

스펙트럴요소법(SEM)을 이용한 파랑-조류 상호작용 현상 수치해석 연구

성홍근, 홍기용, 경조현, 홍사영

한국해양연구원 해양시스템안전연구소

Numerical Analysis of Wave-Current Interaction Phenomenon Using the Spectral Element Method

Hong Gun Sung · Key Yong Hong · Jo Hyun Kyung · Sa Young Hong

Maritime and Ocean Engineering Research Institute, KORDI, Daejeon, 305-340, Korea

요약 : 본 논문에서는 Freak Wave의 생성원인에 대하여 간략히 논의하였으며, 이 중 파랑-조류 비선형 상호작용에 대한 이론 및 수치적 해석기법의 역사와 장단점 등을 기술한다. 본 연구에서는 파랑-조류 상호작용에 대한 수치모델링 및 해석 기법을 개발하고 있다. 개발 중인 수치해석 기법은 공간적으로 불균일한 조류와 파랑의 비선형 상호작용을 해석하기 위하여 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 유동현상을 모델링하였으며, 이산화율을 위하여 스펙트럴요소법(Spectral Element Method; SEM)을 이용하였다. 또한 자유표면의 운동을 효과적으로 기술하기 위하여 ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)기법을 사용하였다. 본 연구의 유동 모델과 수치해석기법의 과정과 특성, 그리고 장점 등에 대하여 논의하였으며, 초기적인 수치해석 결과를 제시하였다. 이를 바탕으로 개발된 수치해석기법의 정확성 및 수렴성을 확인할 수 있다.

핵심용어 : freak waves, 파랑-조류 상호작용, Navier-Stokes 방정식, 비균일 조류, ALE, 스펙트럴요소법

ABSTRACT : In this paper, generation mechanisms of ocean freak waves are briefly introduced in the context of wave-current interaction phenomena. The present model of the fluid motion is based on the Navier-Stokes equations incorporating velocity-pressure formulation because of need to model the nonlinear wave interaction with spatially non-uniform current field. In order to deal with the free surface motion, an Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) description is adopted. As an accurate and efficient numerical tool, the spectral element method is presented with general features and specific treatment for the wave-current interaction problem. As an intermediate stage of development, solution procedure and characteristic aspects of the present modeling and numerical method are addressed in detail, and preliminary numerical results prove its accuracy and convergence.

KEY WORDS : freak waves, wave-current interaction, Navier-Stokes equations, non-uniform current, Arbitrary Lagrangian-Eulerian, spectral element method

1. 서 론

해양파 현상 중에서 극한파의 일종인 freak wave는 rogue wave 혹은 거대파(giant wave)로 알려져 있으며, 발생확률이 매우 희박하기 때문에, 지금까지는 선박과 해양구조물의 설계 과정에서 무시되어 왔다([1]). 최근 관측결과에 의하면, freak wave는 모든 수심의 해역에서 발생하고, 선박과 해양구조물에

엄청난 피해를 미칠 수 있다([1]). 일반적으로 freak wave의 발생원인은 수면파의 공간적 집중현상(focusing), 파랑-조류 상호작용, 성분간 변조 불안정성(modulational instability) 등에 의한 것으로 알려져 있다. 그러나, 문제의 복잡성과 축적자료의 부족으로 freak wave의 발생원인은 충분히 밝혀지지 않은 것으로 판단된다([1], [2]).

최근, 해양(연) 해양시스템안전연구소에서는 freak wave의 발생과정 중 하나로 알려진 파랑-조류 상호작용에 대한 정확하고

*대표저자 : 성홍근(회원), hgsung@moeri.re.kr 042)868-7298

효율적인 수치해석 기법을 개발하고 있다. 아래에서 파랑-조류 상호작용 현상과 본 모델링 및 수치기법의 특성을 설명하였다.

2. 파랑-조류 상호작용

[1] 과 [3]에서 지적된 바와 같이, 균일하지 않은 조류에 의해 freak wave 가 발생할 수 있으며, 파랑-조류 상호작용은 깊은 바다에서 발생하는 freak wave 현상의 중요한 기작으로 알려져 있다. 파랑-조류 상호작용에 대한 대부분의 고전적인 이론 연구 ([4], [5])는 평균-라그랑지안(averaged-Lagrangian)이나 운동방정식의 평균을 취하는 방법을 주로 활용한다. 그러나, 이러한 기법들은 약한 비선형파(weakly nonlinear waves)에 적합하기 때문에, 비선형성이 매우 강한 freak wave에 대해서는 더 정확한 이해와 예측을 위해 새로운 해석틀이 필요한 것으로 생각된다.

파랑-조류 상호작용의 영향에 대해서는 Wolf & Prandle ([6])의 연구에서 지적된 바와 같이, freak wave 의 형성과 관련하여 도플러 효과, 파고의 증가, 절대 주파수(absolute frequency)의 변화가 매우 중요하다. 이와 관련된 이론적인 연구 중에서는 Stoker and Peregrine ([7])은 조류의 효과를 보정한 비선형 Schrödinger 방정식을 제안하였으나, freak wave의 강한 비선형성 때문에 적용가능성에 다소 한계가 있는 것으로 판단된다. 일반적으로 균일한 조류에 대해서는, 포텐셜 유동이론과 경계요소법을 이용하여 선형 및 비선형 자유 표면운동에 대한 예측이 가능하다([8]). 그러나, 수평방향 또는 연직방향으로 변화가 있는 비균일 조류에 대하여, 고전적인 이상유체유동이론을 적용할 수 없다. 그러므로, 파랑-조류의 상호작용에 기인한 freak wave를 정확하게 이해하고 예측하기 위해서는 새로운 유동모델이 필요하다.

Thomas & Klopman ([9])이 지적한 것과 같이, 파랑장은 비회전성이 없기 때문에, Euler 방정식 또는 Navier-Stokes (N-S) 방정식을 사용해야 한다. 유동함수를 사용할 수 있지만, 2차원 공간에만 적용되기 때문에 본 연구에서는 일반성과 적용성을 위하여 N-S 방정식을 사용한다.

본 연구의 문헌조사에 따르면, 자유표면유동에 대한 N-S 방정식 모델을 사용한 연구([10] - [14])가 다수 있으나, 이들은 모두 매우 간단한 유동문제를 취급하였으므로 본 연구에서 이 기법을 토대로 freak wave 를 재현하고 예측할 수 있도록 확장하여야 한다.

아래에서는 본 논문에서는 사용한 유동모델과 수치해석기법에 대하여 간략히 기술하고, 개발된 수치모델링의 정확도 및 수렴성에 대한 결과를 제시한다.

3. 수치정식화

본 연구의 유동 모델은 점성 자유표면 유동이며, Fig. 1과 같이 도시된다. 설명의 편의를 위하여 그림은 2차원 공간으로 제시하였다. 파랑은 조파기의 운동조건, 조류는 해당하는 유입조건을 이용하여 생성할 수 있으며, 바닥에 의한 효과도 고려할 수 있다.

유체는 비압축성이며, 유동은 Newtonian이므로 아래와 같은 N-S 방정식이 지배방정식이 된다. 또한 자유표면의 운동을 효과적으로 기술하기 위하여, ALE 기법을 이용하였다.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + N(\vec{u}, \vec{w}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu L(\vec{u}) + \vec{f} \text{ in } \Omega(t) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

여기에서 $\vec{u}(\vec{x}, t)$ 는 속도벡터, $\vec{w}(\vec{x}, t)$ 는 ALE 격자 속도벡터, $p(\vec{x}, t)$ 는 압력, ρ 는 유체밀도, ν 는 점성(kinematic viscosity), \vec{f} 는 단위질량당 외력벡터이다. 좌표계는 Cartesian이며, 공간 \vec{x} 와 시간 t 로 정의된다. 유체공간은 $\Omega(t)$ 로 나타내었다. 또한 $N(\vec{u}, \vec{w}) = \vec{u} \cdot (\vec{u} - \vec{w})$ 및 $L(\vec{u}) = \nabla \cdot [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T]$ 과 같이 정의한다.

유체의 경계는 Dirichlet 형의 경계면(측면, 바닥 등)인 Γ_D 와 자유표면인 Γ_f 로 구성된다. 전체경계면은 $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_f$ 와 같이 구성된다고 가정한다.

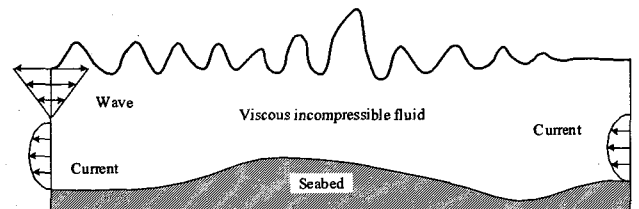


Fig. 1 Modeling of wave-current interaction in a numerical basin

경계조건은 Dirichlet 형 경계면에서는 아래와 같다.

$$\vec{u} = \vec{u}_D \text{ in } \Gamma_D \quad (3)$$

여기에서 \vec{u}_D 는 미리 주어진다. 자유표면 조건은 [15]에서 설명한 것과 같이 아래와 같이 기술된다.

$$\vec{s} \cdot \nu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] \cdot \vec{n} = T_s^{ext} / \rho \text{ in } \Gamma_f \quad (4)$$

$$\vec{m} \cdot \nu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] \cdot \vec{n} = T_m^{ext} / \rho \text{ in } \Gamma_f \quad (5)$$

$$-p/\rho + \vec{n} \cdot \nu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] \cdot \vec{n} \text{ in } \Gamma_f \quad (6)$$

$$= T_n^{ext} / \rho + \gamma \kappa / \rho$$

여기에서 \vec{n} 은 유체영역 밖을 향하는 단위 법선벡터(outward unit normal vector)이며, \vec{s} 와 \vec{m} 은 접선면에 있는 직교벡터 쌍으로 $\vec{n} = \vec{s} \times \vec{m}$ 과 같은 관계를 가진다. 또한 γ 와 κ 는 각각 표면장력계수와 법선곡률을 가리킨다. 위에서 (4)-(6)의 관

계식은 아래와 동등하다.

$$\nu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] \cdot \vec{n} = \left(\frac{T_s^{ext}}{\rho} \right) \vec{s} + \left(\frac{T_m^{ext}}{\rho} \right) \vec{m} \quad (7)$$

$$+ \left(\frac{p}{\rho} + \frac{T_n^{ext}}{\rho} + \gamma\kappa/\rho \right) \vec{n}$$

일반적으로 외력에 해당되는 $(T_s^{ext}, T_m^{ext}, T_n^{ext})$ 는 별도의 모델에 의하여 주어지나, 본 연구에서는 영으로 취급하였다.

ALE 방법과 관련하여 격자의 운동속도를 결정하기 위하여 아래와 같은 Laplace 방정식을 이용한다([16]).

$$\nabla^2 \vec{w} = 0 \quad (8)$$

경계조건으로는 아래와 같이 자유표면에서 격자점이 머물러 있도록 강제한다.

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{w} \cdot \vec{n} \text{ in } \Gamma_f \quad (9)$$

또한 다른 경계면에서는 운동을 하지 못하도록 부과한다. 격자점의 운동은 아래와 같이 라그랑지안 방법으로 기술할 수 있다.

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{w} \quad (10)$$

여기에서 \vec{X} 는 격자점의 위치 벡터를 나타낸다.

4. 수치해석기법

4.1 ALE N-S 방정식에 대한 고차분리방법

Sung et al. ([15])에서 밝힌 바와 같이 ALE N-S 방정식을 고차분리방법으로 시간에 대하여 이산화 한다([11]).

$$\vec{u} - \sum_{q=0}^{J_i-1} \alpha_q \vec{u}^{n-q} = \delta t \left[- \sum_{q=0}^{J_i-1} \beta_q N(\vec{u}^{n-q}, \vec{w}^{n-q}) + \vec{f}_{n+1} \right]$$

$$\vec{u} - \vec{u} = - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{n+1}$$

$$\gamma_0 \vec{u}^{n+1} - \vec{u} = \delta t \nu L(\vec{u}^{n+1}) \text{ in } \Omega^n \quad (11), (12), \text{ and } (13)$$

위에서 삼첨자는 시간을 의미하며, J_i 는 시적분의 차수, γ_0 , α_q 와 β_q 등은 시적분 상수이다([11], [15]).

이에 따라, $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ 를 가정하여 소위 압력에 대한 Poisson 방정식을 얻게 된다.

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{\rho}{\delta t} \nabla \cdot \vec{u} \quad (14)$$

압력에 대한 경계조건은 아래와 같다([15]).

$$\frac{\partial p^{n+1}}{\partial n} = -\rho \left[\frac{\partial \vec{u}^{n+1}}{\partial t} + \sum_{q=0}^{J_i-1} \beta_q N(\vec{u}^{n-q}, \vec{w}^{n-q}) \right] \quad (15)$$

$$+ \sum_{q=0}^{J_i-1} \beta_q (\nabla \times \vec{w}^{n-q} - \vec{f}^{n+1}) \cdot \vec{n} \in \Gamma_f^n$$

$$p^{n+1} = \vec{n} \cdot \mu \left[\nabla \vec{u}^n + (\nabla \vec{u}^n)^T \right] \cdot \vec{n} \text{ in } \Gamma_f^n \quad (16)$$

$$- (T_n^{ext})^n / \rho - \gamma\kappa^n / \rho$$

여기에서, 확산항(diffusion term)은 시간에 대하여 외삽을 수행하였으며, 경계면에서 가속항은 경계조건으로부터 계산될 수 있다.

점성에 대한 보정부분은 아래와 같은 Helmholtz 방정식으로 구할 수 있다.

$$\left(\nu L - \frac{\gamma_0}{\delta t} \right) \vec{u}^{n+1} = \frac{1}{\delta t} \vec{u} \text{ in } \Omega^n \quad (17)$$

경계조건은 다음과 같다.

$$\vec{u}^{n+1} = (\vec{u}_D)^{n+1} \text{ in } \Gamma_D^n \quad (18)$$

$$\nu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] \cdot \vec{n} = \left(\frac{T_s^{ext}}{\rho} \right) \vec{s} \quad (19)$$

$$+ \left(\frac{T_m^{ext}}{\rho} \right) \vec{m} + \left(\frac{p}{\rho} + \frac{T_n^{ext}}{\rho} + \gamma\kappa/\rho \right) \vec{n}$$

격자점의 운동은 다음과 같이 기술된다.

$$\nabla^2 \vec{w}^{n+1} = 0 \text{ in } \Omega^n \quad (20)$$

$$\vec{w}^{n+1} = (\vec{u} \cdot \vec{n})^n \vec{n} \text{ in } \Gamma_f^n \quad (21)$$

$$\vec{w} = 0 \text{ in } \Gamma_D^n \quad (22)$$

위 방정식을 푼 다음, 아래와 같이 격자점의 위치를 갱신하게 된다.

$$\gamma_0 \vec{X}^{n+1} - \sum_{q=0}^{J_i-1} \beta_q \vec{X}^{n-q} = \delta t \vec{w}^{n+1} \quad (23)$$

4.2 스펙트럴요소법(Spectral Element Method; SEM)

스펙트럴요소법을 이용하여 속도벡터, \vec{u} 와 압력, p 는 아래와 같이 표현된다.

$$\vec{u}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \sum_{m(p,q,r)} \hat{u}_{m(p,q,r)} \phi_{m(p,q,r)}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (24)$$

$$p(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \sum_{m(p,q,r)} \hat{p}_{m(p,q,r)} \phi_{m(p,q,r)}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (25)$$

여기에서 ϕ_m 은 기저함수를 나타내며, $m = m(p, q, r)$ 은 3차원 첨자쌍과 1차원 첨자의 관계를 나타낸다([16]). 스펙트럴요소법의 기저함수는 Gauss-Lobatto-Legendre의 수치적분의 "zero"를 지나는 Lagrange 함수를 사용한다. 한편, 물리좌표와 변환좌표계(transformed space coordinates)는 다음과 같이 연결된다.

$$x_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = X_i^e(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \quad i = 1, 2, 3 \quad (26)$$

스펙트럴요소법에 의한 선형방정식은 유한요소법과 유사하게 적분형태에 의해 계산되며, 예를 들어 속도에 대한 선형방정식은 아래와 같은 형태를 가지게 된다.

$$\left[\frac{\gamma_0}{\delta t} M + \nu K \right] U = S \quad (27)$$

여기에서 식 (17)에 의한 M , K 와 S 는 각각 질량, 강성, 그리고 우변벡터를 나타낸다.

결론적으로, ALE N-S 방정식은 Poisson 방정식, Helmholtz

방정식 등의 풀이과정의 조합으로 해석될 수 있다는 것을 확인할 수 있다([15]). 또한 Poisson 및 Helmholtz 방정식은 식 (27)과 같은 비교적 간단한 선형대수방정식의 형태로 나타나게 된다. 본 연구에서는 선형대수 방정식에 대하여 반복법의 일종인 ORTHORES 알고리즘([17])을 이용하였다. 요소단위로 구성되는 구조를 활용하기 위하여 EBE(Element-By-Element) 개념을 활용하여, 전역 행렬방정식(global matrix equation)을 구성할 필요가 없다. 또한 반복법의 수렴성을 우수하게 하기 위하여 대각 선처리자(diagonal preconditioner)를 이용하였다.

5. 수치계산결과 및 분석

개발된 수치해석기법의 정확도와 수렴성을 확인하기 위하여 아래와 같은 Poisson 방정식을 고려하였다.

$$\nabla^2 p(x,y) = f(x,y) \quad (28)$$

여기에서 $f(x,y) = -2\pi^2 \sin(\pi x) \sin(\pi y)$ 이면 이에 대한 해석해는 $p(x,y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$ 와 같다. 구성된 문제는 Fig. 2와 같이 혼합경계치 문제이다. 사실 이 문제는 본 연구에서 해석하고자 하는 자유표면 유동의 근사 Stokes 유동에 해당된다고 할 수 있다. 해석해는 Fig. 3과 같은 분포를 가진다. 본 연구에서 사용한 격자시스템의 예는 Fig. 4에 주어지면, 이를 이용한 수치해의 오차분포는 Fig. 5와 같이 나타났다. 그림에서 보인 것과 같이, 최대 오차가 $\epsilon_{\max} \leq 10^{-10}$ 일 정도로 매우 정확함을 확인할 수 있다.

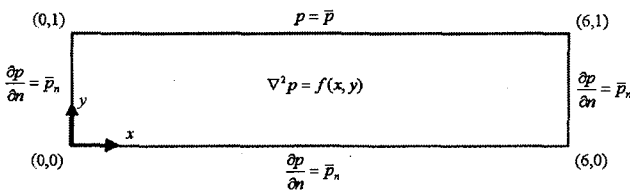


Fig. 2 Test problem of the Poisson equation

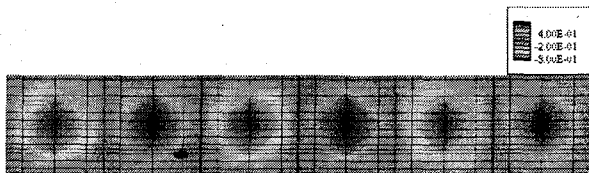


Fig. 3 Contour plot of the exact solution to the test problem

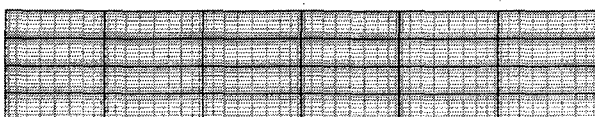


Fig. 4 An example of the grid system (Total number of nodes: 2,501)

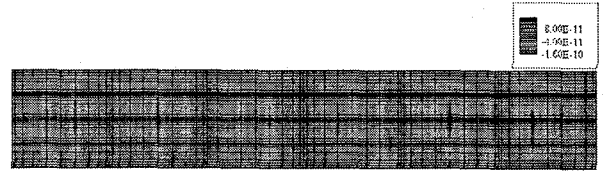


Fig. 5 An example of the error distribution (Total number of nodes: 2,501)

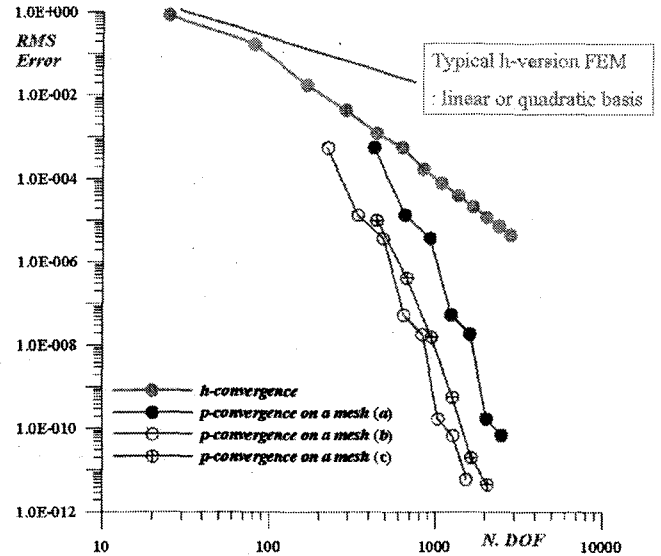


Fig. 6 Accuracy and convergence of the present SEM to the Poisson equation: h- and p-convergence

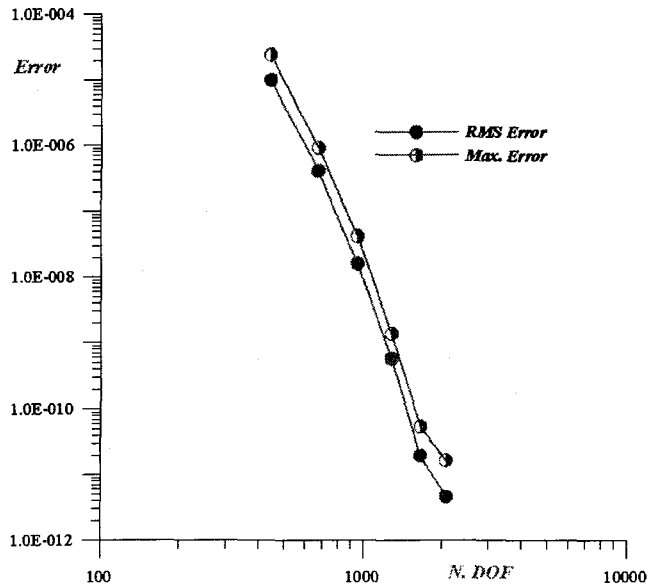


Fig. 7 Comparison of the maximum and RMS errors for the Poisson equation by the present SEM

또한 스펙트럴요소법의 정확성 및 수렴성을 확인하기 위하여 요소의 수를 일정하게 유지하면서 각 요소내에서 기저함수의

차수를 높이는 방법(p-convergence)과 기저함수의 차수를 일정하게 유지하면서 영역내의 요소수를 증가시키는 방법(h-convergence)을 사용한다. 여기에서 후자의 방법은 일반적인 유한요소기법의 접근방법이라고 할 수 있으며, 전자와 후자의 방법을 조합하는 것이 스펙트럴요소법에서 행하여지는 기법이라고 할 수 있다.

개발된 수치해석기법에 의한 위에서 제시한 Poisson 방정식에 대한 p-convergence 및 h-convergence 수행결과를 Fig. 6에 도시하였다. 그림에서 횡축은 격자의 수, 종축은 오차를 나타낸다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이, 일반적인 유한요소법의 수렴성 및 정확성과 비교할 수 없을 정도로 우수함을 알 수 있다. 다만 본 논문에서는 행렬방정식의 풀이를 직접법(direct method)을 사용하지 않고 반복법(iterative method)을 사용하기 때문에 격자점의 수가 많아질수록 정확도의 손실이 일부 발생하는 것으로 판단된다.

본 연구에서 사용한 ORTHORES 알고리즘에 의한 잉여벡터(residual vector)의 수렴과정을 도시하였다 (Fig. 8). 이에 의하면 격자수의 1/10 정도에 해당되는 반복(iteration)으로 수렴해를 구할 수 있음을 알 수 있었다. Karniadakis & Sherwin ([16])에서 기술한 바와 같이, 정적응축(static condensation) 기법을 사용할 수도 있다.

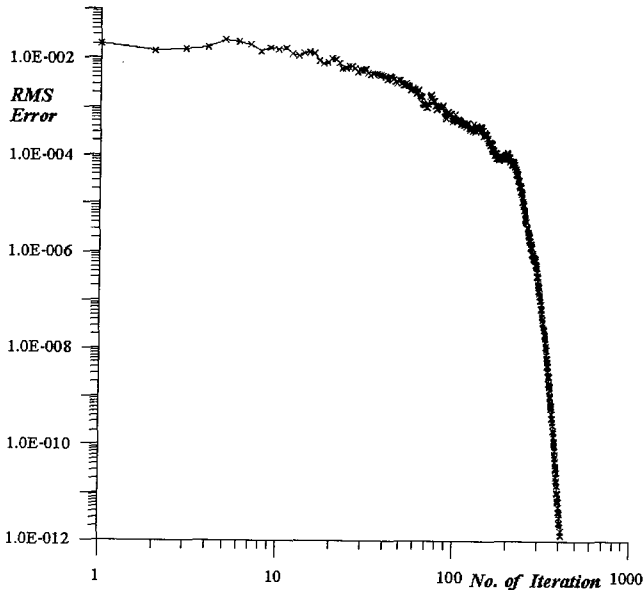


Fig. 8 Residual history during the ORTHRES algorithm for the Poisson equation (Total number of nodes: 2,501)

다음으로 아래와 같은 Helmholtz 방정식에 대한 정확도와 수렴성을 검증하였다.

$$(\nabla^2 + \lambda)u(x, y) = f(x, y) \quad (29)$$

여기에서 $f(x, y) = (\lambda - 8\pi^2)\sin(2\pi x)\cos(2\pi y)$ 이면 이에 대한 해석해는 $u(x, y) = \sin(2\pi x)\cos(2\pi y)$ 와 같다. 또한

$\lambda = 1$ 인 경우에 대한 계산을 수행하였으며, 결과는 Fig. 9에 도시하였다. Helmholtz 방정식에 대한 정확도와 수렴성은 Poisson 방정식에 대한 것과 유사함을 알 수 있다.

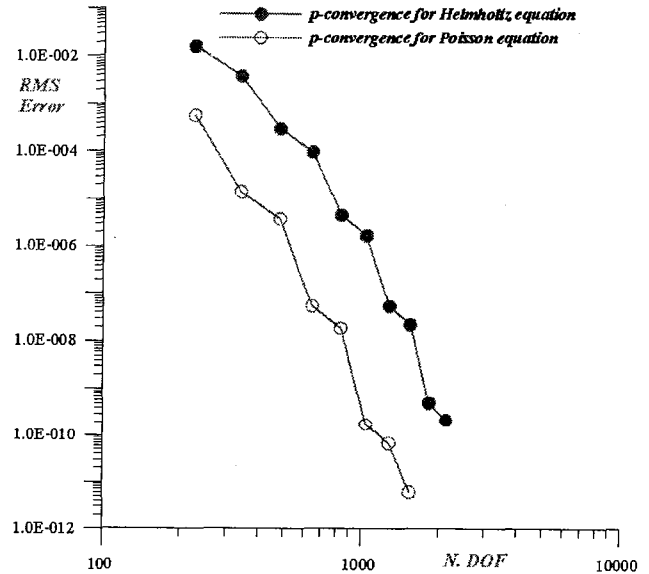


Fig. 9 Comparison of h-convergence for the Helmholtz and Poisson equations on the same grid system

이와 같이 본 연구에서는 개발된 수치해석기법의 정확성과 수렴성을 확인하였기 때문에, 후속 연구에서 점성유동과 자유표면유동, 나아가 파랑-조류 상호작용 현상에 대한 수치해석을 수행하고 각각에 대하여 이론 및 실험결과와 비교하여 검증하고자 한다.

6. 요약 및 결론

본 연구에서는 freak wave와 그 발생기작을 파랑과 조류의 상호작용 관점에서 간략히 기술하였다. 본 연구의 유동모델은 ALE N-S 방정식을 이용하였으며, 수치기법으로는 고차정확도를 위하여 스펙트럴요소법을 이용하였다. 개발된 수치해석기법을 이용하여 Poisson 및 Helmholtz 방정식에 대한 정확도와 수렴성을 확인하였다. 앞으로 점성유동과 자유표면유동, 그리고 파랑-조류 상호작용에 대한 수치해석결과를 제시하고자 한다.

후 기

본 연구는 공공기술연구회에서 지원하고 한국해양연구원에서 수행하고 있는 “기상재난파에 의한 해양구조물의 안전성 평가 기술 개발” 연구과제의 일부를 포함하고 있습니다.

참 고 문 헌

- [1] Kharif, C. and E. Pelinovsky: Physical Mechanisms of the Rogue Wave Phenomenon, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 22 (2003), pp. 603-634.
- [2] Hong, K.Y. and S.H. Shin: Understanding of Freak Wave Phenomenon, *Proceedings of the Annual Autumn Meeting of the Society of Naval Architecture of Korea*, pp. 1097-1101 (2005).
- [3] B.S. White, and B. Fornberg: On the chance of freak waves at the sea, *J. Fluid Mech.* Vol. 255 (1998), pp. 113 - 138.
- [4] Peregrine, D.H.: Interaction of Water Waves and Currents, *Adv. Appl. Mech.* Vol. 16 (1976), pp. 9-117.
- [5] Peregrine, D.H. and G.P. Thomas: Finite-Amplitude Deep-Water Waves on Currents, *Phil. Trans. Royal Soc. London. Series A, Math. Phys. Sci.* 292, 1392 (1979), pp. 371-390.
- [6] Wolf J. and D. Prandle: Some Observations of Wave-Current Interactions, *Coastal Engineering*, Vol. 37 (1999), pp. 471-485.
- [7] Stoker, J.R. and D.H. Peregrine: The Current-Modified Nonlinear Schrödinger Equation, *J. Fluid Mech.*, Vol. 399 (1999), pp. 335-353.
- [8] Ryu, S., M.H. Kim, and P.J. Lynett: Fully Nonlinear Wave-Current Interactions and Kinematics by a BEM-based Numerical wave Tank, *Comp. Mech.*, Vol. 32 (2003), pp. 336-346.
- [9] Thomas, G.P., and G. Klopman: Wave-current Interactions in the Nearshore Region, Ch. 7, *Gravity Waves in Water of Finite Depth, Advances in Fluid Mechanics Series*, Vol. 10 (1997), Ed. J.N. Hunt, pp. 255-319.
- [10] Hodges, B. R. and R.L. Street: On Simulation of Nonlinear Free-Surface Flows, *J. Comp. Physics*, Vol. 151 (1999), pp. 425-457.
- [11] Robertson, I., Sherwin, S.J., and Graham, J.M.R.: Comparison of wall boundary conditions for numerical viscous free surface flow simulation, *Journal of fluids and structures*, Vol. 19, No.4 (2004), 525-542.
- [12] Ho, L.-W. and A.T. Patera: A Legendre spectral element method for simulation of unsteady incompressible viscous free-surface flows, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 80, No. 1/3 (1990), pp.355-366.
- [13] Rabier, S. and M. Medale: Computation of free surface flows with a projection FEM in a moving mesh framework, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.192, No. 41/42 (2003), pp.4703-4721.
- [14] Bouffanais, R. and M.O. Deville: Mesh Update Techniques for Free-Surface Flow Solvers Using Spectral Element Method, *J. Sci. Comp.*, Vol.27 no.1/3, pp.137-149(2006).
- [15] Sung, H.G., K.Y. Hong, J.H. Kyung, S.Y. Hong, The Spectrally Accurate Method Applied to Wave-Current Interaction as a Freak Wave Generation Mechanism, *Proc. International Workshop of the Korean Society of Ocean Engineering*, pp. 113-120(2006).
- [16] Karniadakis, D., and S.J. Sherwin: *Spectral/hp Element Methods for CFD*, Oxford University Press, London (1999).
- [17] Reddy, J.N. and Gartling, D.K: *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics*, CRC Press (1994).