

근사적 확률을 이용한 표적 탐색

A Faster Algorithm for Target Search

정성진*, 홍성필**, 조성진***, 박명주****

- * 서울대학교 산업공학과 교수 (csj@optima.snu.ac.kr)
- ** 서울대학교 산업공학과 교수 (sphong@snu.ac.kr)
- *** 서울대학교 산업공학과 박사과정 (uboot@optima.snu.ac.kr)
- **** 서울대학교 산업공학과 석사과정 (pmj0684@snu.ac.kr)

Abstract

The purpose of search problem is to maximize the probability of target detection as limited search capability. Especially, as elapsing of time at a point of time of initial information received the target detection rate for searching an expected location due to a moving target such that wrecked ship or submarine decrease in these problems. The algorithm of search problem to a moving target having similar property of above targets should solve the search route as quickly as possible. In existing studies, they have a limit of applying in practice due to increasing computation time required by problem size (i.e., number of search area, search time). In this study, we provide that it takes more reasonable computation time than preceding studies even though extending a problem size practically using an approximate computation of probability.

keywords: Search theory

1. 서 론

탐색 문제의 목적은 제한된 탐색 능력으로 표적에 대한 탐지확률을 최대화하는 데 있다. 탐색 문제의 종류로는 고정된 표적의 탐색, 이동 표적의 탐색 등으로 구분될 수 있다. 또한 분석하고자 하는 목적에 따라 다양한 요소를 제한 조건을 추가할 수 있다. 본 연구에서는 이동 표적 탐색과 이동 경로가 제약을 가지는 경우의 문제를 연구하였다. 예로 풍랑을 맞은 조난선과 수중의 잠수함 탐색 문제에서와 같이 움직이는 표적은 처음 정보를 받은 시점에서 시간이 흐를수록 예상 위치에 대한 확률이 낮아지게 된다. 또한 탐지 장비에 의한 탐지거리도 제한적이기 때문에 어느 지점을 탐색해야 하

는지가 중요해진다. 이와 같은 특성으로 움직이는 표적에 대한 탐색 문제의 알고리즘은 빠른 시간 내에 탐색경로를 구해야 한다. 기존 연구에서는 문제 크기(탐색 지역의 수, 탐색 시간)에 따라 소요되는 계산 시간이 커서 현실적으로 응용하기가 곤란하였다. 본 연구에서는 근사적 확률 계산을 이용하여 기존 연구보다 계산 시간의 단축과, 문제 크기를 현실적으로 확장하여도 합리적인 계산 시간이 소요됨을 보이고자 한다.

2. 연구 배경 및 기존 연구

1) 연구 배경

탐색 문제의 수리적 연구는 제2차세계대전시 독일 잠수함에 대항하기 위해 연합군 OR팀의 연구로부터 시작되었다. 잠수함의 공격으로부터 안전하게 선단을 호송하는 문제와 항공기와 수상함에 의한 대잠수함 공격 문제 등을 포함하여 탐색 문제가 생겨나게 되었다. 1968년에 실종된 미 핵잠수함 '스콜피온' 탐색 작전에서는 탐색 지점 결정시 확률 모형을 이용하였다¹⁾.

2) 기존 연구

탐색경로를 찾는 문제들은 탐색 공간을 4각형 cell의 형태로 표현하여 연구하였다. Trummel과 Weisinger(1985)의 연구에서는 고정된 표적에서 탐색자의 최적 경로를 구하는 문제가 Hamiltonian Path를 이용하여 NP-complete임을 증명하였고, Dell과 Eagle(1996)의 연구에서는 다중 탐색자, 이동하는 표적에 대해서 이동경로 및 탐색 시간에 제한이 있는 문제를 다루었다. 표적의 cell간 이동 확률은 stochastic process 형태로 가정하였고, 해는 7가지 알고리즘²⁾을 이용하여 탐지 확률과 계산소

- 1) 모형에서는 탐색 기간이 35~45일이 소요될 것이라 예측하였고, 실제로 43일이 소요되었다.
- 2) Branch & Bound와 6가지 Heuristic 알고리즘

요 시간을 보였다. 탐색 시간이 12 이상인 경우에는 휴리스틱 알고리즘 결과만 제시하였다.

Dell과 Eagle(1996) 연구의 제한은 실험 문제 크기가 실제 문제에 응용시 합리적이지 못한 점이었고 실험에서도 계산소요 시간이 많이 소요되었다. 표적의 가능 경로수는 9cell(3×3), 제한 시간 6인 경우 2,200개, 9인 경우 128,000개, 12인 경우 722만개가 만들어진다. 탐색자의 경로수도 표적의 경로수와 같다.

실제 문제에서는 표적에 대한 정보를 받고 빠른 시간 내에 최적 경로를 찾아 탐색을 시작해야 하므로 더 빠른 계산을 가지는 알고리즘이 이동 표적 탐색 문제에서 필요하다.

3. 근사적 탐지 확률을 이용한 접근

1) 이동 표적 탐색 문제

본 연구에서 묘사한 이동 표적에 대한 탐색 문제는 다음과 같다:

1. 탐색자와 표적은 제한된 공간과 시간 내에서 이동한다.
2. 탐색자와 표적이 단위 시간 동안 위치하는 공간을 cell로 표현한다.
3. 표적의 cell간 이동 확률은 stochastic process 형태로 가정한다.
4. 탐색자와 표적은 인접한 cell로만 이동 가능하다.
5. 탐색자와 표적의 cell 간 이동 속도는 같다.

2) 근사적 탐지 확률

조건부 확률을 이용한 근사적 탐지 확률은 다음과 같다:

PD : 탐지 확률

i, j : 시간 i, j

k : 탐색 제한 시간

I_i, I_j : 시간 i, j 에서 탐색자가 탐색하는 cell

$\Pr(I_i \cdot I_j)$: 시간 i 와 j 에서 표적이 탐지되지 않을 확률

$$PD = 1 - \Pr(I_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \dots \cdot I_k) \\ = 1 - \Pr(I_0) \frac{\Pr(I_0 \cdot I_1)}{\Pr(I_0)} \dots \frac{\Pr(I_0 \cdot I_1 \cdot \dots \cdot I_k)}{\Pr(I_0 \cdot \dots \cdot I_{k-1})} \quad (1)$$

식(1)은 정확한 탐지확률을 나타내는 식이지만 k 가 클수록 식을 만들기 어려우므로 다음과 같이 완화하였다 :

$$PD = 1 - \Pr(I_0 \cdot I_1) \frac{\Pr(I_1 \cdot I_2)}{\Pr(I_1)} \dots \frac{\Pr(I_{k-1} \cdot I_k)}{\Pr(I_{k-1})} \quad (2)$$

식(2)는 각각 연속 2개의 cell 탐색만 고려한 1 level 근사 탐지확률로 정의한다.

3) Acyclic Network

Acyclic network는 유향순환(directed cycle)이 없는 그래프로 정의된다. Acyclic network에서는 최단 경로와 최장 경로도 구할 수 있으며, $O(m)$ 시간이 소요된다. 탐색자가 탐색하는 cell I_i, I_j, \dots, I_k 를 acyclic network로 표현하여 최단 경로를 구하면 근사적 탐지확률과 탐색 경로를 구할 수 있다.

4) 알고리즘

Acyclic network에서 근사적 탐지확률 및 탐색 경로를 구하는 알고리즘은 다음과 같다 :

- 1 Path(0)을 탐색자의 시작 cell로 정한다.
- 2 For $t = 1$ to k Do
- 3 Path($t-1$)과 Path(t)의 조건부 확률값을 구하여 acyclic network를 구성한다.
- 5 next t
- 8 최단 경로를 찾는다.

4. 수치 실험

본 연구에 사용된 PC 사양은 AMD Sempron TM Processor 3200+ 984MHz, 1GB 이며, 프로그램은 Xpress_IVE S/W를 사용하였다.

1) 근사적 탐지 확률의 오차

<표 1>은 주어진 탐색 경로에 대해 식(2)를 이용한 근사적 탐지확률과 정확한 탐지확률 간의 오차와 계산소요 시간을 나타낸 것이다.

2) 큰 탐색 공간에서 수치 실험

탐색 공간 cell의 크기는 400개이며 탐색 시간은 30, 50, 100으로 실험하였다. <표 2>는 400개 cell에서 탐색 시간에 따른 탐지확률과 계산소요 시간을 나타내고 있다.

<표 2> 탐색 시간에 별 탐지 확률과 계산 시간

탐색 시간	30		50		100	
	2level	1level	2level	1level	2level	1level
탐지율	11.01%	11.42%	17.39%	18.11%	20.84%	21.75%
소요시간	8.62sec	3.45sec	19.6sec	6.16sec	37.2sec	12.9sec

6. 결론

현실적으로 이동 표적에 대한 탐색 문제는 합리적 시간 안에 해를 구할 수 있는 알고리즘이 필요하다. 기존의 연구에서 제시된 알고리즘은 발견적 방법으로 빠르게 경로를 찾을 수는 있었지만, 탐지 확률 계산에서 시간이 많이 소모되는 단점이 있다.

본 연구에서는 근사적 확률을 이용하여 계산 시간을 단축하였다. 조건부 확률에서 구하여진 탐지

확률로 acyclic network를 구성하여 최단 경로를 찾는 알고리즘으로 탐지 확률과 탐색 경로를 구하였다. 수치 실험 결과에서 탐지 확률의 오차와 400개 cell의 실험에서 계산소요 시간을 비교하면 현실적인 대규모 문제에 대해서도 응용 가능성을 보였다.

추가적인 연구로는 조건부 확률의 오차가 근사해가 가능한지를 보이는 것이 필요하고, 빠른 계산 시간을 바탕으로 더 현실적인 문제를 모형화 하여 연구할 필요성이 있다.

[5] Dell, R.F. and J.N. Eagle, "Using Multiple Searchers in Constrained-Path, Moving Target Search Problems," *Naval Research Logistics*, Vol.43(1996), pp.463-480.

[6] Trummel, K.E. and J.R. Weisinger, "The Complexity of the Optimal Searcher Path Problem," *Operations Research*, Vol.34(1986), pp.324-327.

참 고 문 헌

[1] Ahuja, R.K., T. Magnanti and J.B. Orlin, *Network Flows(Theory, Algorithms, and Applications)*, Prentice Hall, INC., 1993.

[2] Hartcup, Guy, *The Effect of Science on the Second World War*, ST.MARTIN'S PRESS, INC., 2000.

[3] Ross, S., *A First Course in Probability*, Prentice Hall, INC., 1998.

[4] Wagner, D., W.C. Mylander and T.J. Sanders, *Naval Operations Analysis*, Naval Institute Press, 1999.

<표 1> 근사적 탐지 확률과 정확한 탐지 확률간 오차 및 계산 시간

탐색 시간	cell 크기	9 cells		25 cells		49 cells	
		$P(I_i, I_j, I_k)$	$P(I_i, I_j)$	$P(I_i, I_j, I_k)$	$P(I_i, I_j)$	$P(I_i, I_j, I_k)$	$P(I_i, I_j)$
5	평균 오차	0.67%	2.365%	0.227%	0.931%	0.113%	0.521%
	편차	0.859%	2.082%	0.611%	1.667%	0.396%	1.328%
	소요 시간	≈ 0	≈ 0	0.032sec	0.032sec	0.343sec	0.343sec
7	평균 오차	1.449%	3.204%	0.763%	2.187%	0.403%	1.418%
	편차	1.108%	2.47%	1.184%	2.582%	0.935%	2.421%
	소요 시간	≈ 0	≈ 0	0.062sec	0.062sec	0.422sec	0.422sec
9	평균 오차	1.85%	3.651%	1.595%	3.92%	0.794%	2.102%
	편차	1.305%	2.849%	1.554%	3.205%	1.415%	2.844%
	소요 시간	≈ 0	≈ 0	0.078sec	0.078sec	0.562sec	0.562sec
11	평균 오차	1.912%	3.709%	2.609%	5.584%	1.905%	4.23%
	편차	1.62%	3.361%	2.464%	4.664%	2.48%	4.118%
	소요 시간	0.016sec	0.016sec	0.094sec	0.094sec	0.781sec	0.781sec