

# 조사구간 윈도우 변형을 이용한 PIV에서 보간법 평가

김병재\* · 성형진†

## Abstract

We have evaluated the performances of the following six interpolation schemes used for window deformation in particle image velocimetry (PIV): the linear, quadratic, B-spline, cubic, sinc, Lagrange interpolations. Artificially generated images comprised of particles of diameter in a range  $1.1 \leq d_p \leq 10.0$  pixel were investigated. Three particle diameters were selected for detailed evaluation:  $d_p = 2.2, 3.3, 4.4$  pixel with a constant particle concentration  $0.02$  particle/pixel<sup>2</sup>. Two flow patterns were considered: uniform and shear flows. The mean and random errors, and the computation times of the interpolation schemes were determined and compared.

**Key Words** :PIV(Particle Image Velocimetry), 보간법(Interpolation), 윈도우 변형(Window Deformation)

## 1. 서론

PIV 표준 알고리즘은 어느 정도 정확한 속도를 추출해 내지만 복잡한 유동에서는 입자쌍 손실로 적용하기 어렵다고 알려졌으며, 이를 해결하기 위하여 여러 개선된 방법들이 제안되었다 (Keane<sup>(1)</sup>, Jambunathan<sup>(2)</sup>, Tokumaru<sup>(3)</sup>). 개선된 방법들은 주로 조사구간 윈도우 변형 개념을 사용하는데, 이 방식은 연속적인 이미지를 기반으로 한다. 따라서 디지털 방식으로 촬영되는 이미지는 보간법에 의하여 연속적인 이미지로 전환해야 한다.

이미지 보간이 필요한 윈도우 변형을 사용한 문헌 중 Jambunathan<sup>(2)</sup>, Tokumaru<sup>(3)</sup>, Huang<sup>(4)</sup>, Wereley<sup>(5)</sup>은 선형보간법, Scarano<sup>(6,7)</sup>는 sinc 보간법, Fincham<sup>(8)</sup>은 spline 보간법, Tsuei<sup>(9)</sup>는 3차

Lagrange 보간법, Stanislas<sup>(10)</sup>는 2차와 4차 Lagrange 보간법을 사용하였다. 최근 Astarita<sup>(11)</sup>는 균일유동에서 다양한 보간법들을 평가하였다.

본 연구에서는 이를 확장하여 균일유동 뿐 아니라 전단유동에서도 보간법들의 성능비교를 하고자 한다. 적용한 알고리즘은 윈도우 1차 선형 변형이며, 수치적인 평가를 위하여 가상이미지를 사용하였다. 고려한 입자 크기는  $1.1 \leq d_p \leq 10.0$  픽셀이며, 세밀한 평가는  $d_p = 2.2, 3.3, 4.4$  픽셀에서 이루어졌다. 입자의 밀도는 모두 일정하다( $C = 0.02$  particle/pixel<sup>2</sup>).

## 2. 평가방법

### 2.1 선형 조사구간 윈도우 변형

Jambunathan<sup>(2)</sup>은 유동의 흐름에 따라 조사구간 윈도우가 변형하는 개념을 이용한 다음의 상호관계 식을 이용하였다.

$$\max \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-W/2}^{W/2} f_1(x,y) f_2(x+\Delta x, y+\Delta y) dx dy \quad (1)$$

식(1)에서  $W$ 는 사각 윈도우의 크기,  $f_1, f_2$ 는

---

† 책임저자의 소속

E-mail :

\* 저자 1의 소속

\*\* 저자 2의 소속

각각  $t = t_1, t_1 + \Delta t$ 에서의 이미지,  $\Delta x, \Delta y$ 는 구하고자하는  $\Delta t$  시간동안 조사구간의 이동 성분이다.  $f_1$ 원도우가 1차 선형 변형을 할 때  $f_2$ 그림1과 같이 된다.

조사구간 윈도우 변형을 위한 초기속도 분포를 위해 표준 알고리즘을 사용하였다. 표준 알고리즘의 정확성을 높이기 위하여 조사구간 윈도우에 Gui<sup>(12)</sup>가 제안한 윈도우 마스크를 사용하였다.

$$\omega(i, j) = e^{-2\left(\left(\frac{i-W/2}{W/2}\right)^2 + \left(\frac{j-W/2}{W/2}\right)^2\right)} \quad (2)$$

윈도우 변형을 통하여 얻어진 속도분포는 다시 윈도우 변형을 위한 성분으로 사용될 수 있는데, 이러한 반복과정 중 때로 속도벡터가 수렴하지 않고 발산하기도 한다. 이 문제를 해결하기 위해 여러 방법들이 제시되었고 (Huang<sup>(4)</sup>, Scarano<sup>(6,7)</sup>, Nogueira<sup>(13)</sup>), 본 연구에서는 얻어진 속도분포에 다음과 같은 저주파 필터를 통과시키는 방법을 적용하였다.

$$\vec{V}^k(i, j) = \frac{\vec{V}^k(i, j) + \vec{V}^k(i+1, j) + \vec{V}^k(i-1, j) + \vec{V}^k(i, j+1) + \vec{V}^k(i, j-1)}{6} \quad (3)$$

여기서  $\vec{V}^k(i, j)$ 는  $(i, j)$  위치에서 속도벡터이고,  $k$ 는 반복횟수를 나타낸다. 식(3)를 사용하였을 때 윈도우 변형이 약 3회 정도 반복되었을 때 속도벡터가 거의 수렴하였다.

## 2.2 가상이미지

정량적 평가를 위하여 가상이미지를 생성하였다. 입자 위치의 랜덤성을 위하여 Mersenne twister method (Matsumoto<sup>(14)</sup>)을 사용하였고, 입자는 2차원 Gaussian 함수로 모델링하였다 (Raffel<sup>(15)</sup>, Okamoto<sup>(16)</sup>). 입자들의 중심 밝기는 모두 일정하게 하였으며, 8 비트 이미지를 채택하였다. 이미지의 픽셀 값은 2차원 Gaussian 함수를 그 픽셀에 걸쳐 이중적분하여 얻었다. 입자들이 중첩된 지점의 밝기는 개별 입자들의 밝기 값을 더하였다. 배경 노이즈는 없으며, 입자밀도  $C = 0.02$  particle/pixel<sup>2</sup>로 고정하였다.

성능평가는 균일유동과 전단유동(그림2)에 대하여 수행하였다. 전단유동의 경우 그림2에서 수직 방향으로 5개 속도 벡터 중 가운데 속도벡터  $U_c$ 의 경우만 통계처리 하였다. 맨 위와 아래 윈도우에서는 표준알고리즘만 적용하였다. 평가 항목

으로는 평균오차( $\beta$ )와 랜덤오차( $\sigma$ )이다. 그림3은 입자크기가  $d_p = 2.2$  픽셀일 경우 기존문헌과 비교하여 랜덤오차가 일치함을 보여주는데, 이는 가상이미지가 잘 만들어졌음을 말해준다.

## 2.3 영상보간

조사구간 윈도우 변형은 연속적인 이미지에 기반하므로 임의의 위치에서 이미지 값을 얻기 위해 디지털 이미지에 이미지 보간을 해야한다.

$$f(x, y) = \sum_{i, j=-\infty}^{\infty} f(i, j)h^{2D}(i-x, j-y) \quad (4)$$

여기서  $f(x, y)$ 는 디지털 이미지  $f(i, j)$ 로부터 보간된 영상이며,  $h^{2D}(x, y)$ 는 보간 함수인데 일반적으로 계산의 편의를 위해 대칭(symmetry)이며 변수분리(separable)가능하다(Lehmann<sup>(17)</sup>).

$$h^{2D}(x, y) = h(x)h(y) \quad (5)$$

여러 가지 보간 함수의 조건 중에서 다음의 두 조건이 일반적으로 쓰인다.

$$\begin{cases} h(0) = 1 \\ h(x) = 0, |x| = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (6)$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i+d) = 1 \quad (7)$$

식(6)은 픽셀 위치에서 보간된 이미지값은 변하지 않고 보존됨을 말하며, 이는 이미지의 완만한 효과(smoothing effect)가 없음을 보장한다. 식(7)은 임의의 변위  $0 \leq d < 1$ 에 대하여 보간된 이미지의 평균 밝기가 변하지 않음을 보장한다. 본 연구에 사용된 보간법과 그 보간 함수들은 표1에 있다. 표1에서  $N$ 은 보간 크기를 나타낸다. 일반적으로  $h(x)$ 는  $0 \leq x < N/2$  구간에서 몇 개의 함수로 구성되며,  $N/2 \leq x$ 일 때  $h(x) = 0$ 이다.

## 3. 결과

### 3.1 균일유동

그림3은 입자의 크기가 2.2 픽셀일 때 여러 가지 보간법들에 대하여  $U$ 에 따른 평균오차와 랜덤오차를 보여준다. 그림4에는 표준 알고리즘 결과도 보여주는데  $U$ 가 0.5 픽셀까지 랜덤오차가 선형적으로 증가하다가 거의 일정한 값을 가지게 되는데, 이런 경향은 Raffel<sup>(15)</sup>과 일치한다. 그림

4~7을 통하여 평균오차는 랜덤오차 크기만큼 흔들리고 있으며, 랜덤오차보다 평균오차가 보간법에 영향을 더 받고 있음을 볼 수 있다.

이제 각 보간법에 대하여 자세히 살펴보기로 하자. 선형보간법의 랜덤오차는 표준 알고리즘 경우보다 작지만 평균오차의 경우에는 오히려 표준 알고리즘보다 그 성능이 떨어짐을 관찰할 수 있다. 이는 입자크기 2.2 픽셀을 가지는 높은 공간주파수 이미지를 샘플링 하는데  $N=2$ 는 부족하기 때문으로 여겨진다. Quadratic 보간법은 선형보간법보다도 오히려 그 성능이 떨어지는데, 이는 Astarita<sup>(11)</sup>에서도 발견된다. 보간 크기  $N=3$ 도 역시 2.2 픽셀 크기의 입자를 가지는 이미지를 다루기에는 부족한 것으로 보인다. 일반적으로 홀수의 보간 크기를 가지는 보간법은 오차곡선에서 비연속적인 형상을 보이는데, 이는 픽셀의 정중앙 위치 좌우에서 보간된 픽셀 값이 비연속적이기 때문이다. 예를 들면  $N=3$  일 경우, 디지털 이미지에서 보간에 사용되는 픽셀 위치는  $x=-0.5$  혹은  $0.5$ 를 지날 때 1 픽셀 만큼 이동한다. 그러나  $h(N/2)=0$ 을 만족할 경우 픽셀의 중앙 위치에서 연속적이기 때문에 오차곡선 또한 연속적이다. 그래서 그림4에서 보는바와 같이  $U=0.5, 1.5$  인 지점에서도 오차곡선이 연속적임을 볼 수 있다. B-spline 보간법의 경우에는 앞의 두 보간법과 달리  $U=0, 1.0, 2.0$  일 때 랜덤오차가 0으로 근접하지 않는다. 이는 B-spline 보간법은  $N=3$  이상이 되면 식(6)을 만족하지 않아 완만한 효과(smoothing effect)를 가지고 있기 때문이다(Lehmann<sup>(17)</sup>).  $N$ 이 커질수록 완만한 효과가 커지고 픽셀위치에서 보간된 이미지 값이 보존되지 않는다. 따라서 조사구간을 정수 픽셀 만큼 이동시켰다 하더라도 오차는 0으로 수렴하진 않는다.  $N$ 이 커질수록 이 현상은 심해진다. 지금까지 살펴본 4가지 보간법 중 평균오차의 경우 세 보간법은 오히려 표준 알고리즘보다 열등한 결과를 보여준다.

그림5는 cubic 보간법의 경우 파라미터  $a$  (표 1)에 대하여 평균오차와 랜덤오차를 나타낸 결과이다. 평균오차는 파라미터  $a$ 에 매우 민감함을 알 수 있으며,  $a=-0.8$ 일 때 가장 우수한 결과를 가짐을 볼 수 있다. 그러나 랜덤오차는  $a$ 에 그리 영향을 받지 않는다. 앞 4개의 보간법에 비하여 cubic 보간법은 매우 우수한 결과를 보여주

지만 최적의 성능을 보이는  $a$ 의 값이 입자의 크기에 따라 변하는 문제점이 있다. 이 부분은 차후 보여줄 것이다. 그림6은 Lagrange 보간법에 대한 결과이다. 보간 크기가 커질수록 그 성능이 우수해짐을 확연히 관찰할 수 있다. 오차곡선이 수렴되는 위치가 명확하지 않지만 대략  $N=10$  또는 12 일 때 오차곡선이 거의 수렴함을 볼 수 있다. 그림6에서 굵은 실선은  $N=12$  일 때 결과이다. 그림7은 sinc 보간법에 대한 결과이다. Quadratic 보간법과 달리 보간 크기가 홀수 일 때( $N=5$ ) 오차곡선이  $U=0.5, 1.5$  픽셀에서 갑자기 점프함을 볼 수 있다. 이는  $h(N/2) \neq 0$  이기 때문이다.

지금까지 살펴본 보간법들의 성능을 비교하기 위하여 각 보간법에서 가장 좋은 성능을 보여주는거나 혹은 수렴된 성능을 보여주는 오차곡선은 그림8에서 비교하였다. 전반적으로 랜덤오차와 평균오차는 사용된 보간법에 따라서 변함을 볼 수 있다. Cubic 보간법( $a=-0.8$ ), Lagrange 보간법( $N=12$ ), sinc 보간법( $N=6$ )의 성능이 가장 우수함을 볼 수 있다.

이제  $d_p=3.3, 4.4$  픽셀인 경우에 대하여 살펴보자. 그림9,10은 그림8( $d_p=2.2$  픽셀)과 같은 방법으로  $d_p=3.3, 4.4$  픽셀일 때 결과이다. 입자의 크기가 커질수록 오차들이 작아지는 동시에 그 차이도 좁아짐을 볼 수 있다. 그 이유는 입자가 커짐으로 인하여 상대적으로 보간하는 샘플링 주파수가 커지고 peaking-locking 현상 또한 감소하기 때문이다. 이런 현상은 Raffel<sup>(15)</sup>에서도 볼 수 있다. 보간법들간의 상대적인 성능은  $d_p=2.2$  픽셀일 때와 유사하다. Cubic 보간법의 경우  $d_p=3.3, 4.4$  픽셀 일 때  $a$ 의 최적값은 각각  $-0.68, -0.61$ 로 변하였다. 따라서 이 보간법은 우수한 성능에도 불구하고, 입자 크기가 모두 다르며 또 알 수도 없는 실제 이미지에 사용하기에는 어려움이 있다.

표1은 각 보간법들의 계산 시간을 보여주는데 이 값들은 선형보간법과의 비이다. 성능과 계산 시간 측면에서 Lagrange 보간법과 sinc 보간법이 가장 좋다. 최근에는 컴퓨터 계산능력의 발달로 PIV에서 계산속도의 중요성은 덜해지는 경향이 있다. 따라서 최고의 성능을 가진 위 두 보간법을 기준으로 좀더 살펴보려고 한다.

Sinc 보간법의 경우, 오차곡선의 수렴에 필요한

보간 크기는 입자의 크기에 비례하였는데,  $d_p = 2, 2, 3.3, 4.4$  픽셀 일 때 각각  $N = 6, 8, 10$ 이다. 이는 입자의 크기가 커질수록 최고의 성능을 내기 위한 sinc 보간법의 계산시간이 증가함을 의미한다. 이와 반대로 Lagrange 보간법의 경우, 오차곡선의 수렴에 필요한 보간 크기는 입자 크기에 반비례하는데,  $d_p = 2, 2, 3.3, 4.4$  픽셀일 때 각각  $N = 12, 8, 6$ 였다. 그 이유는 입자의 크기가 커지게 되면  $N = 2$  경우에도 충분히 이미지를 샘플링할 수 있기 때문이다. 한편 표2를 참조하였을 때, sinc 보간법( $N = 6, 8$ )은 각각 Lagrange 보간법( $N = 12, 8$ )의 계산시간이 더 작다( $d_p = 2, 2, 3.3$  픽셀 일 때 최적시간). 또한 Lagrange 보간법( $N = 6$ )은 sinc 보간법( $N = 10$ )보다 작다( $d_p = 4.4$  픽셀 일 때 최적시간). 결론적으로 성능과 계산시간 측면에서 sinc 보간법은 입자의 크기가 작을 때 최적이며, Lagrange 보간법은 입자의 크기가 클 때 최적임을 알 수 있다. 그 입자크기의 기준점은 약 4픽셀 정도로 추정된다.

### 3.2 전단유동

균일유동에 적용된 방법과 같은 방식으로 전단유동에 적용하였다.  $d_p = 2.2$  픽셀일 때 각 보간법에 대하여  $U_C$ 에 대한 오차의 경향은 그림 11~14에 있다. 전단 크기가 작을 때 평균오차가 보간법에 대하여 영향을 받음을 볼 수 있다. 모든 보간법에 대하여 평균오차 곡선은  $U_C = 2.0$  픽셀 ( $\omega = 0.025$  픽셀/픽셀) 일 때까지 흔들리다가 그 이후에 보간법의 종류 또는 파라미터 값에 거의 무관함을 볼 수 있다. 균일유동의 경우에는 평균오차의 크기가 랜덤오차의 크기와 비교될만 하였고, 랜덤오차보다 평균오차가 보간법의 영향을 받았다. 그러나 전단유동의 경우 평균오차의 크기가 랜덤오차의 크기보다 훨씬 작을 뿐 아니라 높은 전단영역에서 평균오차는 매우 작다. 변형알고리즘은 균일유동보다 전단유동에서 훨씬 우수한 성능을 보여주는데, 그림 11에서 표준 알고리즘의 랜덤오차는  $U_C = 4.0$  픽셀일 때 0.13까지 증가한다.

전단유동에서  $d_p = 2.2$  픽셀 일 때 그림 8과 같은 방법으로 그림 15에 모든 보간법들의 성능을 비교하였다. 각 보간법에 대하여 최고의 성능을

내는 보간 크기 혹은 파라미터 값은 균일유동일 경우와 거의 일치한다. 이는 보간법의 성능을 유동의 패턴보다도 입자의 조건에 영향을 받음을 의미한다. 균일유동일 때와 비슷하게 cubic 보간법( $a = -0.8$ ), Lagrange 보간법( $N = 12$ ), sinc 보간법( $N = 6$ )이 우수한 결과를 보여준다. 보간법들간의 상대적 성능도 변하지 않았다.  $d_p = 3.3, 4.4$  픽셀에 대한 결과는 각각 그림 16, 17에서 보여준다. 입자의 크기가 증가할수록 평균오차와 랜덤오차는 감소하며 동시에 오차들간의 차이도 감소한다. 이런 경향은 균일유동의 경우와 같다.

### 3.3 입자크기 영향

지금까지 입자의 크기가  $d_p = 2.2, 3.3, 4.4$  픽셀인 경우에 대하여 살펴보았다. Lagrange 보간법과 sinc 보간법에 한정하여 더 넓은 입자크기 범위에서 테스트하였다. 균일유동  $U = 1.25$  픽셀로 고정시키고  $1.1 \leq d_p \leq 10.0$  구간에서 평균오차와 랜덤오차를 측정하였다.  $U = 1.25$  픽셀로 한 이유는 이 지점에서 평균오차가 피크 값을 가지며, 더 높은 피크 값을 가지는 보간법이 랜덤오차도 크기 때문이다(그림 8~10). 또 균일유동만 적용한 이유는 보간법들간의 상대적 성능은 유동패턴에 무관하기 때문이다.

그림 18, 19는 각각 Lagrange 보간법과 sinc 보간법에 대한 결과이다. Lagrange 보간법의 경우, 입자의 크기가 커질수록 보간 크기에 따른 성능이 차이 나지 않음을 볼 수 있다.  $N = 4$ 인 경우라도 크기가 큰 입자는 충분히 보간할 수 있음을 알 수 있다. 랜덤오차는 보간 크기에 거의 무관하다. 반면 sinc 보간법의 경우, 입자의 크기가 커질수록 보간법들간의 성능차이를 보여준다.  $d_p \leq 3.0$  픽셀인 구간에서  $N = 4$ 인 경우를 제외한 모든 보간 크기는 비슷한 오차를 보여준다. 이는 작은 입자크기에서는  $N = 6$ 으로 충분함을 말해 준다. 한편 입자의 크기가 커질수록 평균오차를 위한 보간 크기는 커짐을 알 수 있다.  $N = 12$ 인 일 때 가장 큰 입자크기까지 평균오차가 0에 가까운 것을 볼 수 있다. 마지막으로 랜덤오차가 가장 작은 구간은  $d_p = 3.0 \sim 7.0$ 이다.

#### 4. 결론

조산구간 윈도우 변형을 이용한 PIV에 필요한 보간법들의 성능을 평가하고 비교하였다. 이를 위하여  $d_p = 2.2, 3.3, 4.4$  픽셀의 입자를 가지는 가상 이미지를 적용하였다. 균일유동인 경우, 평균 오차의 크기는 랜덤오차의 크기만큼 변하였고, 랜덤오차보다 평균오차가 보간법에 따라 영향을 더 받았다. 입자의 크기가 증가할수록 오차들의 크기는 감소하였다. 전반적으로 Lagrange 보간법과 sinc 보간법이 우수한 성능을 보여주었다. Lagrange 보간법의 경우 입자크기가 증가할수록 수렴된 성능을 보여주는 보간 크기( $N$ )가 감소하였고, sinc 보간법의 경우에는 증가하였다. 두 보간법 중에서 성능과 계산시간 측면에서 입자의 크기가 작을 경우에는 sinc 보간법, 입자의 크기가 클 경우에는 Lagrange 보간법의 최적이었다. 그 기준은  $d_p = 4.0$  픽셀 근처이다. 전단유동일 경우, 일반적으로 평균오차는 랜덤오차보다 작았으며, 높은 전단영역에서는 평균오차는 매우 작았다. 랜덤오차는 전단 정도가 커짐에 따라 천천히 증가하였다. 평균오차는 주로 작은 전단영역에서 보간법의 영향을 받았다. 모든 보간법의 평균오차는  $U_C = 2.0$  픽셀( $\omega = 0.025$  픽셀/픽셀)까지 변하다가  $2.0 < U_C$  일 때 보간법의 종류 및 파라미터 값에 거의 무관하였다. 각 보간법별로 최적의 성능을 내는 보간 크기 혹은 파라미터 값은 유동패턴에 영향을 받지 않고 입자의 크기에 영향을 받았다. Lagrange 보간법, sinc 보간법에 대하여  $1.1 \leq d_p \leq 10.0$  로 확장하였는데,  $d_p = 3.0 \sim 7.0$  구간에서 랜덤오차가 가장 작았다.

#### 참 고 문 헌 (영문 only)

- 1) Keane, R. D. and Adrian, R. J., 1993, "Theory of Cross-Correlation Analysis of PIV Images," Flow Visualization and Image Analysis, pp.1~25.
- 2) Jambunathan, K., Ju, X. Y., Dobbins, B. N. and Ashforth-Frost, S., 1995, "An Improved Cross Correlation Technique for Particle Image Velocimetry," Measurement Science & Technology, Vol.6, pp.507~514.
- 3) Tokumaru, P. T. and Dimotakis, P. E., 1995, "Image Correlation Velocimetry," Experiments in Fluids, Vol.19, pp.1~15.
- 4) Huang, H. T., Fiedler, H. E. and Wang, J. J., 1993, "Limitation and Improvement of PIV. Part II: Particle Image Distortion, a Novel Technique," Experiments in Fluids, Vol.15, pp.263~273.
- 5) Wereley, S. T. and Gui, L., 2003, "A Correlation-Based Central Difference Image Correction (CDIC) Method and Application in a Four-Roll Mill Flow PIV Measurement," Experiments in Fluids, Vol.34, pp.42~51.
- 6) Scarano, F. and Riethmuller, M. L., 2000, "Advances in Iterative Multigrid PIV Image Processing," Experiments in Fluids, Suppl., pp.51~60.
- 7) Scarano, F., 2004, "A Super-Resolution Particle Image Velocimetry Interrogation Approach by Means of Velocity Second Derivatives Correlation," Measurement Science & Technology, Vol.15, pp.475~486.
- 8) Fincham, A. and Delerce, G., 2000, "Advanced Optimization of Correlation Imaging Velocimetry Algorithms," Experiments in Fluids, Suppl, pp.13~22.
- 9) Tsuei, L. and Savas, Ö., 2000, "Treatment of Interfaces in Particle Image Velocimetry," Experiments in Fluids, Vol.29, pp.203~214.
- 10) Stanislas, M., Okamoto, K. and Kähler, C., 2003, "Main Results of the First International PIV Challenge," Measurement Science & Technology, Vol.14, R63~R89.
- 11) Astarita, T. and Cardone, G., 2005, "Analysis of Interpolation Schemes for Image Deformation Methods in PIV," Experiments in Fluids, Vol.38, pp.233~243.
- 12) Gui, L., Longo, J. and Stern, F., 2001, "Bias of PIV Measurement of Turbulent Flow and the Masked Correlation-Based Interrogation Algorithm," Experiments in Fluids, Vol.30, pp.27~35.
- 13) Nogueira, J., Lecuona, A. and Rodriguez, P.

- A., 1999, "Local Field Correction PIV: On the Increase of Accuracy of Digital PIV Systems," Experiments in Fluids, Vol.27(2), pp.107~116.
- 14) Matsumoto, M. and Nishimura, T., 1998, "Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator," ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, Vol.8, pp.3~30.
- 15) Raffel, M., Willert, C. E. and Kompenhans, J., 1998, Particle image velocimetry: A Practical Guide, Springer, Berlin, pp.134~146.
- 16) Okamoto, K., Nishio, S., Saga, T. and Kobayashi, T., 2000, "Standard Images for Particle-Image Velocimetry," Measurement Science & Technology, Vol.11, pp.685~691.
- 17) Lehmann, T. M., Gönner, C. and Spitzer, K., 1999, "Survey: Interpolation Methods in Medical Image Processing," IEEE Transaction on Medical Imaging, Vol.18, pp.1049~1075.

보간법	$N$	계산시간
quadratic	3	2.50
	3	2.50
B-spline		3.83
	4	6.08
Lagrange	6	15.5
	8	31.6
	10	57.2
	12	94.1
sinc	4	5.25
	6	10.4
	8	17.8
	10	27.1
	12	38.5

Table 2 Ratio of computation time between each interpolation scheme to the linear interpolation scheme.

보간법	$h_N(x)$	범위
linear	$h_2(x) = 1 -  x $	$0 \leq  x  \leq 1$
quadratic	$h_3(x) = \begin{cases} -2 x ^2 + 1 \\  x ^2 - 2.5 x  + 1.5 \end{cases}$	$0 \leq  x  < 0.5$ $0.5 \leq  x  < 1.5$
B-spline	$h_3(x) = \begin{cases} - x ^3 + 0.75 \\ 0.5 x ^3 - 1.5 x  + 1.125 \end{cases}$	$0 \leq  x  < 0.5$ $0.5 \leq  x  < 1.5$
	$h_4(x) = \begin{cases} 0.5 x ^3 -  x ^2 + 2/3 \\ -(1/6) x ^3 +  x ^2 - 2 x  + 4/3 \end{cases}$	$0 \leq  x  < 1$ $1 \leq  x  < 2$
cubic	$h_4(x) = \begin{cases} (a+2) x ^3 - (a+3) x ^2 + 1 \\ a x ^3 - 5a x ^2 + 8a x  - 4a \end{cases}$	$0 \leq  x  < 1$ $1 \leq  x  < 2$
Lagrange	$h_N(x) = \prod_{i=0, i \neq n+N/2-1}^{N-1} \frac{n+N/2-1-i-x}{n+N/2-1-i}, (-N/2+1 \leq n \leq N/2)$	$n-1 \leq x < n$
sinc	$h_N(x) = \sin(\pi x)/\pi x$	$0 \leq  x  < N$

Table 1 Impulse response functions of some interpolations

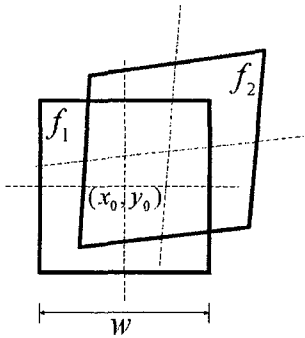


Fig. 1 Linear deformation of the interrogation window

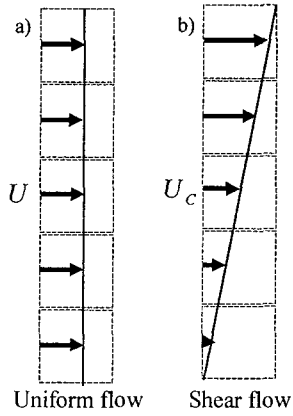


Fig. 2 Uniform and shear flows

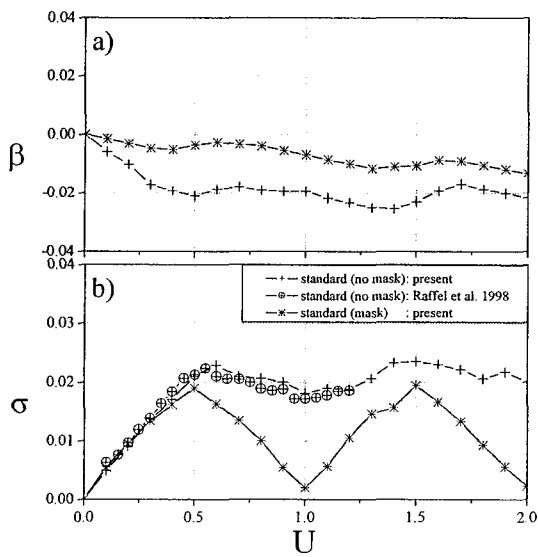


Fig. 3 Image generation tests

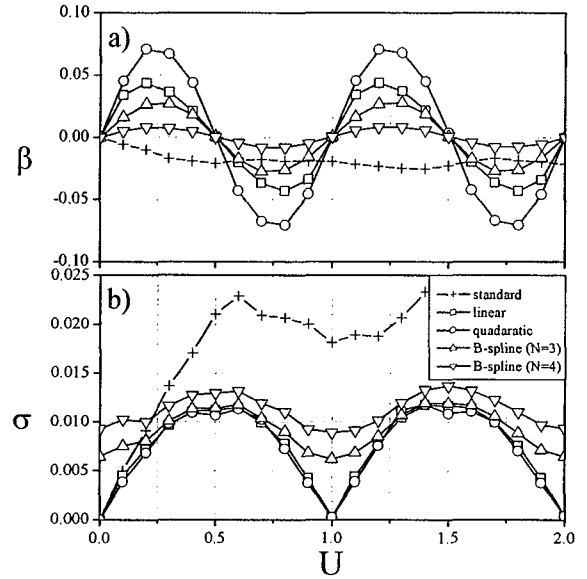


Fig. 4 Performances of the linear, quadratic, and B-spline interpolations for the uniform flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

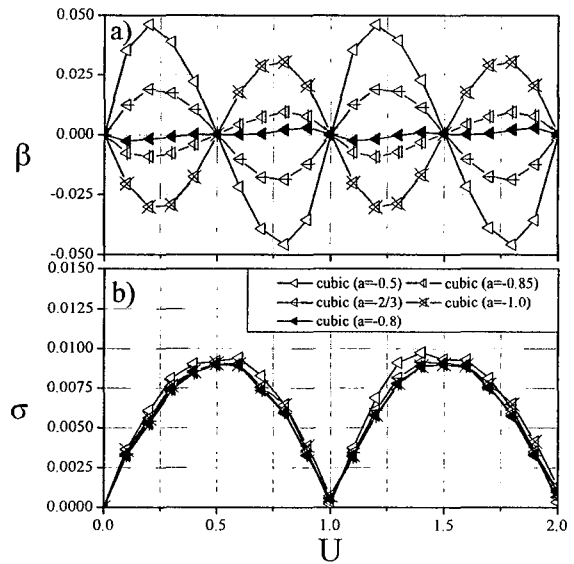


Fig. 5 Performance of the cubic interpolation for the uniform flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

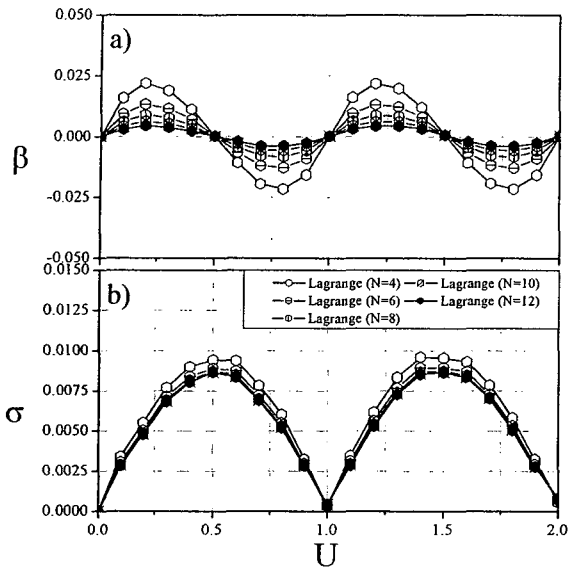


Fig. 6 Performance of the Lagrange interpolation for the uniform flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

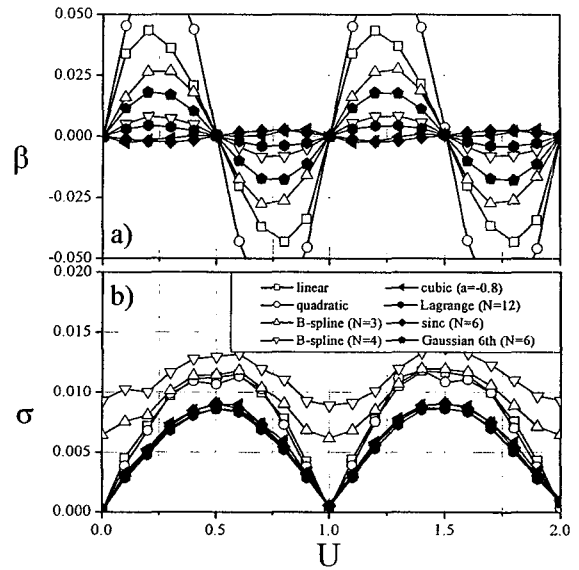


Fig. 8 Comparison of the best performance for each interpolation for the uniform flow in Figs. 4~7 ( $d_p = 2.2$  pixel)

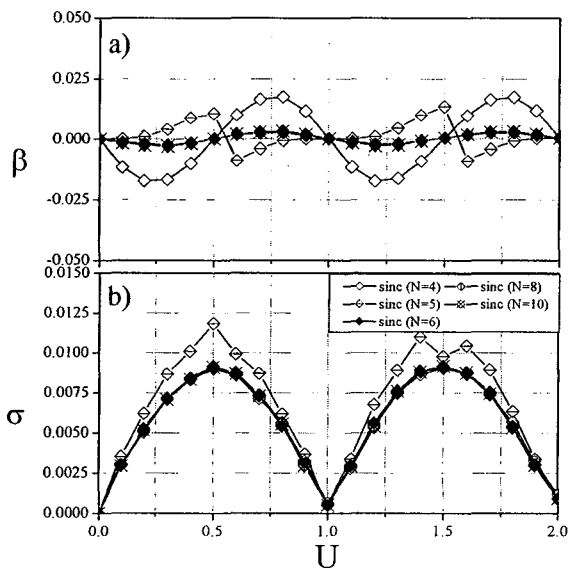


Fig. 7 Performance of the sinc interpolation for the uniform flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

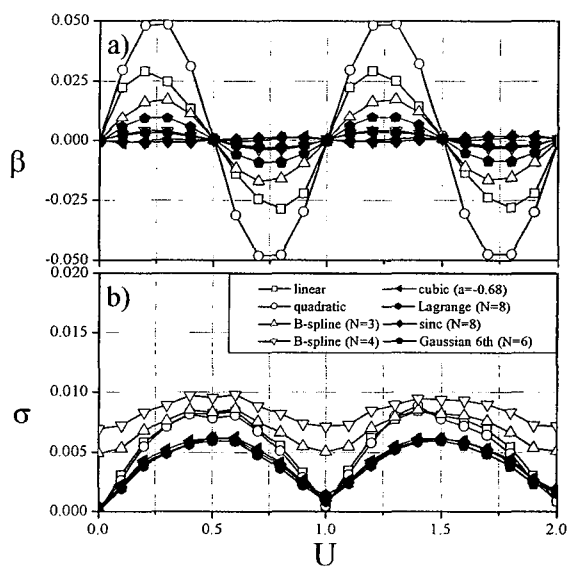


Fig. 9 Comparison of the best performance for each interpolation for the uniform flow ( $d_p = 3.3$  pixel)



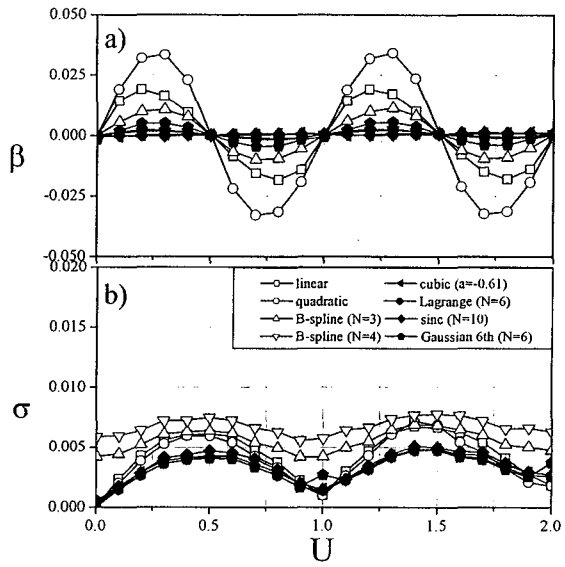


Fig. 10 Comparison of the best performance for each interpolation for the uniform flow ( $d_p = 4.4$  pixel)

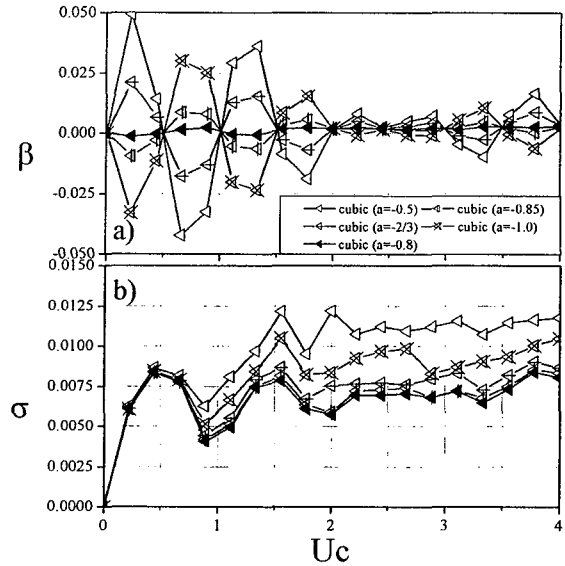


Fig. 12 Performance of the cubic interpolation for the shear flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

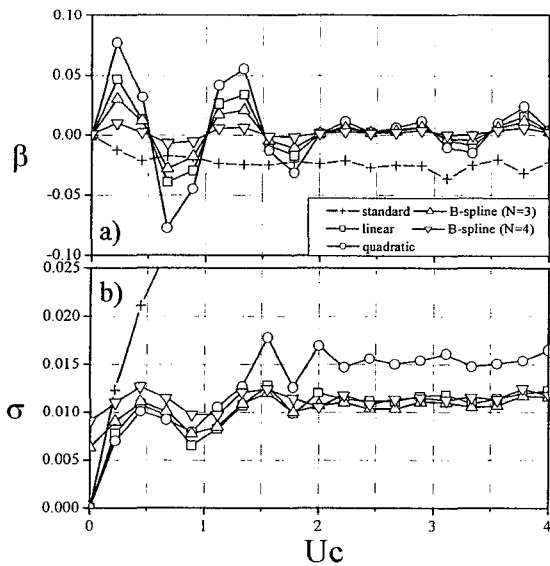


Fig. 11 Performances of the linear, quadratic, and B-spline interpolations for the shear flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

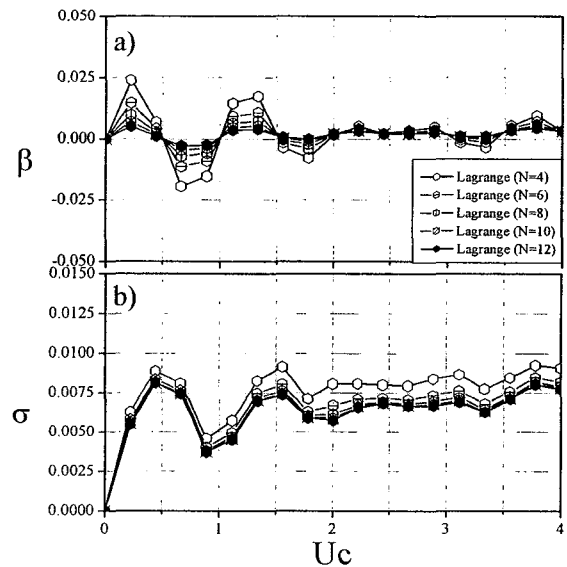


Fig. 13 Performance of the Lagrange interpolation for the shear flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

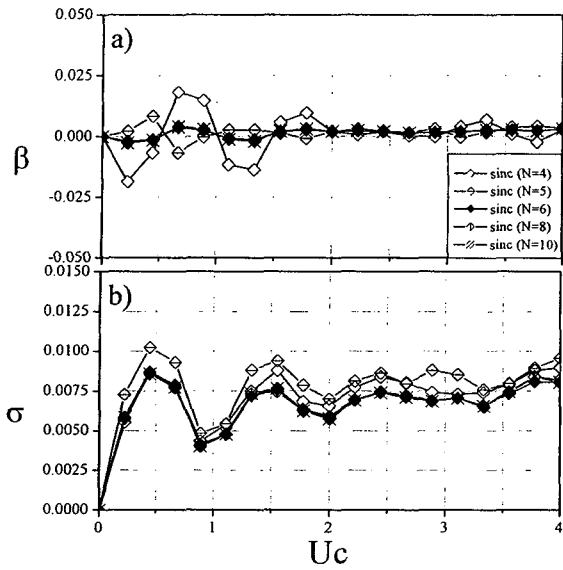


Fig. 14 Performance of the sinc interpolation for the shear flow ( $d_p = 2.2$  pixel)

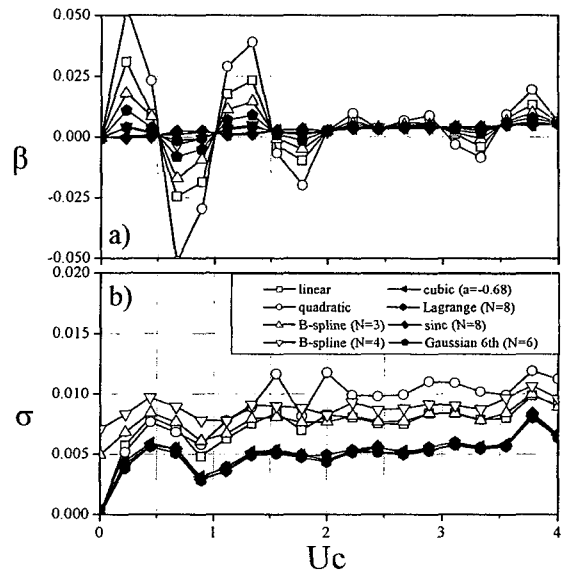


Fig. 16 Comparison of the best performance for each interpolation for the shear flow ( $d_p = 3.3$  pixel)

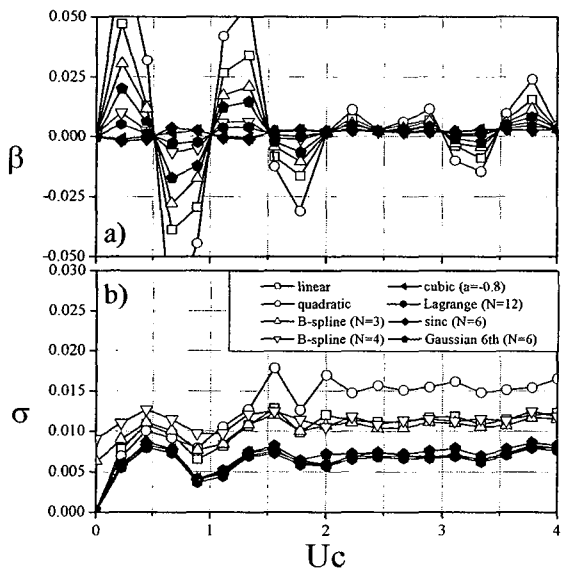


Fig. 15 Comparison of the best performance for each interpolation for the shear flow in Fig. 11~14 ( $d_p = 2.2$  pixel)

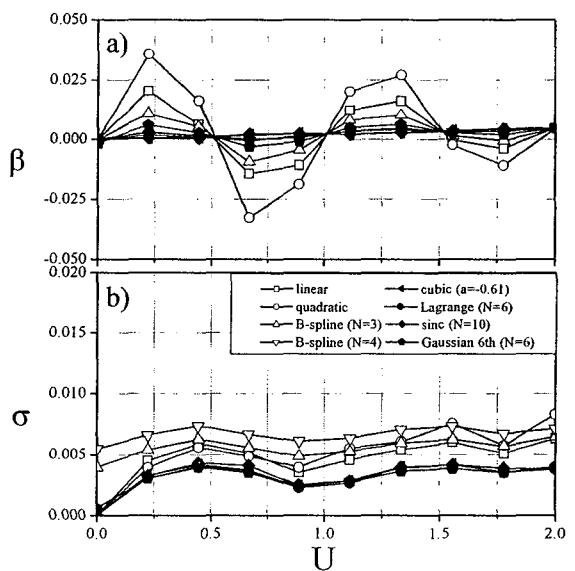


Fig. 17 Comparison of the best performance for each interpolation for the shear flow ( $d_p = 4.4$  pixel)

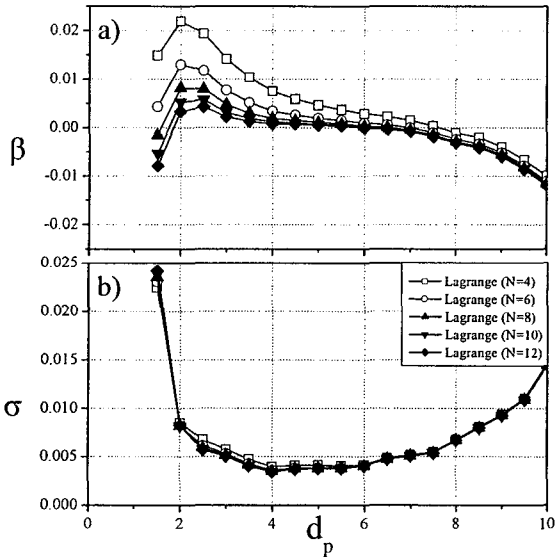


Fig. 18 Effects of particle diameter for the Lagrange interpolation: the mean and random errors for the uniform flow with  $U=1.25$  pixel

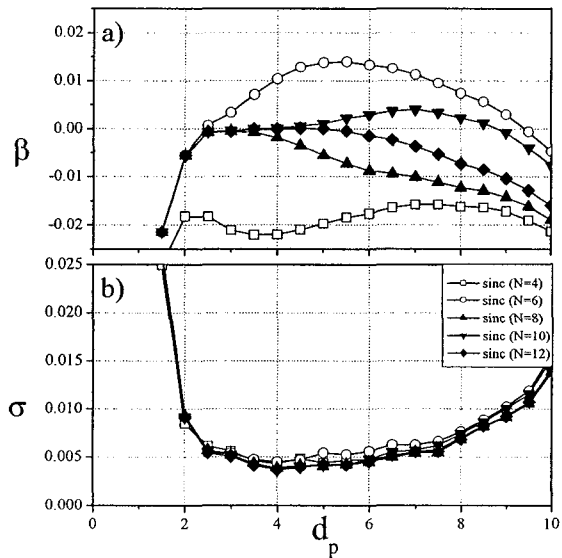


Fig. 19 Effects of particle diameter for the sinc interpolation: the mean and random errors for the uniform flow with  $U=1.25$  pixel