

# 적응형 알고리즘에 의한 레이저 간섭계의 비선형성 오차 보정†

## Nonlinearity compensation for laser interferometer using adaptive algorithm

이우람(\*), 홍민석(\*\*), 최인성(\*\*\*), 유관호(\*\*\*\*)

Woo-Ram Lee, Min-Suk Hong, In-Sung Choi, Kwan-Ho You

**Abstract** - Because of its long measurement range and ultra-precise resolution, the heterodyne laser interferometer systems are very common in various industry area such as semiconductor manufacturing. However the periodical nonlinearity property caused from frequency mixing is an obstacle to improve the high measurement accuracy in nanometer scale. In this paper to minimize the effect of nonlinearity, we propose an adaptive nonlinearity compensation algorithm. We first compute compensation parameters using least square (LS) with the capacitance displacement sensor as a reference input. We then update the parameters with recursive LS (RLS) while the values are optimized to modify the elliptical phase into circular one. Through comparison with some experimental results of laser system, we demonstrate the effectiveness of our proposed algorithm.

**Key Words** :Nonlinearity, laser interferometer, adaptive compensation, capacitive displacement sensor

### 1. 서론

수 미터에서부터 수 나노미터에 이르는 넓은 측정범위와 거의 무한대의 분해능 등의 장점으로 인해 레이저 간섭계는 산업, 장비, 실험과 같은 다양한 분야에서 위치(길이)측정 방식으로 널리 사용되고 있다.[1] 하지만 레이저 간섭계를 이용한 초정밀 길이 측정을 위해 고려해야 할 몇 가지 조건들이 있다. 레이저 간섭계의 주된 문제는 레이저 헤드의 안정화, 정확한 레이저 간섭계의 설치이다. 만약 여기서 이러한 요소들이 충분히 만족된다고 본다면, 레이저 간섭계의 정밀도에 영향을 미치는 것은 잡음과 비선형성이다.[2] 잡음은 진동, 기온의 변화, 공기의 흐름과 같은 환경에 관련되어 있다. 이러한 환경에 의한 오차는 정밀 측정 센서를 사용하여 극복하고 있다. 또 다른 요인인 비선형성은 광학장비 자체에서 생기는 것이다. 그 원인으로는 레이저의 비직교성, 타원화와 편광분리기에서의 불완전한 분리를 들 수 있다.[3]

이러한 비선형성의 극복을 위해 비선형성 오차를 AWGN (Additive White Gaussian Noise)로 보고 칼만 필터를 이용하여 최소화시키는 방법, 레이저 간섭계의 두 출력값의 위상차와 곱을 이용하여 위상부호를 만드는 방법 등 지금까지 많은 연구들이 진행되어 왔다. 그러나 칼만 필터를 이용한 방법은 헤테로다인 간섭계의 경우 모델링 구축이 어렵고, 위

상부호를 이용한 방법은 너무 복잡하고 비싸서 실제 시스템으로 구현하기 어렵다. 본 논문에서는 정전용량센서를 이용하여 레이저 간섭계의 비선형성을 보정하는 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘은 적응성이 있다는 점에서 주목할 만하다.

제안된 제어기는 최적화 기법을 이용하여 헤테로다인 간섭계로부터 발생하는 비선형성 오차를 감소시킨다. 여기서 사용된 최적화 기법은 최소자승법(Least Square Method)과 반복최소자승법(RLS, recursive least square method)이다.

우선 정전용량센서의 출력을 기준신호로, 레이저 간섭계의 출력을 측정신호로 정한다. 두 신호를 이용해서 초기의 일정 시간동안 LS를 이용하여 보정 변수를 지정한다. 그리고 RLS를 이용한 보정 변수 갱신을 통해 최적의 보정 변수를 구한다. 이렇게 도출된 보정 변수를 사용하여 레이저 간섭계의 비선형성 오차를 최소화할 수 있다.

### 2. 본론

#### 2.1 헤테로다인 레이저 간섭계

헤테로다인 레이저 간섭계는 서로 주파수가 다르고, 직교 편광되는 두 광원을 사용한다. 레이저는 편광분리기를 통과 하면서 기준 신호(reference signal,  $A\omega_1$ )와 측정 신호(measurement signal,  $B\omega_2$ )의 두 빔으로 나누어져 각기 고정 반사경에 이동 반사경에 반사되어 다시 편광분리기를 통해 재결합된 후 검출기 A, B에서 수집된다. 이렇게 편광분리기를 통해 분리되고 재결합되는 과정에서 주파수 혼합이 발생한다. 즉, 고정된 기준 경로( $L_1$ )를 지나는 빔( $A\omega_1$ )에 주파수  $\omega_2$ 에 의한 성분인  $\beta\omega_2$ 가 혼합되고, 측정 경로( $L_2$ )에서는 주파수  $\omega_1$ 의 성분인  $\alpha\omega_1$ 이 혼합된다.[4] 그림 1은 주파수 혼합

#### 저자 소개

\* 準會員 : 成均館大學 電子電氣學科 碩士課程

\*\* 準會員 : 成均館大學 電子電氣學科 碩士課程

\*\*\* 準會員 : 成均館大學 電子電氣學科 碩士課程

\*\*\*\* 正會員 : 成均館大學 電子電氣學科 副教授 · 工博

† 본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구(R01-2004-000-10338-0(2005))지원으로 연구되었음.

을 고려한 헤테로다인 레이저 간섭계를 나타낸 것이다. 여기서  $\omega_1'$  와  $\omega_2'$  는 각각  $\omega_1$  과  $\omega_2$  에 도플러 효과를 고려한 주파수,  $A, B, \alpha$  그리고  $\beta$  는 진폭을 의미한다.

검출기 A와 B에서 발생되는 전기장의 세기는 각각 다음과 같다.[5]

$$\begin{aligned} E_{A1} &= (1/\sqrt{2}) A \exp[i(\omega_1 t + \Phi_A)] \\ E_{A2} &= (1/\sqrt{2}) B \exp[i(\omega_2 t + \Phi_B)] \\ E_{B1} &= A \exp[i(\omega_1 t + \Phi_A)] + \beta \exp[i(\omega_2 t + \Phi_B)] \\ E_{B2} &= B \exp[i(\omega_2' t + \Phi_B)] + \alpha \exp[i(\omega_1' t + \Phi_A)] \end{aligned} \quad (1)$$

$\Phi_A$  와  $\Phi_B$  는 초기 위상을 의미한다. 따라서 검출기 A와 B에서 발생되는 전기장의 세기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} I_r &\propto (E_{A1} + E_{A2})(E_{A1} + E_{A2})^* \\ &= \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + AB \cos[\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} I_m &\propto (E_{B1} + E_{B2})(E_{B1} + E_{B2})^* \\ &= \frac{1}{2}(A^2 + B^2 + \alpha^2 + \beta^2) + AB \cos[(\Delta\omega + \psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &\quad + A\beta \cos[\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] + B\alpha \cos[\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &\quad + A\alpha \cos[\psi t + (\Phi_A - \Phi_A)] + B\beta \cos[\psi t + (\Phi_B - \Phi_B)] \\ &\quad + \alpha\beta \cos[(\Delta\omega + \psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \end{aligned}$$

여기서  $\Delta\omega$  는 두 주파수의 차이  $\omega_2 - \omega_1$ ,  $\psi$  는 도플러 효과에 의한 주파수 차이( $\psi = \omega_2' - \omega_2 = \omega_1' - \omega_1$ )이다. 그리고  $\Delta\Phi = \psi t$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\Phi \approx \frac{4\pi n(L_2 - L_1)}{\lambda} = \frac{4\pi n\Delta L}{\lambda} \quad (3)$$

여기서  $\lambda$  는  $\omega_1$  과  $\omega_2$  의 평균 파장을 나타내고  $n$  은 굴절률(refractive index)을 의미한다.  $\Delta L$ 은 고정경로와 이동경로 사이의 차( $\Delta L = L_2 - L_1$ )이다. 식(3)을 통해서 위상과 거리와의 관계를 알 수 있다.

식 (2)에서  $I_m$ 의 DC 성분과 준 DC 성분을 분리하기 위해 고대역 통과필터를 사용한다. 그리고 비선형성을 고려할 때 무시할 수 있는 초기 위상  $\Phi_A, \Phi_B, \Phi_\alpha, \Phi_\beta$  를 생략하여 위상을 다시 표현하면 다음과 같이 표현 가능하다.

$$I_m \propto \cos(\Delta\omega t + \phi) + \Gamma_1 \cos(\Delta\omega t) + \Gamma_2 \cos(\Delta\omega t - \phi) \quad (4)$$

여기서  $\Gamma_1 = (A\beta + B\alpha)/(AB)$ ,  $\Gamma_2 = (\alpha\beta)/(AB)$ ,  $\phi = \psi t$  이다. 식 (4)에서 첫 번째 항을 제외한 두 번째 항( $\Gamma_1 \cos(\Delta\omega t)$ )과 세 번째 항( $\Gamma_2 \cos(\Delta\omega t - \phi)$ )은 비선형성 요소이다. 이 두 항으로 인해 일차위상오차(first order phase error)와 이차위상오차(second order phase error)가 발생하여 레이저 간섭계의 측정 길이가 왜곡된다.

식 (2)의  $I_r$  을  $0^\circ$  와  $90^\circ$  위상차(phase shift)하여  $I_m$  의 신호와 서로 곱해주면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I_m I_r &= \cos(\Delta\omega t) [AB \cos(\Delta\omega t + \phi) \\ &\quad + (A\beta + B\alpha) \cos(\Delta\omega t) + \alpha\beta \cos(\Delta\omega t - \phi)] \\ I_m I_r \exp(j\pi/2) &= \sin(\Delta\omega t) [AB \cos(\Delta\omega t + \phi) \\ &\quad + (A\beta + B\alpha) \cos(\Delta\omega t) + \alpha\beta \cos(\Delta\omega t - \phi)] \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 저대역 통과필터에 통과시켜 최종적으로  $I_x$ ,  $I_y$  를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{AB + \alpha\beta}{2} \cos \Phi + \frac{A\beta + \alpha B}{2} \\ I_y &= \frac{AB - \alpha\beta}{2} \sin \Phi \end{aligned} \quad (6)$$

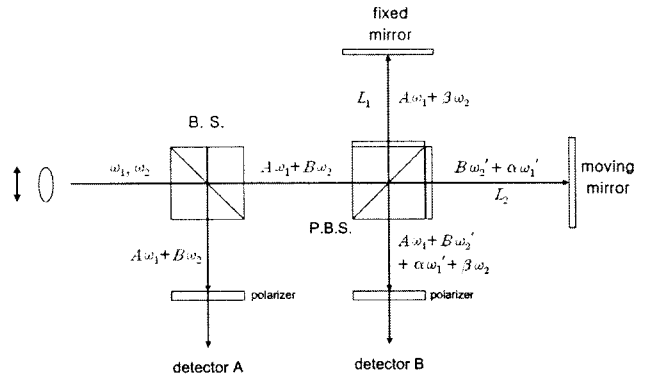


그림 1. 주파수 혼합을 고려한 헤테로다인 레이저 간섭계

## 2.2절 비선형성 보정 알고리즘

정전용량센서를 기준신호로 레이저 간섭계의 출력을 측정 신호로 두고 비선형성을 보정하는 방법에 대해 알아보도록 하자. 정전용량센서에서 측정된 거리  $L$ 을 위상  $\Phi$ 로 변환하기 위해 식 (3)을 이용한다.

$$I_x = \frac{AB}{2} \cos \Phi \quad (7)$$

$$I_y = \frac{AB}{2} \sin \Phi$$

레이저 출력값에 관한 일반적인 식은 다음과 같다.

$$\hat{I}_x = \frac{AB}{2} \cos \Phi' \quad (8)$$

$$\hat{I}_y = \frac{AB}{2} \sin \Phi'$$

여기서  $\Phi'$  은 레이저에서 측정된 위상이다. 이것을 정전용량 센서의 위상  $\Phi$ 에 관한 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{I}_x = \frac{AB + \alpha\beta}{2} \cos \Phi + \frac{A\beta + \alpha B}{2} = a \cos \Phi + h \quad (9)$$

$$\hat{I}_y = \frac{AB - \alpha\beta}{2} \sin \Phi = b \sin \Phi$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 비선형성을 나타내는 변수이다. 최적 상태라면  $\hat{I}_x$ 와  $\hat{I}_y$ 는  $AB/2$ 를 반지름으로 갖는 원을 그려야 한다. 하지만 식 (9)에서 볼 수 있듯이 비선형성 오차로 인해 타원의 형태를 가지게 된다. 만일 타원상의 점을 원으로 옮길 수 있는 특정한 보정변수를 찾는다면 비선형성을 보정할 수 있을 것이다.

보정변수  $a, b, h$ 를 찾기 위해 최적화기법인 LS와 RLS를 사용한다. 먼저 정해진 상수  $N$  개의 자료를 이용하여 LS를 적용한다.

$$\begin{aligned} Ax &= c \\ x &= (A^T A)^{-1} A^T c \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $c = [\hat{I}_x \ \hat{I}_y]^T$ ,  $A = [\cos \Phi \ 1]$  또는  $[\sin \Phi \ 1]$  그리고  $x = [a \ b]^T$  또는  $[h]$ 이다. 이렇게 구해진 보정변수  $a, b, h$ 는 최종적으로 정해진 값이 아니다. 초기의  $N$  개의 자료에 의한 보정변수이기 때문에 최적의 보정변수가 아닐 가능성이 있기

때문에 새로운 M 개의 자료를 RLS에 사용해서 최적의 보정변수를 구하도록 한다.  $P_k^{-1} = A^T A$ 와 LS에서 얻은 보정변수  $x$ 를 RLS에 적용시킨다.

$$P_{k+1} = P_k - P_k A_{k+1}^T (I + A_{k+1} P_k A_{k+1}^T)^{-1} A_{k+1} P_k \quad (11)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + P_{k+1} A_{k+1}^T (b^{(k+1)} - A_{k+1} x^{(k)})$$

식 (14)에서 새로운 보정 변수  $a, b, h$ 를 찾아낸다. 이 새로운 보정변수( $a_1, b_1, c_1$ )와 이전의 보정변수( $a_2, b_2, c_2$ )를 비교하여 일정한 경계값보다 작아질 때까지 RLS로 보정변수를 갱신하는 작업을 수행한다.

$$\sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (h_1 - h_2)^2} < \epsilon \quad (12)$$

구해진 최적의 보정변수  $a, b, h$ 를 이용해서 타원 위의 점  $\hat{I}_x$ 와  $\hat{I}_y$ 를 원에 위치한  $I_x^*$ 와  $I_y^*$ 로 옮길 수 있다.

$$I_x^* = \frac{\hat{I}_x - h}{2a} AB \quad (13)$$

$$I_y^* = \frac{\hat{I}_y}{2b} AB$$

이렇게 구해진  $I_x^*$ 와  $I_y^*$ 를 이용해서 보정된 위상인  $\Phi^*$ 를 유도할 수 있다.

$$\Phi^* = \tan^{-1} \left( \frac{I_y^*}{I_x^*} \right) \quad (14)$$

마지막으로 유도된 위상  $\Phi^*$ 를 사용하여 보정된 측정거리  $L^*$ 를 구한다.

$$L^* = \frac{\Phi^* \lambda}{4\pi n} \quad (15)$$

### 3. 실험결과

이 장에서는 실험을 통해 제안된 보정 알고리즘의 효과를 증명할 것이다. 실험에서 사용된  $\omega_A, \omega_B$ 의 진폭 A, B는 1 (V), 굴절률  $n$ 은 1.0000026654516, 그리고 평균파장( $\lambda$ )는 0.6329912( $\mu\text{m}$ )이다. 경계값  $\epsilon$ 는 0.01이고,  $N$ 은 50,  $M$ 은 5로 실험하였다. 원래의 레이저 간섭계의 출력 신호와 보정된 출력 신호의 성능을 비교함으로써 보정 알고리즘의 우수성을 증명한다. 보다 명확하게 보정 알고리즘의 성능을 알아보기 위해 정진용량센서를 기준으로 하여 보정 전후를 비교하였다.

그림 2는 헤테로다인 레이저 간섭계에 제안된 적응형 보정 알고리즘을 적용한 결과를 나타낸 것이다. 나노 단위의 위치 이동이 가능한 압전변환기(piezoelectric transducer)를 이용하여 50nm, 150nm 두 고정 위치로 움직이는 스테이지를 구성하여 그 위치를 측정 한 결과이다. 실선은 정진용량센서, 점선은 레이저 간섭계 그리고 굵은 실선은 보정된 레이저 간섭계의 측정값을 의미한다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 최적의 보정 변수를 구해서 보정을 시작한 이후에는 출력 신호의 출력임이 감소하였다. 또한 출력 신호의 최고점이 현저하게 낮아지는 것을 볼 때 적응성 보정 알고리즘이 결과값을 개선하는데 큰 효과가 있음을 알 수 있다.

### 4. 결론

헤테로다인 레이저 간섭계를 이용하여 초정밀 위치 측정을 하려고 할 때, 광학기기 자체의 불완전함에서 발생하는 비선

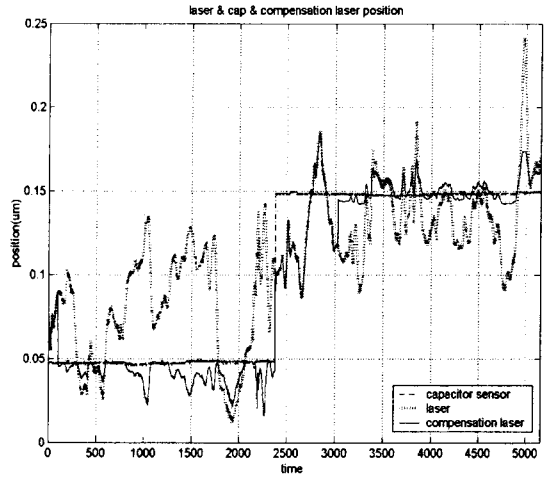


그림 2. 보정 알고리즘을 이용한 실험 결과

형성 오차는 가장 큰 제한요소 중 하나다. 본 논문을 통해 LS와 RLS라는 최적화 기법을 도입한 새로운 비선형성 오차 보정 알고리즘을 제안하였다. LS를 이용하여 초기 보정 변수를 구하고, 이후에 들어오는 새로운 자료들을 RLS에 적용하여 최적의 보정 변수를 구하는 방법은 적은 자료와 시간으로 높은 보상효과를 얻을 수 있다. 제안된 알고리즘의 성과와 효과를 알아보기 위해 실험을 하였다. 비선형성이 포함된 레이저 간섭계의 측정 결과와 제안된 보정 알고리즘을 적용한 레이저 간섭계의 측정 결과를 비교해 보았을 때, 보정 알고리즘을 적용한 것이 원래의 시스템보다 좋은 성능을 나타내며, 불안정한 레이저 측정 결과를 현저히 개선시킨다는 것을 알 수 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] Eom, T. B. and Kim, J. Y. and Jeong, K. W., "The dynamic compensation of nonlinearity in a homodyne laser interferometer". Meas. Sci. Technol., 2001
- [2] Rosenbluth, A. E. and Bobroff, N. "Optical sources of nonlinearity in heterodyne interferometer" Precision Eng. 12, pp. 7-11, 1990
- [3] Wu, C. M. and Su, C. S., and Peng, G. S., "Correction of nonlinearity in one-frequency optical interferometry" Meas. Sci. Technol. 7, pp. 520-524, 1996
- [4] Augustyn, W. and Davis, P. "An analysis of polarization mixing errors in distance measuring interferometers" J. Vac. Sci. Technol. B 8, pp. 2032-2036, 1990
- [5] Wu, C. M. and Su, C. S. "Nonlinearity in measurements of length by optical interferometer", Meas. Sci. Technol., 7, pp. 62-68, 1996