

# Chua다이오드의 비선형제어

## Nonlinear Control of Chua's Diode

임소영<sup>1</sup>, 이호진<sup>1</sup>, 이정국<sup>1</sup>, 김성열<sup>2</sup>, 이금원<sup>3</sup>, 이준모<sup>3</sup>

So-Young Lim<sup>1</sup>, Ho-Jin Lee<sup>1</sup>, Jung-Kook Lee<sup>1</sup>, Seung-Roual Kim<sup>2</sup>, Keum-Won Lee<sup>3</sup> and Jun-Mo Lee<sup>3</sup>

**Abstract** - The paper treats the nonlinear robust control of Chua's circuit having Chua's diode as an element based on the internal model principle. The Chua's diode has unknown nonlinear parameters and the circuit parameters are also assumed unknown. Nonlinear regulator equations are established to obtain 3-fold equilibrium equations on which the output error is zero. Also an internal model of the 3-fold exosystem is constructed for obtaining the control law. Pole Placement method is used for obtaining the feedback control law.

Simulation results are presented for tracking the sinusoidal and constant reference input signal. Asymptotic trajectory control and the suppression of chaotic motion in spite of uncertainties in the system are accomplished.

**Key Words** : Chua's diode, chaos, nonlinear regulator, pole placement, internal model, exosystem

### 1. 서론

비선형회로의 선형화의 한계를 극복하기 위해서 순수한 비선형제어를 실현한다. Chua다이오드를 선택하는데, 이 다이오드는 인가전압에 대해 다항식으로 표현되는 비선형적인 전류가 흐른다. Chua다이오드가 들어가 있는 Chua회로를 제어 대상으로 한다. 일반적으로 비선형성을 동반하는 chaos문제를 풀기 위해서는 Li등은 시변파라미터를 갖는 건설적용제어 시스템을 제안하였고<sup>1</sup>, Kuang등은 특이 자코비안 행렬을 이용하여 비선형시스템을 제어하였고<sup>2</sup>, Jayram등은 Riccati방정식을 사용하여 준최적제어를 구현하였다<sup>3</sup>. Zhang등은 impulsive control을 이용하여 Lu시스템의 안정화를 위한 충분조건을 유도하였고<sup>4</sup>, Lu등은 적응귀환동기화를 고려하였다<sup>5</sup>. Tian은 제약조건을 갖는 제어입력을 이용하여 chaos제어 문제를 다루었고<sup>6</sup>, Chang등은 적응PID제어를 chaos시스템제어에 사용하였다<sup>7</sup>.

본 논문에서는 비선형성을 갖는 Chua다이오드회로의 chaos제어를 위해서 우선 기준입력으로부터 기준입력발생기 exosystem을 설정하고, 이를 이용하여 래글레이터방정식을 유도한다. 제어를 구하기 위해서 3-fold exosystem의 내부 모델을 정의한 후, 내부모델 방정식을 유도한다. 이 모델의 최소실현을 위한 동적시스템을 구하고, 아울러 기존의 시스템 방정식에 확장한다. 확장된 시스템의 제어가능성을 검토하고, 제어를 최적제어등의 방법으로 구한다.

그림 1과 같이 Chua 다이오드가 들어간 회로 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{c_1} &= C_1^{-1}[R^{-1}(V_{c_2} - V_{c_1}) - I_R] \\ \dot{V}_{c_2} &= C_2^{-1}[-R^{-1}(V_{c_2} - V_{c_1}) + I_L] \\ \dot{I}_L &= L^{-1}[-V_{c_2} - R_0 I_L + u] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $V_{c_1}$ 과  $V_{c_2}$ 는 각각 마디전압이며,  $V_R$ 은 Chua다이오드 양단전압,  $I_R$ 과  $I_L$ 은 각각 다이오드 및 인덕터전류이다.

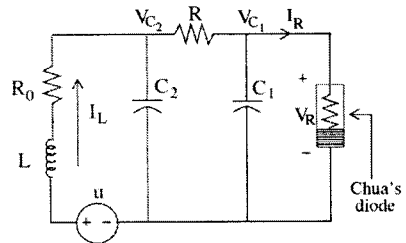


그림 1 Chua 회로

### 2. Chua 회로

한편 Chua 다이오드는

$$I_R = a_0 + a_1 V_{c_1} + a_2 V_{c_1}^2 + a_3 V_{c_1}^3 \quad (2)$$

와 같은 인가전압에 대해서 비선형성을 가지고 있다. 또 위 식에 대해서  $x = (V_{c_1}, V_{c_2}, I_L)^T$ 로 상태를 정의하여 상태방정식

저자 소개

- 1 임소영, 이호진, 이정국 : 관동대학 전자정보통신공학부 대학원생
- 2 김성열: 관동대학 전자정보통신공학부 시간강사
- 3 이금원, 이준모: 관동대학 전자정보통신공학부 교수

으로 표시하면

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(w)x + B(w)u + E \cdot n_1(x_1, w) \equiv f(x, w) + B(w)u + Ev_1 \\ y &= x_1 = V_{\alpha} \equiv H_1 x, H_1 = [1, 0, 0] \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 미지 파라미터로 구성된 벡터를

$$w = [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{33}, L^{-1}, C_1^{-1} a_2, C_1^{-1} a_3]^T = (w^* + \tilde{w}) \in R^{10} \quad (4)$$

를 정의한다. 또 정현파 및 상수 기준입력 추종제어를 실현하기 위해서 다음과 같은 각주파수  $\omega$ 의 정현파 및 상수의 기준입력발생기를 정의하는데, 이를 exosystem이라고 한다.

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \\ 0 & \omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

이때 제어기는 다음과 같이 둔다.

$$\begin{aligned} u(t) &= f_1(x(t), z(t)) \\ \dot{z}(t) &= f_2(z(t), e(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

### 3. 비선형 제어기 설계

#### 3.1 레귤레이터 방정식

미지 파라미터가 포함된 시스템방정식에 대해서 건설 레귤레이터문제를 풀고자 한다. 추종오차가 0이 되도록 등가 manifold를 만들어서 레귤레이터 방정식의 해를 구한다<sup>8,9</sup>. 한편 비선형 레귤레이터 방정식은 (6)식을 이용하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial X(v, w)}{\partial v} A_1 v &= f(X(v, w), w) + B(w)U(v, w) + Ev_1 \quad (7) \\ X_1(v, w) - v_2 &= 0 \\ \frac{\partial Z(v, w)}{\partial v} A_1 v &= f_2(Z(v, w), 0) \\ U(v, w) &= f_1(X(v, w), Z(v, w)) \end{aligned}$$

또 시스템 방정식으로부터는 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} X_1(v) &= v_2 \quad (8) \\ \frac{\partial X_1(v)}{\partial v} A_1 v &= a_{11}X_1(v) + a_{12}X_2(v, w) + n_1(X_1, w) + v_1 \\ \frac{\partial X_2(v, w)}{\partial v} A_1 v &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 \\ \frac{\partial X_3(v, w)}{\partial v} A_1 v &= a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + L^{-1}U(v, w) \end{aligned}$$

한편 이 식들은 미지파라미터  $w$ 의 함수이므로 제어기실현이 불가능하다.

#### 3.2 내부 모델을 이용한 제어기 설계

3-fold exosystem의 내부 모델구조는<sup>8</sup>

$$\begin{aligned} v^{[1]} &= (v_1, v_2, v_3)^T \quad (9) \\ v^{[2]} &= (v_1^2, v_1 v_2, v_1 v_3, v_2^2, v_2 v_3, v_3^2)^T \in R^6 \\ v^{[3]} &= (v_1^3, v_1^2 v_2, v_1 v_3, v_1 v_2 v_3, v_1 v_3^2, v_2^3, v_2^2 v_3, v_2 v_3^2, v_3^3) \in R^{10} \end{aligned}$$

라 두고,  $v_{3f} = (v^{[1]}, v^{[2]}, v^{[3]})^T$ 를 정의한 후 미분하면

$$\frac{\partial v_{3f}}{\partial t} = A_{3f} v_{3f} \quad (10)$$

를 얻는다. 또 (10)식을 최소실현하는 다항식을 구하면

$$s(s^2 + \omega^2)(s^2 + (2\omega)^2)(s^2 + (3\omega)^2) \quad (11)$$

이다. 따라서 2-fold exosystem의 내부모델은

$$\dot{z} = G_1 z + G_2(x_1 - y_r) \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} G_1 &= \text{diag}\left(0, \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2\omega \\ -2\omega & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3\omega \\ -3\omega & 0 \end{pmatrix}\right) \\ G_2 &= (1, 0, 1, 0, 1, 0, 1)^T \end{aligned} \quad (13)$$

로 두며 이  $(G_1, G_2)$ 쌍은 가제어성 조건을 만족한다.

#### 3.3 안정화 제어기

(3)식과 (12)식을 확장하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A(w) & 0 \\ G_2 H_1 & G_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(w) \\ 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} E n_1 \\ -G_1 H_2 v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} v_1 \quad (14) \\ &\equiv A_s x_s + B_s u \end{aligned}$$

식 (13)과 같이 선택하면 이 확장시스템은 역시 가제어성 조건을 만족함을 알 수 있다. 본 논문에서는 극배치법에 따라 안정화제어기를 구한다.

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 검토

Chua 다이오드가 들어간 회로의 시뮬레이션을 위한 파라미터는  $C_1 = 0.1F, C_2 = 1.0F, R_1 = 1\Omega, R_0 = 0, L = 0.07H$ 로 한다. Chua 다이오드의 파라미터는 기존의 참고문헌들과 같이  $(a_0, a_1, a_2, a_3) = (-0.01, -8/7, -0.01, 2/7)$ 로 둔다. 초기조건은  $V_{\alpha} = 0.442006, V_{\alpha} = -0.213984, I_L = -0.90913$ 으로 한다. 그림 2는 제어가 인가되지 않은 chaos특성을 나타내는 개방회로 응답이다. 추종하고자 하는 정현파는  $y_r(t) = 2\sin 2t$ 이다. 한편 극배치를 적용하기 위해서 요구되는 극으로는

(-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8,-9,-10)

를 선택한다. Chua회로의 파라미터는 미정이어서 시뮬레이션에서는 공칭값에서 25% 증가 또는 감소했다고 가정한다. 이러한 불확실성에도 불구하고 그림 3에서 +25%증가의 경우에도 정현파추종이 잘 이루어짐을 알 수 있다. 그림 4는 25%의 불확실성이 있는 경우에 상수추종의 결과를 보여주고 있다. 그림 3는 크기 2의 상수를 추종하는 응답을 보여주고 있다. 역시 50초이후에 수렴됨을 알 수 있다. 본 시뮬레이션에서는 요구되는 극을 위와 같이 설정하였으나, 실제로 파라미터 섭동이 일어났을 경우에는 위의 값으로 유지는 되지 않으나 안정한 고유치를 페루프가 가짐을 알 수 있다.

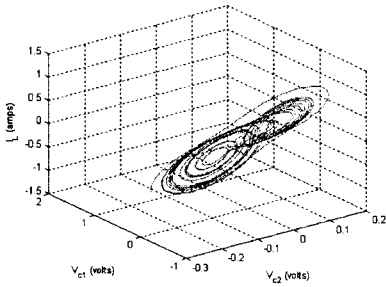


그림 2 개방회로 응답

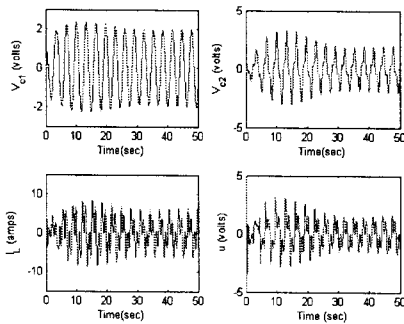


그림 3 정현파 추종제어 : +25% 파라미터 변화

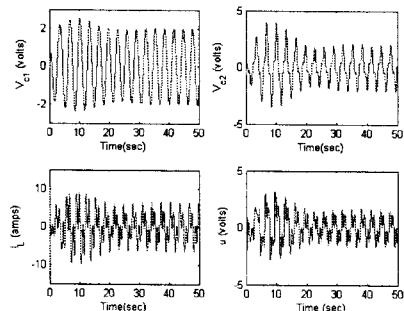


그림 4 정현파 추종제어 : -25% 파라미터 변화

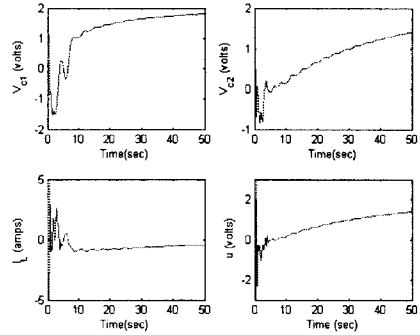


그림 5 상수 추종 제어

#### 4. 결론

본 논문에서는 Chua 다이오드가 포함된 Chua회로의 비선형제어를 실현하였다. 노드전압제어를 위해서 내부모델원리에 따라 건설제어를 구하였다. 오차가 0이 되는 등가 manifold를 얻기 위해서 레귤레이터방정식의 해를 구하였다. 특히 파라미터가 25%가 증가 또는 감소되는 불확실성에도 불구하고 정현파 및 상수 기준신호를 추종하였고, 따라서 회로의 chaotic적인 특성의 영향을 감소시켰다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Li, Z., Chen, G., Shi, S. and Han, C., "Robust adaptive tracking control for a class of uncertain chaotic systems," Phys. Lett A 310, pp40-43, 2003.
- [2] Kuang, J. L., Meehan, P. A., Leung, A. Y. T., "Suppressing chaos via Lyapunov-Krasovskii's method," Chaos, Solitons Fractals, Vol. 27, pp1408-1414, 2006.
- [3] Jayaram, A. and Tadi, M., "Synchronization of chaotic systems based on SDRE method," Chaos, Solitons Fractals, Vol. 28, No. 3, pp707-715, 2006.
- [4] Zhang, Y. and Sun, J., "Controlling chaotic Lu systems using impulsive control," Phys. Lett A 342, pp256-262, 2005.
- [5] Lu, J., Wu, X., Han, X. and Lu, J., "Adaptive feedback synchronization of a unified chaotic system," Phys. Lett A 329, pp327-333, 2004.
- [6] Tian, Y. C., Tade, M. O. and Levy, D., "Constrained control of chaos," Phys. Lett A 296, pp87-90, 2002.
- [7] Chang, W. D., Yan, J. J., "Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems," Chaos, Solitons Fractals Vol. 26, pp167-175, 2005.
- [8] Huang, J., Nonlinear output regulation theory and application, Philadelphia, SIAM, 2004.
- [9] Isidori, A., Nonlinear control systems, Springer-Verlag, 1989.