

# 수정한 전압방정식을 이용한 발전기의 입출력 귀환선형화 제어기 설계

## Input-Output Feedback Linearizing Controller Design of a Power System Using a Modified Voltage Equation

김석균\*, 윤태웅\*\*  
(Seok-Kyoon Kim, Tae-Woong Yoon)

**Abstract** - This paper presents a SISO nonlinear controller for the power system consisting of a synchronous generator connected to an infinite bus. The proposed controller is based on input-output feedback linearization, with a modified version of the terminal voltage equation used as the output. The resulting closed-loop has no internal dynamics, and thus stability is guaranteed. The controller performance is seen to be effective through simulations.

**Key Words:** feedback linearization, modified terminal voltage equation, terminal voltage regulation, frequency regulation

### 1장. 서 론

전력시스템에서 부하의 변동이나 장애(fault)에 대해서도 안정한 전력을 공급하는 제어기 설계는 필수적이다. 기존 방식 중에서 AVR(Automatic Voltage Regulator)과 PSS(Power System Stabilization)을 사용한 방법은 동작점 부근에서 선형화하여 해석한 방법으로 큰 규모의 외란에 대해서는 만족한 성능을 발휘하기 어렵다 [1],[5]. 따라서 비선형성을 고려할 필요가 있는데, 그러한 연구 중에서 귀환 선형화를 통해 전력계통을 선형 형태로 만들고 제어기를 설계한 논문이 있었다. 그러나 많은 논문에서 실제로 알 수 없는 위상각의 기준값을 사용하고 있다는 문제가 있다[3],[4].

비선형성을 고려한 다른 방법으로 입출력 귀환 선형화 제어기가 있다 [2],[6]. 이러한 연구 중에서 전압을 출력으로 보고 입출력 귀환 선형화를 한 연구결과는 위상각과 주파수에서 진동이 오래간다는 단점이 있으며, 전압과 주파수 혹은 주파수의 적분의 합을 출력으로 보고 입출력 귀환 선형화를 한 연구결과는 내부 동특성의 안정성 문제를 지역적으로만 해석한 문제점이 있다.

본 논문에서는 수정한 전압 방정식을 출력으로 보고 입출력 귀환 선형화 제어기를 설계하여, 내부 동특성 문제없이 위상각과 주파수의 진동을 억제하며 단자전압이 원하는 동작점으로 수렴함을 보인다.

---

### 저자 소개

- \* 정회원 : 고려대학교 전기공학과 석,박사 통합과정  
skkim@adaptive.korea.ac.kr
- \*\* 정회원 : 고려대학교 전기전자전과공학부 교수, 공학박사  
twy@korea.ac.kr

### 2장. 전력시스템의 수학적 모델

이 절에서는 전력계통의 동특성에 대하여 기술한다. 일반적인 1기 무한모션은 다음과 같은 방정식으로 표현된다 [1],[5].

#### 2.1절 기계적 방정식(Mechanical Equations)

발전기의 기계적 동특성은 다음의 스윙 방정식(swing equation)으로 표현된다.

$$\dot{\delta}(t) = \omega(t) \quad (1)$$

$$\dot{\omega}(t) = -\frac{D}{2H}\omega(t) + \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e(t)) \quad (2)$$

여기서  $\delta(t)$   $\omega(t)$ 는 발전기의 위상각과 주파수를 나타낸다. 그리고  $P_m$ 은 기계적 입력으로 상수로 가정한다.

$P_e(t)$ 는 전기적인 출력으로서 발전기의 유효전력을 나타낸다. 또한  $\omega_0$ 는 동기속도,  $D$ 는 제동계수,  $H$ 는 관성계수이다.

#### 2.2절 전기적 방정식(Electrical Equations)

$$\dot{E}_q(t) = -\frac{1}{T_{d0}}E_q(t) + \frac{(x_d - x'_d)V_s}{x'_{ds}}\omega(t)\sin\delta(t) + \frac{k_c}{T_{d0}}u_f(t) \quad (3)$$

발전기의 유효전력은 다음과 같다.

$$P_e(t) = \frac{V_s}{x_{ds}}E_q(t)\sin\delta(t) \quad (4)$$

여기서  $E_q(t)$ 는 발전기의 횡축(q-axis) 기전력이고  $u_f(t)$ 는 여자기 제어입력이다. 또한  $x_d$ 는 직축 리액턴스,  $x'_d$ 는 직축의 과도 리액턴스,  $T'_{d0}$ 은 직축의 과도 단락회로 시정수,  $x_{ds}, x'_{ds}$ 는 각각 발전기 전원부에서 무한모션까지의 총 리액턴스와 과도 리액턴스를 나타내며,  $k_c$ 는 여자기의 이득을 나타낸다.

발전기의 출력은 발전기의 단자전압으로서 다음과 같이 표현된다.[7]

$$V_t(t) = \frac{1}{x_{ds}} \sqrt{x_s^2 E_q(t)^2 + x_d^2 V_s^2 + 2x_d x_s V_s E_q(t) \cos \delta(t)} \\ = \sqrt{\left(\frac{x_s}{V_s} P_e(t)\right)^2 + \left(\frac{x_s}{V_s} P_e(t) \cot \delta(t) + \frac{x_d}{x_{ds}} V_s\right)^2} \quad (5)$$

### 2.3절 전압방정식 수정

출력을 전압방정식 (5)로 보고 입출력 귀환 선형화 제어기를 설계하면, 상대차수가 1이 되어 2차의 내부 동특성이 존재하는 문제점이 있다. 그래서 본 연구에서는 내부 동특성이 없으면서 전압을 원하는 동작점으로 수렴시키는 입출력 귀환 선형화 제어기를 설계하기 위해서 (5)를 다음과 같이 수정한다.

$$\bar{V}_t(t) := V_t(t)|_{P_e(t)=P_m} \\ = \sqrt{\left(\frac{x_s}{V_s} P_m\right)^2 + \left(\frac{x_s}{V_s} P_m \cot \delta(t) + \frac{x_d}{x_{ds}} V_s\right)^2} \quad (6)$$

$P_e(t)$  혹은  $E_q(t)$ 는 1번 미분하면 출력이 나오기 때문에 이를 피하기 위해 (5)에서  $P_e(t)$  대신 상수  $P_m$ 을 대입하게 되면  $\bar{V}_t(t)$ 는  $\delta(t)$ 의 함수가 되어 3번 미분해야 출력이 나오게 된다. 그러므로 수정한 전압방정식 (6)을 이용해 입출력 귀환 선형화 제어기를 설계하면 내부동특성 문제가 없게 된다. 또한  $\bar{V}_t(t)$ 와  $V_t(t)$ 의 정상상태가 같으므로  $\bar{V}_t(t)$ 를 원하는 정상상태로 수렴시키면  $V_t(t)$ 를 정상상태로 수렴시키는 결과가 된다.

식(1)~(3)을 상태방정식, 식(6)을 이용해서 출력방정식으로 설정하면 아래와 같은 상태 공간 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (7)$$

$$y = h(x) \quad (8)$$

여기서

$$x = \begin{bmatrix} \delta \\ \omega \\ E_q \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ -\frac{D}{2H}\omega + \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e) \\ -\frac{1}{T_{d0}}E_q + \frac{(x_d - x'_d)}{x'_{ds}} V_s \omega \sin \delta \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_c}{T_{d0}} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \bar{V}_t^2 - V_{ref}^2, \quad u = u_f$$

### 3장. 입출력 귀환 제어기 설계

#### 3.1절 입출력 귀환 선형화 제어기 설계

입출력 귀환 선형화 제어기를 설계하기 위해 위의 출력을 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{y} = L_f h(x) \quad (9)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) \quad (10)$$

$$y^{(3)} = L_f^3 h(x) + L_g L_f^2 h(x)u \quad (11)$$

(8)~(10)을 다음과 같이 새로운 상태변수로 정의한다.

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (12)$$

(12)를 미분하여 다음과 같은 새로운 상태 방정식을 얻는다.

$$\dot{z} = f(z) + g(z)u \quad (13)$$

$$f(z) = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ L_f^3 h(x) \end{bmatrix}, \quad g(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_g L_f^2 h(x) \end{bmatrix}$$

제어입력  $u(t)$ 를 다음과 같이 정한다.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^2 h(x)} (-L_f^3 h(x) - k_1 z_3 - k_2 z_2 - k_3 z_1) \quad (14)$$

(13)에 위의 제어입력(14)을 포함한 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{z} = Az \quad (15)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 \end{bmatrix}$$

정리: 전력계통(1)~(5)과 제어기(14)로 이루어진 제어 시스템(15)에서  $k_1, k_2, k_3$ 를 행렬  $A$ 가 Hurwitz하게 정하면,  $V_t, P_e$ 도 각각  $V_{ref}, P_m$ 으로 수렴한다.

증명:

행렬  $A$ 가 Hurwitz 하면,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{y} = 0 \quad \text{임을 알 수 있으며}$$

이것은

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta = \delta_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\omega} = 0 \quad (16)$$

을 의미한다.

(16)은  $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{V}_t^2 = V_{ref}^2$  을 의미하며  $V_t$ 의 정상상태와  $\bar{V}_t$ 의 정상상태가 같으므로  $\lim_{t \rightarrow \infty} V_t^2 = V_{ref}^2$  이다.

그리고  $V_t$ 는 양의 값만 가질 수 있으므로  $\lim_{t \rightarrow \infty} V_t = V_{ref}$ 이다.

또한 (16)은  $\lim_{t \rightarrow \infty} P_e = P_m$ 을 뜻한다.

#### 4장. 모의 실험

무한모션에 연결된 동기발전기가 정상상태에서 가동 중 0.5초에 지락과 같은 장해가 발생하여 0.75초에 차단기가 작동하고 1초에 복구되었다. 여기서 사용된 동기기기의 초기 리액턴스 및 파라미터는 표1과 같다[6]. 또한 초기값은  $\delta_0 = 70.1^\circ$ ,  $V_{ref} = 1$ , 그리고  $P_m = 0.9$  이고, 제어기 파라미터는 극점을  $-10$ 에 중근을 가지도록 정하면  $k_1 = 30$ ,  $k_2 = 300$ ,  $k_3 = 1000$  이다.

|            |         |       |       |       |        |
|------------|---------|-------|-------|-------|--------|
| $\omega_0$ | 314.159 | $k_c$ | 1     | $x_L$ | 0.4853 |
| $T$        | 6.9     | $x_d$ | 1.863 | $T_g$ | 0.4    |
| $D$        | 5.0     | $x_d$ | 0.257 |       |        |
| $H$        | 4.0     | $x_T$ | 0.127 |       |        |

표1 동기기의 초기 리액턴스 및 파라미터

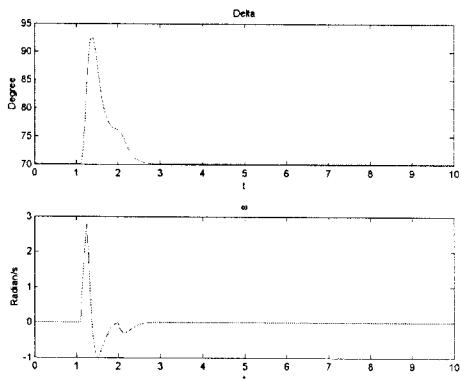


그림1 위상각(상)과 주파수(하)

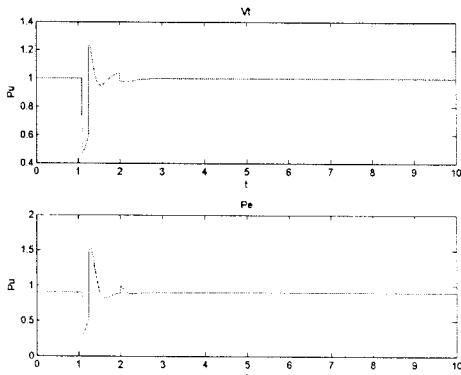


그림2 단자전압(상)과 유효전력(하)

그림 1과 2는 일시적인 장해일 때의 발전기의 위상각과 주파수 단자전압 그리고 유효전력을 나타낸다. 모의실험 결과로부터 제안된 제어기가 과도상태에서도 안정도를 유지하고, 사고 발생 후 단자전압은 1.0 [pu]로 수렴되고 발전기 위상각은 동작점으로 점차 수렴해 가고 있다.

#### 참 고 문 헌

- [1] P. Kunder "Power system stability and control", McGraw Hill, Inc. 1994
- [2] R. Marino, "Nonlinear Control Design", Prentice Hall, 1999
- [3] R. Marino, "An example of a nonlinear regulator", IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-29, No.3, pp 276-279, March 1984
- [4] O. Akhrif, F. Okou, L. Dessaing, and R. Champagne, "Application of a Multivariable feedback linearization scheme for rotor angle stability and voltage regulation for power system" IEEE Transaction on Power System Vol. 14, No.2, pp 620-628, May 1999
- [5] Y. Wang, D. Hill, R. Middleton, and L. Gao, "Transient stability enhancement and voltage regulation of power system" IEEE Transaction on Power System, Vol. 8, No.2, pp 620-627, May 1992
- [6] D.-K. Lee, T.-W. Yoon, B. Lee and G.T. Park, "Adaptive nonlinear control of a power system", In proceedings of the IEEE Conference on Control application , pp 1240-1244, Italy, 1998
- [7] Gilney Damm, Riccardo Marino, and Francoise Lamnabhi-Lagarrigue "Adaptive nonlinear output feedback for transient stabilization and voltage regulation of power generators with unknown parameters", In Int. J. Robust Nonlinear Control, pp 833-855, 2004