

# 원료의 선택 및 혼합비율의 변경 횟수를 최소화하기 위한 정수계획법 모형 및 근사해 발견 기법(응용 부문)

한정희<sup>1</sup> · 이영호<sup>2</sup> · 김성인<sup>2</sup> · 심보경<sup>2</sup>

<sup>1</sup>강원대학교 경영학과 / <sup>2</sup>고려대학교 산업시스템정보공학과

## An Integer Programming Model and Heuristic Algorithm to Minimize Setups in Product Mix

Junghye Han<sup>1</sup> · Youngho Lee<sup>2</sup> · Seong-in Kim<sup>2</sup> · Bokyoung Shim<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Business Administration, Kangwon National University

<sup>2</sup>Department of Industrial Systems and Information Engineering, Korea University

### Abstract

Minimizing the total number of setup changes of a machine increases the throughput and improves the stability of a production process, and as a result enhances the product quality. In this context, we consider a new product-mix problem that minimizes the total number of setup changes while producing the required quantities of a product over a given planning horizon. For this problem, we develop a mixed integer programming model. Also, we develop an efficient heuristic algorithm to find a feasible solution of good quality within reasonable time bounds. Computational results show that the developed heuristic algorithm finds a feasible solution as good as the optimal solution in most test problems. Also, we developed a web based scheduling and monitoring system for a zinc alloy production process using the developed heuristic algorithm. By using this system, we could find a monthly zinc alloy production schedule that significantly reduces the total number of setup changes.

*Keyword:* Product-mix problem, scheduling, integer programming, heuristic.

### 1. 서론

이 논문에서는 성분 규격을 만족하면서 주어진 계획기간동안 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하는 생산계획 수립 문제를 제시한다. 여러 가지 성분을 포함하고 있는 다수의 원료들 중에서 성분 규격을

만족하면서 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하는 것은 공정의 안정과 제품의 품질 측면에서 중요하다. 특히, 원료를 혼합한 다음 제품의 순도(purity)를 높이기 위해 불순물을 제거하는 금속 제련 공정에서는 성분 규격을 만족하더라도 투입되는 원료의 종류나 혼합 비율이 바뀔 때마다 후공정에서 순도를 맞추기 위한 방법을 변경해야 하므로, 균일한 품질의 제품을 생산하고 셋업 시간을 줄임으로써 생산성을 개선하기 위해서는 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하는 것이 매우 중요하다.

블렌딩(blending) 문제로 불리워지기도 하는 원료 혼합(product mix) 문제는 이 논문에서 제시하는 다기간 원료 혼합(MPM: Multi-period Product Mix) 문제와 밀접한 관련이 있다. 일반적인 원료 혼합 문제는 성분 제약 조건을 만족시키면서 생산 비용을 최소화하는 원료 혼합 방법을 찾는 것이다. Stigler가 제시한 식단 작성 문제는 원료 혼합 문제를 실생활에 응용한 최초의 사례이다[13]. 식단 작성 문제 외에도 원료 혼합 문제는 원유 정제 문제[1], [11], 전력 송전 문제[7], 광석 제련 문제[4], [15] 등 다양한 분야에서 응용되고 있다. 그러나, 원료 혼합 문제를 응용한 기존의 연구에서는 투입되는 원료의 비용과 성분을 고려하여 생산 비용을 최소화하는 문제만을 다루어왔다.

한편, 이 논문에서 제시하는 MPM 문제는 다기간에 걸친 생산계획을 수립한다는 점에서 일반적인 스케줄링 문제와 관련이 있다. 기존의 스케줄링 문제는 총 처리시간(makespan)을 최소화하는 문제[3], [5], [6], 셋업 비용 및 총 생산 비용을 최소화하는 문제[2], [8], [10], [14] 또는 이익을 최대화하는 문제[9], [12] 등 다양한 형태로 구분할 수 있다. 특히, 셋업 비용을 최소화하는 스케줄링 문제는 이 논문에서 제시하는 MPM 문제와 밀접한 관련이 있으나, 기존 스케줄링 문제에서는 성분 제약을 고려하고

있지 않다는 점에서 차이가 있다. 즉, 이 논문에서 제시하는 MPM 문제는 전통적인 원료 혼합 문제와 셋업 비용을 최소화하는 스케줄링 문제가 결합된 새로운 형태의 최적화 문제로 볼 수 있다. 아래에는 이 논문에서 제시하는 MPM 문제를 보다 상세히 기술한다.

원료 혼합 공정에서는 한 가지 제품만을 생산하며, 제품 생산에 투입되는 여러 종류의 원료를 수입한다. 수입되는 원료는 모두 여러 종류의 성분을 포함하고 있으며, 수입되는 원료의 산지에 따라서 성분비가 각각 다르다. 원료에 포함된 특정 성분을 제외한 나머지 성분은 모두 불순물로 간주되므로, 혼합된 원료에 포함되는 불순물의 비율을 제한한다. 또한, 원료 혼합 공정에는 다수의 원료 투입기가 설치되어 있으며, 원료 투입기에 선택한 원료를 장착하고 투입량을 조정함으로써 원료 혼합 방법이 결정된다. 원료 혼합 방법의 변경은 하루의 생산을 시작하기 전에 한번만 허용되며, 투입기의 특성상 선택된 원료의 시간당 (또는 일간) 투입량은 최소 값이 주어진다. 원료의 수입 일정과 일별 생산 계획(최소 생산량)은 주어지면, 매월 말일 또는 필요시마다 원료 혼합 방법(즉, 투입하는 원료의 종류 및 투입 비율)의 변경을 최소화하는 하루 단위의 월간 (또는 주어진 계획기간동안의) 원료 혼합 계획을 결정한다.

이 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 주어진 계획기간동안 원료 혼합 방법의 변경 횟수를 최소화하는 MPM 문제의 수학적 모형을 제시한다. 3장에서는 MPM 문제의 근사해를 빠른 시간동안 찾기 위한 휴리스틱 알고리즘을 개발한다. 4장에서는 모의실험을 통해 휴리스틱 알고리즘의 수행도를 평가하고, 5장에서는 아연제련소의 아연 광종 혼합 문제를 해결하기 위해 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘을 적용한 사례를 설명한다. 마지막으로 6장에서는 이 연구의 결론과 후속 연구 과제를 제시한다.

## 2. 수학적 모형

이 논문에서 제시하는 MPM 문제를 수학적 모형으로 나타내기 위해 다음과 같은 기호를 정의한다.

### 집합

- $M$  : 원료  $i$ 의 집합,
- $N$  : 원료에 포함된 성분  $j$ 의 집합,
- $T$  : 계획 기간  $t$ 의 집합.

### 계수

- $\alpha_{ij}$  : 원료  $i$ 에 포함된 성분  $j$ 의 비율,
- $\beta_j$  : 성분  $j$ 의 규격(허용 비율),
- $b_{i0}$  : 원료  $i$ 의 초기 재고,
- $b_{it}$  : 시점  $t$ 에 입고되는 원료  $i$ 의 수입량,
- $\gamma_i$  : 원료  $i$ 의 최소 투입량(1일),
- $\pi_t$  : 시점  $t$ 에 필요한 생산량,
- $q$  : 원료 투입기의 개수.

### 결정변수

- $w_t$  : 시점  $t$ 와  $t+1$ 에서의 원료 혼합 방법이 변경되면 1의 값을 갖고, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는 이진(binary) 변수,
- $x_{it}$  : 시점  $t$ 에 원료  $i$ 가 사용되면 1의 값을 갖고, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는 이진 변수,
- $y_{it}$  : 시점  $t$ 에서 원료  $i$ 의 사용량을 나타내는 실수(real) 변수.

위에서 정의한 기호를 이용하면 MPM 문제를 다음과 같은 혼합정수계획법(MIP: Mixed Integer Programming) 모형으로 나타낼 수 있다.

$$\text{MPM: Minimize } \sum_{t=1}^{|T|-1} w_t$$

Subject to

$$\sum_{i \in M} x_{it} \leq q \quad t \in T \quad (1)$$

$$y_{it} \leq \pi_t x_{it} \quad i \in M, t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{i \in M} \alpha_{ij} y_{it} \leq \beta_j \pi_t \quad j \in N, t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{i \in M} y_{it} \geq \pi_t \quad t \in T \quad (4)$$

$$\sum_{r=1}^t y_{ir} \leq b_{i0} + \sum_{r=1}^{t-1} b_{ir} \quad i \in M, t \in T \quad (5)$$

$$y_{it} \geq \gamma_i x_{it} \quad i \in M, t \in T \quad (6)$$

$$w_t \geq \frac{y_{it}}{\pi_t} - \frac{y_{i(t+1)}}{\pi_{(t+1)}} \quad i \in M, t = 1, \dots, |T|-1 \quad (7)$$

$$w_t \geq \frac{y_{i(t+1)}}{\pi_{(t+1)}} - \frac{y_{it}}{\pi_t} \quad i \in M, t = 1, \dots, |T|-1 \quad (8)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i \in M, t \in T$$

$$w_t \in \{0, 1\} \quad i \in M, t = 1, \dots, |T|-1$$

$$y_{it} \geq 0 \quad i \in M, t \in T.$$

목적함수는 원료 혼합 방법의 변경을 최소화한다. 식 (1)은 투입되는 원료의 종류가 설치된 원료 투입기 개수와 같거나 적어야 함을 나타낸다. 식 (2)는 임의의 원료가 투입되면 해당 원료가 사용됨을 나타낸다. 식 (3)은 혼합된 원료중에서 (불순물) 성분 비율이 허용치를 넘지 못함을 나타낸다. 식 (4)는 일별 생산량을 만족해야 함을 나타낸다. 식 (5)는 임의의 시점에서 각 원료의 누적 사용량은 초기재고와 누적 수입량의 합을 초과할 수 없음을 나타낸다. 식 (6)은 선택된 원료는 최소 사용량 이상 투입되어야 함을 나타낸다. 식 (7)-(8)은  $t$ 시점과  $(t+1)$ 시점에 사용되는 원료의 조합 및 혼합 비율의 변경 여부를 나타낸다.

## 3. 휴리스틱 알고리즘

이 논문에서 개발하는 휴리스틱 알고리즘은 초기

해를 구하는 과정과 초기해를 개선하는 과정으로 구성된다. 초기해를 구하는 과정은 다시 두 단계로 구분할 수 있는데, 첫 번째 단계에서는 각 원료마다 무한히 많은 재고가 존재한다고 가정하고 식 (1), (3), (4), (6)을 만족하는 원료의 조합 방법을 모두 찾는다. 이 과정은 3.1절에서 자세히 설명한다. 두 번째 단계에서는 초기 재고와 원료의 수입 일정을 고려하여 첫 번째 단계에서 찾은 가능한 모든 원료의 조합만을 대상으로 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하는 원료 조합 방법의 적용 순서를 결정한다. 이 과정은 3.2절에서 자세히 설명한다. 3.3절에서는 초기해를 개선하는 알고리즘을 설명한다.

### 3.1 사용 가능한 원료 조합의 발견

$M$ 개의 원료중에서  $q$ 개 또는  $q$ 개보다 적은 수의 원료를 사용하는 모든 경우의 수는  $\sum_{n=1}^q M C_n$ 개이다.

그러나,  $\sum_{n=1}^q M C_n$ 개의 원료 조합 방법( $x$  변수의 값)중에는 식 (3), (4)와 (6)을 모두 만족하는 원료 투입량( $y$  변수의 값)을 구할 수 없는 경우가 존재할 수 있다. 따라서, 식 (1), (3), (4), (6)을 모두 만족하는 원료의 조합만을 찾기 위해 다음과 같은 절차를 수행한다.

**단계 1.** 식 (1)을 만족하는  $\sum_{n=1}^q M C_n$ 개의 원료 조합 방법의 집합  $P$ 를 생성한다. 집합  $P$ 에 속한 원료 조합 방법 중에서 식 (3), (4), (6)을 모두 만족하는 원료 조합 방법의 집합  $P'$ 을 정의하고,  $P' = \emptyset$ 으로 설정한다.

**단계 2.** 집합  $P$ 에 속한 임의의 방법  $p$ 를 선택하여 식 (3), (4), (6)의 제약식을 갖는 선형계획법 (linear programming) 문제의 해를 구한다. 이때, 식 (4)의 우변은  $\text{Min}\{\pi_t > 0 : t \in T\}$  값으로 대체하고,  $|T| = 1$ 로 설정한다. 선형계획법 문제의 해가 존재하면, 집합  $P'$ 에 원료 조합 방법  $p$ 를 추가한다. 집합  $P$ 에서 방법  $p$ 를 삭제하고 단계 3으로 이동한다.

**단계 3.** 집합  $P$ 가 공집합( $\emptyset$ )이면 종료하고, 그렇지 않으면 단계 2로 이동한다.

여기서 주목할 점은 단계 2에서 임의의 원료 조합 방법  $p$ 를 선택하면, 방법  $p$ 에 표현된 모든 원료에 해당하는  $x$  변수의 값이 1로 결정되므로, 식 (3), (4), (6)으로 표현되는 선형계획법 모형에는 실수 변수  $y$ 만 남게 된다는 것이다. 또한, 단계 2에서 선형계획법 문제의 해를 구하는 목적이 주어진 원료 조합 방법  $p$ 를 사용할 경우, 원료 투입량이 결정될 수 있는가를 확인하는 것이므로 선형계획법 모형의 목적식은 필요하지 않다. 또한, 주어진 원료 조합 방법  $p$ 의 사용 가능 여부를 판단하기 위해서 식 (3), (4), (6)으로 표현되는 제약식에  $|T| = 1$ 로 설정하는 이유는 다음과 같다. 만일, 전체 계획기간  $|T|$ 를 대상으로 식 (3), (4), (6)을 만족하는 가능한 원

료 투입량의 존재 여부를 검사하게 되면, 임의의 시점  $t$ 를 제외한 다른 모든 시점에서는 식 (3), (4), (6)을 만족하는 원료 투입량을 발견할 수 있다 해도 해당 원료 조합 방법  $p$ 는 사용할 수 없는 원료 조합으로 간주되기 때문이다. 단계 1~3의 절차를 수행한 후 남게 되는 집합  $P'$ 은 집합  $P$ 의 부분집합이며, 집합  $P'$ 에 속한 어떠한 원료 조합 방법도 모형 MPM의 가능해(feasible solution)에서는 사용할 수 없는 방법이다. 3.2절에서는 집합  $P'$ 에 속한 원료 조합 방법만을 고려하여 모형 MPM의 해를 구하는 방법을 설명한다.

### 3.2 원료 조합의 사용 순서 결정

이 단계에서는 각 원료의 초기 재고와 수입 일정을 고려하여 주어진 계획기간에 포함된 각 시점  $t$ 에서의 원료 조합 방법  $p \in P'$ 을 선택하고 원료 투입량을 결정한다. 주어진 계획 기간동안 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하기 위한 절차를 설명하기 위해 먼저 다음과 같은 기호를 정의한다.

- $M(p)$  : 원료의 조합  $p \in P'$ 에 표현된 원료  $i \in M$ 의 집합,
- $b_0(i, t)$ : 시점  $t$ 에 사용 가능한 원료  $i \in M$ 의 재고량,
- $Z(p, t)$ : 원료의 조합  $p \in P'$ 를 임의의 시점  $t (< |T|)$ 부터 사용할 때, 연속적으로 사용할 수 있는 최대 생산기간.

원료의 조합  $p \in P'$ 와 시점  $t (< |T|)$ 가 주어질 때,  $Z(p, t)$ 를 구하기 위해서는 시점  $t (< |T|)$ 부터 계획기간  $|T|$ 까지 원료  $i \in M(p)$ 의 일별 사용량  $y_{it}$ 를 동시에 결정해야 하며,  $Z(p, t)$ 는 다음과 같은 수학 모형의 최적해를 구하여 결정할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } Z(p, t) = \sum_{s=t}^{|T|} \eta_s \\ & \text{Subject to} \\ & \sum_{i \in M(p)} \alpha_{ij} y_{is} \leq \beta_j \pi_s \quad j \in N, s = t, \dots, |T| \\ & \sum_{i \in M(p)} y_{is} \geq \pi_s \eta_s \quad s = t, \dots, |T| \\ & \sum_{r=t}^s y_{ir} \leq b_0(i, t) + \sum_{r=t}^{s-1} b_{ir} \quad i \in M(p), s = t, \dots, |T| \\ & y_{is} \geq \gamma_i \eta_s \quad i \in M(p), s = t, \dots, |T| \\ & \eta_{s-1} \geq \eta_s \quad s = t+1, \dots, |T| \\ & \frac{y_{i(s-1)}}{\pi_{(s-1)}} - \frac{y_{is}}{\pi_s} \geq \eta_s - 1 \quad i \in M(p), s = t+1, \dots, |T| \\ & \frac{y_{is}}{\pi_s} - \frac{y_{i(s-1)}}{\pi_{(s-1)}} \geq \eta_s - 1 \quad i \in M(p), s = t+1, \dots, |T| \\ & \eta_s \in \{0, 1\} \quad s = t, \dots, |T| \\ & 0 \leq y_{is} \leq \pi_s \quad i \in M(p), s = t, \dots, |T|. \end{aligned}$$

$Z(p, t)$ 를 구하기 위한 문제는 위와 같이 혼합정수계획법 모형으로 표현되지만, 실험적으로는 매우

빠른 시간동안 최적해를 구할 수 있다. 이 논문에서 모의 실험을 위해 생성한 모든 문제에서  $Z(p, t)$ 를 구하는데 소요된 시간은 대부분 수초 이내에 불과하다. 위에서 설명한 기호를 이용하여 주어진 계획기간 동안 원료 조합의 변경 및 혼합 비율의 변경을 최소화하기 위한 알고리즘을 설명하면 다음과 같다.

**초기화.** 원료 혼합 계획이 결정된 가장 늦은 시점을  $\tau$ 로 정의하고,  $\tau = 1$ 로 설정한다. 또한, 원료 혼합 방법이 갱신된 차수를  $\lambda$ 로 정의하고,  $\lambda = 0$ 으로 설정한다.

**단계 1.**  $\tau$  시점에 모든  $p \in P'$  중에서 가장 큰  $Z(p, \tau)$ 를 갖는  $p^*$ 을 구한다. 즉,  $p^* = \operatorname{argmax}\{Z(p, \tau) : p \in P'\}$ 이다.

**단계 2.**  $Z(p^*, \tau) > 0$ 이면,  $\tau = \tau + Z(p^*, \tau)$ ,  $\lambda = \lambda + 1$ 로 설정하고 단계 3으로 이동한다. 만일,  $Z(p^*, \tau) = 0$ 이면, 단계 4로 이동한다.

**단계 3.**  $\tau = |I|$ 이면 전체 계획기간동안 원료 혼합 계획이 수립되었음을 의미하므로 알고리즘을 종료한다. 만일  $\tau < |I|$ 이면,  $b_0(i, \tau)$ 를 갱신한 다음 단계 1로 이동한다.

**단계 4.** 원료 혼합 방법이 갱신된 차수가  $\lambda - 1$ 인 시점으로  $\tau$  및 모든 원료  $i \in M$ 의 재고  $b_0(i, \tau)$ 를 복원한다. 그리고, 이때 선택된  $p^*$ 를 제외하고 가장 큰  $Z(p, \tau)$ 를 갖는  $p$ 를  $p^*$ 으로 선택한 다음 단계 2로 이동한다.

위에서 기술한 알고리즘의 단계 1과 단계 2에서  $Z(p^*, \tau) > 0$ 의 조건을 만족하는  $p^*$ 이 다수 존재할 때는 어떤 원료 조합  $p$ 를  $p^*$ 으로 선택할 것인가를 결정해야 한다. 이 논문에서는 다음과 같은 두 가지 기준을 각각 적용하여 수행도를 비교한다. 첫 번째 기준은  $Z(p^*, \tau) = Z(p, \tau)$ 를 만족하는 다수의 원료 조합  $p$  중에서  $|M(p)|$ 이 가장 큰  $p$ 를 선택하는 것이다. 이 방법은 가능한 많은 수의 원료를 동시에 사용함으로써 투입되는 원료의 사용량을 줄이는 효과가 있다. 따라서,  $\tau + Z(p^*, \tau)$  시점에서 원료의 조합 및 투입량을 다시 결정할 때, 단계 4로 이동하는 가능성을 낮출 수 있을 것으로 예상된다. 따라서, 위에 기술한 알고리즘의 수행시간을 줄이고 원료 혼합 방법의 변경 회수를 줄이는 효과를 기대할 수 있다. 두 번째 기준은 첫 번째 기준과는 반대로  $|M(p)|$ 이 가장 작은  $p$ 를 선택하는 것이다. 이 방법은 가능한 적은 수의 원료를 사용함으로써  $\tau + Z(p^*, \tau)$  시점에서 원료의 조합을 다시 결정할 때 이전 단계에서 사용되지 않은 원료를 집중적으로 사용할 가능성이 높다. 이 두 가지 방법은 원료의 수입 일정이 어떤 패턴을 보이는가에 따라 수행도가 달라질 수 있다. 가령, 일정한 간격으로 다양한 종류의 원료가 골고루 수입되는 상황에서는 첫 번째 방법이 효과적일 수 있으며, 원료의 수입 일정이 불규칙하고 원료 수입 시점에 적은 수의 원료만 대량 공급되는 상황에서는 두 번째 방법이 효과적일 것으로 예상된다. 이 논문에서는 첫 번째 방법을 H1으로 두 번째 방법을 H2로 표시한다.

지금까지 초기해를 찾기 위한 휴리스틱 알고리즘을 설명하였으며, 아래에는 휴리스틱 알고리즘 H1 또는 H2를 이용하여 구한 초기해를 개선하는 알고리즘을 설명한다.

### 3.3 초기해 개선 알고리즘

$l(\lambda)$ 를 원료 혼합 방법이  $\lambda$ 번째로 변경된 시점으로 정의하고,  $D(\lambda)$ 를  $\lambda$ 번째 변경된 원료 혼합 방법이 연속적으로 유지되는 시점  $l$ 의 구간 수로 정의하자. 즉,  $D(\lambda) = \min\{l(\lambda+1), |I|\} - l(\lambda)$ 로 정의하면, 초기해를 개선하기 위한 알고리즘을 다음과 같이 설명할 수 있다.

**단계 1.**  $D(\lambda)$ 가 가장 큰  $\lambda$ 를 구하여  $\lambda^*$ 로 표시하고, 단계 2로 이동한다.  $D(\lambda^*)$ 를 갖는 다수의  $\lambda$ 가 존재할 때는 임의의  $\lambda$ 를 선택한다. 만일,  $D(\lambda^*)$ 가 모두 동일한 값을 갖는 경우에는 임의의  $\lambda$ 를 선택하여 단계 3으로 이동한다.

**단계 2.**  $\tau = l(\lambda^*) - 1$ 로 변경한다. 모든 원료  $i \in M$ 에 대한 시점  $\tau$ 의 재고  $b_0(i, \tau)$ 를 복원하고 단계 3으로 이동한다.

**단계 3.**  $\tau$  시점에 모든  $p \in P'$  중에서 가장 큰  $Z(p, \tau)$ 를 갖는  $p^*$ 을 구한다. 즉,  $p^* = \operatorname{argmax}\{Z(p, \tau) : p \in P'\}$ 이다.

**단계 4.**  $Z(p^*, \tau) > 0$ 이면,  $\tau = \tau + Z(p^*, \tau)$ ,  $\lambda = \lambda + 1$ 로 설정하고 단계 5로 이동한다. 만일,  $Z(p^*, \tau) = 0$ 이면, 단계 6으로 이동한다.

**단계 5.**  $\tau = |I|$ 이면, 단계 1로 이동하고,  $\tau < |I|$ 이면, 단계 3으로 이동한다.

**단계 6.**  $\tau = \tau - 1$ 로 변경하고, 단계 3으로 이동한다. 만일,  $\tau = 0$ 이면 알고리즘을 종료한다.

단계 3 ~ 5의 절차는 3.2절에 기술한 단계 1 ~ 3의 절차와 유사하다. 다만, 3.2절에 기술한 단계 3에서는  $\tau = |I|$ 일 때, 초기해 발견 알고리즘을 종료하였던 것과는 달리 초기해 개선 알고리즘의 단계 5에서는 주어진 시간동안 위 과정을 반복하도록 단계 1로 이동하는 절차를 수행한다. 특히, 단계 2에서  $D(\lambda^*)$ 의 값을 한 구간 감소시키는 이유는  $D(\lambda^*)$ 는 이미 초기해 발견 알고리즘에서  $Z(p^*, l(\lambda^*-1))$ 의 값을 구하여 결정된 것이므로  $D(\lambda^*)$ 를 증가시킬 수 없기 때문이다. 초기해 개선 알고리즘의 단계 3에서도 초기해 발견 알고리즘에 적용한 두 가지 방법 H1과 H2를 적용한다.

## 4. 모의실험

이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘의 수행도를 평가하기 위해 계획기간  $|I|$ 를 20, 30, 40, 50 및 60으로 각각 설정하고, 각 계획기간마다 6개의 문제를 다음과 같이 생성한다.

- 1) 매 기간(day)마다 생산량은 300~700톤 사이의 균일 분포(uniform distribution)에 따라 생성한다.
- 2) 15가지 원료 각각의 초기재고는 100~300톤 사이

의 균일 분포에 따라 생성한다.

3) 임의의  $t$ 시점에서 수입하는 원료의 양은 다음과 같이 결정한다.

3-1) 1~3번 문제의 경우 '초기재고 +  $(t - 1)$ 시점까지의 누적수입량'이  $t$ 시점까지의 누적 생산량보다 적은 원료의 경우  $t$ 시점의 수입량을 100~( $t$ 시점의 생산량) 사이의 균일분포에 따라 생성한다. 수입되는 원료의 종류가 10개를 초과할 경우, 임의로 10개의 원료만을 수입하며 다른 원료의 수입량은 0으로 설정한다.

3-2) 4~6번 문제의 경우 '초기재고 +  $(t - 1)$ 시점까지의 누적수입량'이  $t$ 시점까지의 누적 생산량보다 적은 원료의 경우  $t$ 시점의 수입량을 200~( $t$ 시점의 생산량) 사이의 균일분포에 따라 생성한다. 수입되는 원료의 종류가 4개를 초과할 경우, 임의로 4개의 원료만을 수입하며 다른 원료의 수입량은 0으로 설정한다..

4) 선택된 원료의 최소 투입량( $\gamma$ )은 10~30톤 사이의 균일 분포에 따라 생성한다.

5) 각 원료에 포함된 성분의 종류( $M$ )는 4종으로 하며, 각 원료마다 첫 번째, 두 번째, 세 번째 및 네 번째 성분의 함량은 1~3%, 0.1~0.5%, 1~2% 및 4~12% 사이의 균일 분포에 따라 각각 설정한다. 한편, 혼합된 원료에 포함되는 각 성분의 허용치는 2.6%, 0.5%, 2.5% 및 13%를 가정한다.

휴리스틱 알고리즘의 수행도를 평가하기 위해 CPLEX 9.0을 이용하여 7,200초 동안 구한 MPM의 가장 좋은 해를 구한다. 휴리스틱 알고리즘은 Visual Basic 6.0과 CPLEX 9.0의 호출함수(callable library)를 결합하여 구현하였으며, 모든 실험은 펜티엄 4 (CPU 1.7GHz, 메모리 512MB)에서 수행하였다. 실험 결과는 <표 1>에 나타낸다. <표 1>의 세 번째 열인 '변경 회수 - MPM'은 CPLEX 최적화 루틴이 제한시간 7,200초 동안 구한 가장 좋은 해를 나타내므로 여섯 번째 열인 '수행 시간 - MPM'에 7,200초보다 적은 시간이 기록된 경우에는 해당 행의 '변경 회수 - MPM'열에 표시한 값이 최적값임을 알 수 있다. 한편, 세 번째 열에 표시한 'NA'는 CPLEX 최적화 루틴이 제한시간 7,200초 동안 가능 해를 발견하지 못하였음을 나타낸다.

<표 1>에 나타낸 바와 같이, CPLEX 최적화 루틴이 7,200초 동안 최적해를 구한 8개 문제 중에서( $|I| = 20$ 의 1~6번 문제,  $|I| = 30$ 의 2, 3번 문제 및  $|I| = 40$ 의 1번 문제) 휴리스틱 알고리즘 H1 또는 H2 역시 3개 문제의 최적해를 구하였다. 그리고, 휴리스틱 알고리즘 H1과 H2가 구한 해를 비교하면, H1이 H2보다 좋을 것으로 예상했던 15개 문제(각  $|I|$ 의 1~3번 문제) 중에서 2개 문제( $|I| = 30$ 의 1번 문제,  $|I| = 60$ 의 3번 문제)를 제외한 13개 문제에서 실제로 H1의 해가 H2의 해보다 좋거나 같았으며, H2가 H1보다 좋을 것으로 예상했던 15개 문제(각  $|I|$ 의 4~6번 문제) 중에서 2개 문제( $|I| = 20$ 의 5, 6번 문제)를 제외한 13개 문제에서 실제로 H2의 해가 H1의 해보다 좋거나 같았다. 한편, 수행시간 측면에서 휴리스틱 알고리즘 H1과 H2의 뚜렷한 차이는 발견할 수 없다.

<표 1> 모의실험 결과( $|M| = 15, |N| = 4, q = 4$ )

I	번호	변경 회수			수행 시간(단위: 초)		
		MPM	H1	H2	MPM	H1	H2
20	1	3	3	3	46	489	618
20	2	4	4	4	2406	522	454
20	3	2	2	3	53	427	442
20	4	5	7	6	2528	408	625
20	5	6	7	8	560	627	699
20	6	NA	11	13	7200	839	1138
30	1	NA	16	14	7200	1346	2121
30	2	1	2	2	78	521	584
30	3	3	3	3	332	710	582
30	4	NA	16	16	7200	1416	1321
30	5	NA	4	4	7200	388	465
30	6	NA	12	11	7200	932	1402
40	1	4	4	5	6195	1306	1164
40	2	NA	5	5	7200	1341	1157
40	3	NA	9	9	7200	1722	1392
40	4	NA	22	18	7200	2192	1862
40	5	NA	19	19	7200	1746	2107
40	6	NA	15	15	7200	1633	2326
50	1	NA	5	5	7200	1494	1531
50	2	NA	8	8	7200	2063	1966
50	3	NA	4	4	7200	1601	1458
50	4	NA	23	21	7200	2748	2787
50	5	NA	18	18	7200	2188	2860
50	6	NA	23	23	7200	2810	3930
60	1	NA	10	11	7200	3130	2068
60	2	NA	10	11	7200	2793	3329
60	3	NA	9	8	7200	3640	2742
60	4	NA	29	27	7200	3847	4489
60	5	NA	34	29	7200	3931	5930
60	6	NA	28	27	7200	3803	4611

## 5. 응용 사례

A사의 아연제련소에서는 전세계 아연 산지에서 채굴된 6종의 아연 광석을 수입한다. 아연 광석에는 순수한 아연 성분 외에도 약 네 가지 불순물 성분(Pb, Cu, SiO<sub>2</sub>, Fe)이 포함되어 있다. 따라서, 아연 제련 공정에서는 불순물 함량을 관리한다. <표 2>에는 A사가 수입하는 아연 광석의 종류(산지에 따라 구분함)마다 불순물 함량과 혼합된 아연 광석 혼합물의 불순물 허용치를 나타낸다. <표 3>에는 계획기간의 시작 시점인 2005년 7월 1일의 아연 광석별 재고량과 2005년 7월 1일부터 8월 18일까지 49일 동안의 광석별 수입계획을 나타낸다. 한편, A사의 아연 광석 혼합 공정에는 4대의 투입기가 설치되어 있으며, 투입되는 아연 광석의 하루 최소 사용량은 50톤이다. 계획기간 동안 하루 생산량은 500~1500톤 사이의 값을 갖는다.

<표 2> 광석별 불순물 비율과 허용치(단위: %)

종류 성분	B/H	E/T	R/D	M/I	G/G	R/A	허용 기준
Pb	1.57	1.72	3.29	3.94	0.56	2.19	2.6
Cu	0.19	0.41	0.13	0.29	0.76	0.11	0.5
SiO <sub>2</sub>	1.47	1.25	2.49	2.1	1.88	1.99	2.5
Fe	11.14	11.49	4.97	8.47	11.89	8.01	13

<표 3> 광석별 초기 재고와 수입량(단위: 톤)

종류 수입	B/H	E/T	R/D	M/I	G/G	R/A
초기재고	2,897			4,032		
7월 10일						9,600
7월 21일	16,589					
8월 4일			15,000			
8월 5일		9,200				
8월 13일					15,000	

A사의 아연제련소 생산관리 담당자가 작성한 2005년 7월 1일부터 49일간의 아연 광종 혼합계획에 따르면, 7회의 혼합 방법 및 투입 비율의 변경이 필요하다. 한편, CPLEX의 최적화 루틴은 7,200초 이내에 가능해를 찾지 못하였으며, 휴리스틱 알고리즘 H1과 H2는 각각 745초와 877초만에 모두 혼합 방법을 5회 변경하는 아연 광석 혼합계획을 발견하였다. 현재 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘은 A사의 아연제련소 생산계획 및 자원관리 시스템으로 구현되어 현장에서 활용되고 있다. [그림 1]과 [그림 2]에는 아연 광석 혼합계획 수립에 필요한 데이터를 입력 받는 화면과 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘을 이용하여 작성한 아연광석 혼합계획을 표시한 화면을 제시한다.

## 7. 결론

이 논문에서는 성분 규격을 만족하면서 주어진 계획기간동안 원료 혼합 방법의 변경을 최소화하는 생산계획 수립 문제를 제시하였으며, 이 문제를 원료 혼합 문제와 스케줄링 문제가 결합된 형태의 혼합정수계획법 모형으로 표현하였다. 또한, 우수한 품질의 해를 빠른 시간동안 찾기 위해 휴리스틱 알고리즘을 개발하였다. 랜덤하게 생성한 모의 실험 데이터를 이용하여 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘의 수행도를 평가한 결과, 매우 빠른 시간 동안 우수한 품질의 해를 찾을 수 있었다. 또한, 이 논문에서 개발한 휴리스틱 알고리즘을 실제 생산 현장에 적용하기 위해 웹기반 생산관리 시스템을 개발하였다. 현재, 이 시스템은 A사에서 월간 아연 광석 혼합 계획 수립 업무에 활용되고 있다. 기존에는 아연 광석 혼합 방법을 수시로 변경하는 월간 아연 광석 혼합 계획을 생산관리 담당자가 수작업으로 작성하였으나, 이 시스템을 도입함으로써 아연 광석 혼합 방법의 변경 회수를 크게 줄일 수 있

었고, 결과적으로 생산 능력과 제품의 품질이 개선되었다.

이 논문에서 제시한 수학 모형 및 휴리스틱 알고리즘은 아연 및 금속 제련 공정뿐만 아니라 원료 혼합 공정이 포함된 일반 제조 공정에서도 활용될 수 있을 것으로 여겨진다.

## 참고문헌

- [1] Arthur, J. L. and Lawrence, K. D., "A Multiple Goal Blending Problem", *Computers and Operations Research*, Vol. 7(1980), pp. 215-224.
- [2] Belvaux, G. and Wolsey, L. A., "Modelling Practical Lot-Sizing Problems as Mixed- Integer Programs", *Management Science*, 47(2001), pp. 993-1007.
- [3] Blazewicz, J. and Kovalyov, M. Y., "The Complexity of Two Group Scheduling Problems", *Journal of Scheduling*, Vol. 5(2002), pp. 477-485.
- [4] Candler, W., "Coal Blending-with Acceptance Sampling", *Computers and Operations research*, Vol. 18(1991), pp. 591-596.
- [5] Cheng, T. C. E. and Chen, Z. -L., "Parallel Machine Scheduling with Batch Setup Times", *Operations Research*, Vol. 42(1994), pp.1171-1174.
- [6] Dorsey, R. C., Hodgson, T. J. and Ratliff, H. D., "A Production-Scheduling Problem with Batch Processing", *Operations Research*, Vol. 22(1974), pp.1271-1279.
- [7] Garver, L. L., "Power Sheduling by Integer Programming", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 81(1963), pp. 730-735.
- [8] Gopalakrishnan, M., "A modified framework for modellig set-up carryover in the capacitated lotsizing problem", *International Journal of Production Research*, Vol. 38(2000), pp. 3421-3424.
- [9] Glismann, K. and Gruhn, G., "Short-term Scheduling and Recipe Optimization of Blending Processes", *Computer and Chemical Engineering*, Vol. 25(2001), pp.627-634.
- [10] Gupta, D. and Magnusson, T., "The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times", *Computers and Operations Research*, Vol. 32(2005), pp. 727-747.
- [11] McColl, W. H. S., "Management and Operations in an Oil Company", *Operations Research Quarterly*, Vol. 20(1969), pp. 64-65.
- [12] Orcun, S., Altinel, I. K. and Hortacsu, O., "General Continuous Time Models for Production Planning and Scheduling of Batch Processing Plants: Mixed Interger Linear Program

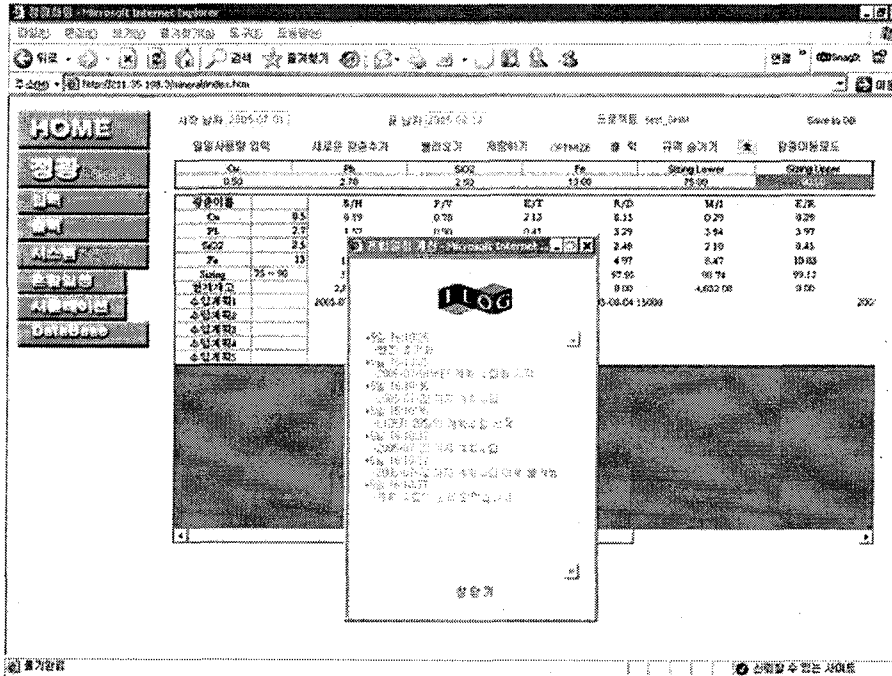
Formulations and Computational Issues", *Computer and Chemical Engineering*, Vol. 25(2001), pp. 371-389.

[13] Stigler, G., "The Cost of Subsistence", *Journal of Farm Economics*, Vol. 27(1945), pp. 303-314.

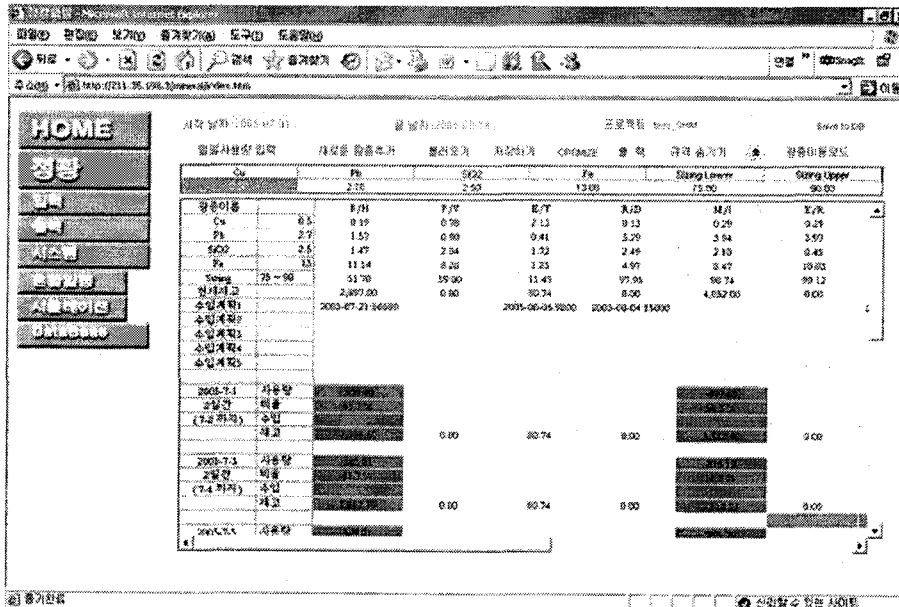
[14] Suerie, C. and Stadler, H., "The capacitated Lot-Sizing Problem with Linked Lot Sizes", *Management Science*, Vol. 49(2003), pp.

1039-1054.

[15] Sutton, D. W. and Coates, P. A., "On-Line Mixture Calculation System for Stainless Steel Production by BSC Stainless: the Least Through Cost Mix System (LTCM)", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32(1981), pp. 165-169.



[그림 1] 데이터 입력 및 휴리스틱 알고리즘 동작 화면



[그림 2] 아연광석 혼합계획 표시 화면