의 확산 과정만을 묘사하고 있어 제품의 수요가 다른 제품과의 유기적인 관계를 가지는 경우에는 적용하기 어려운 한계점을 가진다. 본 연구에서는 대체 수요를 고려하면서 여러 제품사이의 상호 작용을 고려할 수 있는 확산모형을 제안한다.

2. 모형개발

2.1. 일반적인 형태

이 절에서는 본 논문이 제안하는 대체수요를 고려한 선택관점의 다제품 확산모형의 일반적인 형태를 유도한다. 시장에 1, 2 라는 두 가지 종류의 제품이 존재할 경우 $S_{i,t}$ 를 t 시점의 제품 수요라 하면,

$$S_{1,t} = F_{1,t} + R_{11,t} + R_{21,t} \quad (1)$$

$$S_{2,t} = F_{2,t} + R_{12,t} + R_{22,t} \quad (2)$$

로 표현할 수 있는데, 여기서 $F_{i,t}$ 은 i 제품에 대한 신규 수요이고 $R_{ij,t}$ 은 i 제품을 이용했던 사람이 j 제품으로 대체하면서 발생한 수요이다. M_t 를 시장 포화수준으로, $Y_{i,t}$ 를 t 시점에서의 i 제품 이용자 수로 정의하면 t 시점의 잠재적인 수요는 $(M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1})$ 로 표현할 수 있다. 먼저 이들 잠재적인 수요자들은 구매를 할지 안 할지, 구매한다면 어떤 제품을 구매할지를 결정해야 한다. 그러므로 신규 수요는 다음과 같이 표현된다.

$$F_{1,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,1)} \quad (3)$$

$$F_{2,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,2)} \quad (4)$$

여기서 $P_t^{(0,i)}$ 는 비구매자가 t 시점에 i 제품을 선택할 확률을 나타낸다.

내구재의 경우 재구매의 가장 큰 원인은 기존 제품의 성능 저하일 것이다. 따라서 대체 수요를 고려한 기존 연구들은 소비자들이 기존에 사용하던 제품을 폐기하는 순간 새로운 제품으로 대체한다고 가정하였다. 소비자들이 기존 제품을 폐기하고 새로운 제품으로 대체하려고 결정하였다면, 어떤 제품을 선택할 것인지 결정하여야 한다. 따라서 식 (3), (4)의 대체 수요에 의한 부분을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_{11,t} = C_{1,t} \cdot P_t^{(1,1)} \quad (5)$$

$$R_{21,t} = C_{2,t} \cdot P_t^{(2,1)} \quad (6)$$

$$R_{12,t} = C_{1,t} \cdot P_t^{(1,2)} \quad (7)$$

$$R_{22,t} = C_{2,t} \cdot P_t^{(2,2)} \quad (8)$$

여기서 $C_{i,t}$ 는 t 시점에 폐기될 i 제품의 수를 나타내고 $P_t^{(i,j)}$ 는 기존에 i 제품을 이용했던 소비자가 j 제품을 선택할 확률을 나타낸다. 시장에는 오직 두 가지 제품만 존재하는 상황을 가정했으므로

$$P_t^{(1,2)} = 1 - P_t^{(1,1)} \quad (9)$$

$$P_t^{(2,1)} = 1 - P_t^{(2,2)} \quad (10)$$

식 (3)~(10)을 (1), (2)에 대입하면 본 논문에서 제안하는 예측 모형의 일반식을 얻을 수 있다.

$$S_{1,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,1)} + C_{1,t} \cdot P_t^{(1,1)} + C_{2,t} \cdot (1 - P_t^{(2,2)}) \quad (11)$$

$$S_{2,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,2)} + C_{1,t} \cdot (1 - P_t^{(1,1)}) + C_{2,t} \cdot P_t^{(2,2)} \quad (12)$$

이 모형의 추정을 위해서는 각 제품의 선택확률 $P_t^{(i,j)}$ 와 폐기될 각 제품의 수 $C_{i,t}$ 의 함수 형태를 정의해야 한다.

선택확률

이 절에서는 본 논문에서 제안한 제품 선택 확률을 추정하기 위해 이용하는 다항 로짓 모형에 대해 간단히 설명하고자 한다. (Ben-Akiva and Lerman 1985). 다항 로짓 모형은 선택 모형(Choice Model)의 하나로써 '개인은 선택할 수 있는 여러 가지 대안 가운데 자신의 효용을 극대화할 수 있는 대안을 선택한다'는 가정을 한다. 이 때, 효용은 관찰 불가능한 속성이나 기호의 변화, 측정 오차와 같은 요인때문에 무작위(random)라고 가정한다. t 시점에서 i 상품을 보유한 개인 k 가 j 상품을 선택할 때 얻는 효용을 $U_{k,t}^{(i,j)}$ 라고 하고, 효용은 다음 식 (13)과 같이 특정 상품의 선택 여부에 영향을 미치는 여러 가지 요인의 함수로 표현 가능한 부분, $V_{k,t}^{(i,j)}$ 와 나머지 오차항, $\epsilon_{k,t}^{(i,j)}$ 로 구성되어 있다고 가정한다.

$$U_{k,t}^{(i,j)} = V_{k,t}^{(i,j)} + \epsilon_{k,t}^{(i,j)}, \quad i = 1, 2, j = 1, 2 \quad (13)$$

식 (13)에서 오차항의 분포를 각각 독립적인 double exponential(Gumbel, type I extreme value) 분포로 가정한 모형이 다항 로짓 모형이며, 이 가정으로부터 도출되는 선택 확률은 다음 식 (14)와 같다. 이 때, $V_{k,t}^{(i,j)}$ 는 각 대안을 선택하는 의사결정에 영향을 미치는 여러 가지 변수들의 선형 함수로 정의한다.

$$P_t^{(i,j)} = \frac{\exp(V_t^{(i,j)})}{\exp(V_t^{(i,1)}) + \exp(V_t^{(i,2)})}, \quad i = 1, 2, j = 1, 2$$

$$V_t^{(i,j)} = \sum_{l=1}^m \alpha_l^{(i,j)} X_{l,t}, \quad (14)$$

대체 수요

본 논문에서는 Kamakura and Balasubramanian (1987) 이 제시한 truncated 정규 분포에 기반한

생존 함수를 이용하여 대체 수요를 모형화한다. 시점에 폐기되는 제품의 수를 다음과 같이 표현할 때,

$$C_{i,t} = \sum_{k=1}^{t-1} (Q(k-1) - Q(k)) \cdot S_{i,t-k} \quad (15)$$

생존 함수 $Q(k)$ 는 다음과 같다.

$$Q(k) = \frac{\Phi[wk/L - h]}{\Phi(-h)} \quad (16)$$

여기서 $w = h + \phi(-h)/\Phi(-h)$ 이다. 생존 함수의 두 모수 (L 과 h)는 각각 평균 수명과 함수의 형태를 결정하는 모수인데, 본 논문에서는 시간에 따라 평균 수명 L 이 변화하는 상황을 고려한다. 이들을 종합하여 제안 모형의 최종적인 형태를 다음과 같이 제시한다.

$$S_{1,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,1)} + C_{1,t} \cdot P_t^{(1,1)} + C_{2,t} \cdot (1 - P_t^{(2,2)}) + e_{1,t},$$

$$S_{2,t} = (M_t - Y_{1,t-1} - Y_{2,t-1}) \cdot P_t^{(0,2)} + C_{1,t} \cdot (1 - P_t^{(1,1)}) + C_{2,t} \cdot P_t^{(2,2)} + e_{2,t} \quad (17)$$

$$Y_{i,t} = \sum_{k=0}^{t-1} Q(k,t) \cdot S_{i,t-k} \quad (18)$$

$$C_{i,t} = \sum_{k=1}^t [Q(k-1,t) - Q(k,t)] \cdot S_{i,t-k} \quad (19)$$

$$Q(k,t) = \frac{\Phi[wk/(L_1 + L_2 \cdot t) - h]}{\Phi(-h)}, \quad w = h + \phi(-h)/\Phi(-h) \quad (20)$$

$$P_t^{(0,j)} = \frac{\exp(V_t^{(0,j)})}{\exp(V_t^{(0,0)}) + \exp(V_t^{(0,1)}) + \exp(V_t^{(0,2)})}, \quad j = 1, 2,$$

$$P_t^{(1,1)} = \frac{\exp(V_t^{(1,1)})}{\exp(V_t^{(1,1)}) + \exp(V_t^{(1,2)})},$$

$$P_t^{(2,2)} = \frac{\exp(V_t^{(2,2)})}{\exp(V_t^{(2,1)}) + \exp(V_t^{(2,2)})} \quad (21)$$

$$V_t^{(i,i)} = c^{(i,i)}, \quad i = 0, 1, 2$$

$$V_t^{(i,j)} = \sum_{l=1}^m \alpha_l^{(i,j)} X_{l,t}, \quad i = 0, 1, 2, j = 1, 2, i \neq j \quad (22)$$

여기서 L_1 과 L_2 는 각각 선형으로 모형화한 제품 평균 수명의 절편과 기울기를 나타낸다.

3. 응용사례: 차종별 국내 자동차 수요 예측

3.1. 실증분석 자료

승용차들은 흔히 자동차의 엔진 크기에 따라 구분된다. 본 논문에서는 분석의 편의를 위해 1600cc 이하의 차를 소형차그룹으로 묶고, 1800, 2000cc 차량을 중형차, 그 이상의 차량을 대형차 그룹으로 묶은 후 세 그룹 사이의 수요 상호관계를 모형화하고자 한다. 실증분석에 이용된 자료는 1981년 1분기부터 2004년 4분기까지 두 차종 그룹의 분기별 판매량이다. 판매량의 형태를 살펴보면 그림1과 같다. 일반적인 내구재의 판매량과 마찬가지로 종모양을 따르고 있으나 1998년 의환

위기에 따른 IMF 이후 급격한 판매량 감소 형태가 나타나고 있다.

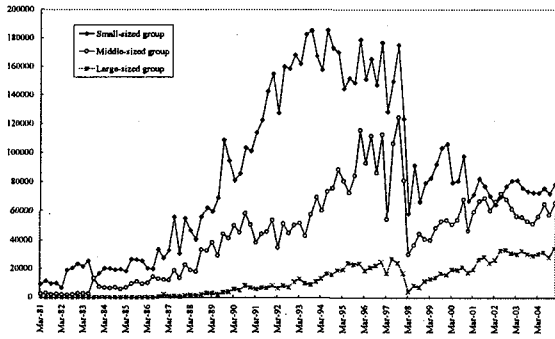


그림 1. 국내 자동차 판매량

3.2. 실증분석 모형 수정

실증 분석을 위해서는 제안된 모형을 국내 자동차 시장의 상황에 맞게 수정해야 한다. 먼저 자동차 선택에 따른 소비자의 효용은 다음과 같이 정의한다.

$$V_t^{(i,i)} = c^{(i,i)}, i = 0, 1, 2 \quad (23)$$

$$V_t^{(0,j)} = \alpha^{(0,j)} X_t, j = 1, 2, 3 \quad (24)$$

$$V_t^{(i,j)} = \alpha^{(i,j)} X_t + \beta^{(i,j)} Dum_t, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, i < j \quad (25)$$

식 (23)은 비전이(non-transition) 시의 효용은 상수로 가정함을 나타낸다. 식 (25)은 대체 구매 시의 효용을 나타내는데 X_t 와 Dum_t 라는 두 가지 외생변수에 의해 영향 받는 것으로 모형화하였다. 여기서 X_t 는 국내 경제 상황을 나타내는 가계 지출 지수이고 Dum_t 는 IMF 상황을 나타내는 가변수(dummy variable)이다. 식 (24)는 신규 구매시의 효용을 나타내는데, 여기에는 IMF 변수를 생략하였다. 이는 IMF 가 신규 시장 포화 수준을 통해 신규 구매에 영향을 미쳤을 것으로 가정하였기 때문이다. 또한 시장 포화 수준을 전체 인구 수에 비례할 것으로 가정하였기 때문에 잠재 신규 구매자는 다음과 같다.

$$M_t = \theta \cdot POP_t \cdot (1 + \delta \cdot Dum_t) \quad (26)$$

3.3. 추정결과

표 1은 제안 모형을 국내 자동차 시장 자료에 적용한 결과를 나타낸다. 소형, 중형, 대형 추정식의 조정된 결정계수는 각각 0.9516, 0.9035, 0.8633이었으며 $\alpha^{(1,3)}$ 과 $\beta^{(1,3)}$ 을 제외한 모든 계수가 99% 신뢰수준에서 유의한 것으로 나타났다. 추정된 L_1 과 L_2 에 따르면 초기 시장의 자동차 수명은 8년 정도였으나 최근에는 13년 정도로 증가한 것을 알 수 있다. 자동차 판매량의 포화수준은 우리나라 인구의 21.6% 수준이고, IMF에 의해 19% 가량 감소한 것으로 나타났다.

Parameter	Estimate	Approx. S.E.	P-value
$c^{(0,0)}$	28.7017	0.9665	0.0001
$\alpha^{(0,1)}$	4.1340	0.1682	0.0001
$\alpha^{(0,2)}$	3.9728	0.1676	0.0001
$\alpha^{(0,3)}$	3.0040	0.8517	0.0007
$c^{(1,1)}$	143.177	22.6218	0.0001
$\alpha^{(1,2)}$	23.4285	3.6834	0.0001
$\alpha^{(1,3)}$	0*	-	-
$\beta^{(1,2)}$	-5.1651	0.8411	0.0001
$\beta^{(1,3)}$	0*	-	-
$c^{(2,2)}$	164.304	26.2226	0.0001
$\alpha^{(2,3)}$	27.7680	4.4158	0.0001
$\beta^{(2,3)}$	-11.0395	1.9990	0.0001
θ	0.2161	0.0067	0.0001
δ	-0.1919	0.0227	0.0001
L_1	32.174 ^b	-	-
L_2	0.2174 ^b	-	-

표 1. 모형 추정 결과

3.4. 신규 수요와 대체 수요의 분리

추정결과를 바탕으로 $C_{i,t}$ 와 $P_t^{(i,j)}$ 를 계산하면 각 차종의 대체 수요를 계산할 수 있고, 추정된 전체 수요에서 이를 빼면 신규 수요를 계산할 수 있다. 그림 3, 4는 각 차종의 신규 수요와 대체 수요를 분리하여 나타낸다.

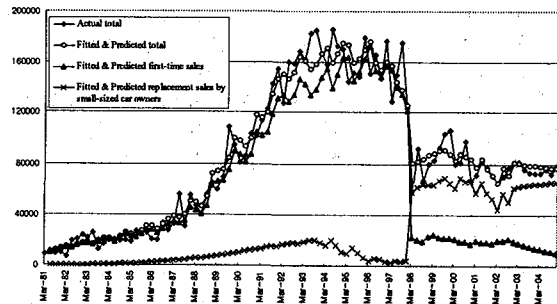


그림 3. 소형차종 그룹의 실제값과 적합값

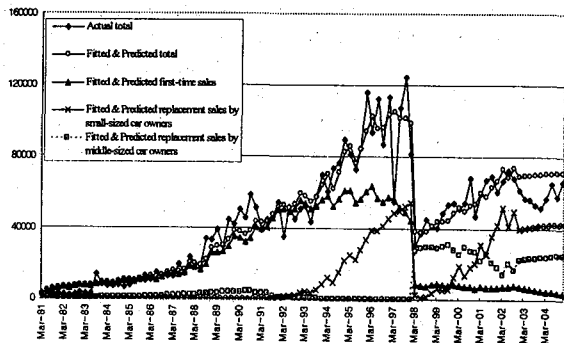


그림 4. 중형 차종 그룹의 실제값과 적합값

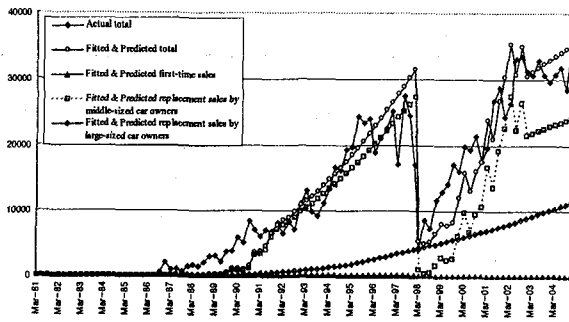


그림 5. 대형 차종 그룹의 실제값과 적합값

세 차종 모두 IMF에 의해 급격한 수요의 감소를 경험하였는데, 이를 주로 신규 수요의 감소에 의한 것임을 알 수 있다. 소형 이하 차종의 경우 IMF 이후 대체 수요는 오히려 증가하였는데, 이는 기존에 중형차로 대체하려던 소비자들이 경제 상황 악화로 인해 소형차도 대체하는 행태를 보였기 때문이다. 그림 4를 보면 중형차의 주 구매자 그룹이 변하는 것을 볼 수 있는데, IMF 이후 중형차를 소유한 소비자가 중형차의 주된 구매자였으나 이후 경기가 회복되면서 소형차 소유자가 중형차의 주된 구매자가 되고 있다. 이렇듯, 제안 모형을 이용하면 특정 시점에서 가장 큰 고객 집단이 어떤 집단인지를 알 수 있고, 기업 입장에서는 그들의 마케팅 자원을 그 집단에 집중 할당할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 대체 수요와 여러 제품의 상호작용을 동시에 고려하는 예측 모형을 제안하였다. 제안 모형은 제품 총량 수준의 장기 예측에서 우수한 성능을 보일 뿐 아니라 제품 전체 판매량만이 관측 가능한 상황에서 신규 수요와 대체 수요를 분리하는 장점을 가지고 있어 기업의 목표 고객 선정에 도움을 준다. 본 논문에서는 소비자가 제품을 복수 구매하는 경우와 제품의 대체 시점에서 대체를 이루는 행태는 고려하지 않았다. 이러한 모형의 개선 사항은 향후 연구과제로 남겨둔다.

참고문헌

- Bass, F. M. (1969), A new product growth model for consumer durables, *Management Science*, 15, 215-227.
- Bayus, B. L. (1988), Accelerating the durable replacement cycle with marketing mix variables, *Journal of Product Innovation Management*, 5, 216-226.
- Bayus, B.L., Hong, S. and Labe, R.P. Jr (1989), Developing and using forecasting models of consumer durables, *Journal of Product Innovative Management*, 6, 5-19.
- Ben-Akiva, M., and Lerman, S. R. (1985), *Discrete Choice Analysis: Theory and Applications to Travel Demand*, MIT Press, Cambridge, MA.
- Danaher, P. J., Hardie, F. G.S., and Putsis JR, W. P. (2001), Marketing-mix variables and the diffusion of successive generations of a

technological innovation, *Journal of Marketing Research*, 38, 4, 501-514.

Greene, D.L., and Chen, C.K.E. (1981), Scrapage and survival rates of passenger cars and light trucks in the United States, 1966-77, *Transportation Research*, 15A(5), 383-389.

Islam, T. and Meade, N. (2000), Modeling diffusion and replacement, *European Journal of Operational Research*, 125, 551-570.

Jun, D.B. and Park, Y.S. (1999), A choice based diffusion model for multiple generations of products, *Technological Forecasting and Social Change*, 61, 45-58.

Jun, D.B., Kim, S.K., Park, Y.S., Park, M.H. and Wilson, A.R. (2002), Forecasting telecommunication service subscribers in substitutive and competitive environments, *International Journal of Forecasting*, 18, 561-581.

Kamakura, Wagner A., and Siva K. Balasubramanian (1987), Long-term forecasting with innovation diffusion models: The impact of replacement purchases, *Journal of Forecasting*, 6, 1-19.

Kimball, B.F. (1947), A system of life tables for physical property based on the truncated normal distribution, *Econometrica*, 15, 342-360.

Mahajan, V., and Muller, E. (1996), Timing, diffusion, and substitution of successive generations of technological innovations: The IBM mainframe case, *Technological Forecasting and Social Change*, 51, 109-132.

Mahajan, V., Sharma, S., and Buzzell, R. D. (1993), Assessing the impact of competitive entry on market expansion and incumbent sales, *Journal of Marketing*, 57, 39-52.

Norton, J. A., and Bass, F. M. (1987), A diffusion theory model of adoption and substitution for successive generations of high-technology products, *Management Science*, 33, 1069-1086.

Oates, T. A. and Spencer, M. H. (1962), A system of retirement frequencies for depreciable assets, *The Accounting Review*, 37, 452-459.

Olson, J., and S. Choi (1985), A product-diffusion model incorporating repeat purchases, *Technological Forecasting and Social Change*, 27, 385-397.

Steffens, P.R. (2001), An Aggregate Sales Model for Consumer Durables Incorporating a Time-varying Mean Replacement Age, *Journal of Forecasting*, 20, 63-77.