학습 속도 제어 기능을 가진 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기 설계

Adaptive fuzzy sliding mode controller design using learning rate control

황은주* 이희진*** 김은태** 박민용**
Eun Ju Hwang Heejin Lee Euntai Kim Mignon Park

Abstract - This paper is concerned with an Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control(AFSMC) that the fuzzy systems are used to approximate the unknown functions of nonlinear system. In the adaptive fuzzy system, we adopt the adaptive law to approximate the dynamics of the nonlinear plant and to adjust the parameters of AFSMC. The stability of the suggested control system is proved via Lyapunov stability theorem, and convergence and robustness properties are demonstrated. The simulation results demonstrate that the performance is improved and the system also exhibits stability.

Key Words : Sliding control, Adaptive law, Lyapunov theorem, Fuzzy modeling, Non-linear systems

1 장 서론

많은 비선형 시스템을 모델 구조와 파라미터에 대한 완벽한 정보를 가지고 동역학 방정식으로 구현하는 것은 쉬운 일이 아니며, 이를 극복하기 위해 숙련 작업자와 제어 전문가의 지식을 IF-THEN 규칙 기반을 가지는 퍼지 시스템이 탄생되었고, 이러한 퍼지 시스템은 어떤 플랜트의 파라미터 또는 구조 등을 모델링 하는데 적용되어 왔다[2-4].

본 논문에서는 두 개의 시스템으로 구성된 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 설계를 제안한다. 기존의 슬라이딩 모드 제어기는 approximation $\hat{u}(t)$ 에 불연속항 sgn 함수나 sat 함수를 추가하여 상태궤적을 sliding surface로 보내는 제어기법을 사용하고 있다[1]. 본 논문에서는 이러한 기존의 제어기에 또 하나의 불연속항 제어기를 추가하여 불확실한 제어이득에 의한 disturbance를 줄여주고, 불확실한 외란에 강인한 제어기설계와 알지 못하는 실제 비선형 시스템과 퍼지 시스템 간의 오차에 의한 불안정성도 해결할 수 있는 제어기를 제안하였다. 또한 본 논문에서는 Fuzzy tuning을 통해 슬라이딩 조건을 가변화함으로써 기존의 슬라이딩 모드 제어기에 비해 빠르고 정확하게 추종 가능하도록 제어기의 성능을 향상시킨다. η값을 임의의 양의 상수로 두는 기존의 제어기는 높은 overshoot를 발생하게 하거나 늦은 정정 시간을 갖게 하였다. 이를 해결하기 위하여 본 논문에서는 state의 각 상황에 맞는 η값을 fuzzy tuning을 통하여 유도해 내어 overshoot를 줄이며 동시에 정정시간도 줄여 제어성능을 높이는 방법을 제안한다.

저자 소개
* 황은주: 연세大學 전기전자공學科 博士課程
** 김은태, 박민용: 연세大學 전기전자공學科 敎授 · 工博
*** 이희진: 한경大學 정보제어공學科 敎授 · 工博

2 장 퍼지 시스템

$\prod_{i=1}^{n} p_i$ 규칙들로부터 퍼지 시스템 $\hat{f}(x|\theta_f)$을 만든다.

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{l_1} \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^{l_n}, \text{ THEN } \hat{f} \text{ is } E^{l_1 \cdots l_n} \tag{2-1}$$

$l_i = 1, 2, \cdots, p_i$, $i = 1, 2, \cdots, n$

Product inference engine, singleton fuzzifier, center average defuzzifier를 사용하면 다음과 같은 퍼지 시스템을 유도할 수 있다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \frac{\sum_{l_1=1}^{p_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{p_n} \bar{y}_f^{l_1 \cdots l_n} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)}{\sum_{l_1=1}^{p_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{p_n} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right)} \tag{2-2}$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \frac{\sum_{l_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{q_n} \bar{y}_g^{l_1 \cdots l_n} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{B_i^{l_i}}(x_i) \right)}{\sum_{l_1=1}^{q_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{q_n} \left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{B_i^{l_i}}(x_i) \right)} \tag{2-3}$$

$\bar{y}_f^{l_1 \cdots l_n}, \bar{y}_g^{l_1 \cdots l_n}$: free parameter, $\theta_f \in R^{\prod_{i=1}^{n} p_i}$, $\theta_g \in R^{\prod_{i=1}^{n} q_i}$

따라서 식(2-2)과 (2-3)의 퍼지 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{f}(x|\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x) \tag{2-4}$$

$$\hat{g}(x|\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(x) \tag{2-5}$$

$\xi_f(x)$ 는 $l_1 \cdots l_n$까지의 요소로 이루어진 $\prod_{i=1}^{n} p_i$차수를 갖는 벡터이다.

$$\xi_{f_{l_1\cdots l_n}}(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{p_1}\cdots\sum_{l_n=1}^{p_n}\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)\right)} \tag{2-6}$$

$$\xi_{g_{l_1\cdots l_n}}(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{B_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{q_1}\cdots\sum_{l_n=1}^{q_n}\left(\prod_{i=1}^{n} \mu_{B_i^{l_i}}(x_i)\right)} \tag{2-7}$$

여기서 θ_f^*, θ_g^* 를 optimal parameter라고 하면 approximation error를 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$f_\Delta = f(\underline{x},t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f^*),\ g_\Delta = g(\underline{x},t) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g^*) \tag{2-8}$$

3 장 슬라이딩 모드 제어기 설계

n차의 비선형 시스템을 다음과 같이 나타낸다[1].

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(\underline{x}) + g(\underline{x})u \\ y &= x \end{aligned} \tag{3-1}$$

여기서 $f(x,t)$는 불확실한 비선형 시스템이며 g는 상수라고 가정한다. u와 y는 각각 시스템의 입력과 출력이다. x는 상태 벡터이다.

시스템의 state error는 다음과 같다.

$$\underline{e} = \underline{x}(t) - \underline{x}_d(t) = (e, \dot{e}, \cdots, e^{(n-1)})^T \tag{3-3}$$

상태 공간 $R^{(n)}$ 상에서 sliding surface는 다음과 같다[1,3].

$$\begin{aligned} s(e) &= \underline{c}\underline{e} = 0 \\ \underline{c} &= [c_1\ c_2\ \cdots\ c_{n-1}\ 1] \end{aligned} \tag{3-4}$$

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \underline{c}\dot{\underline{e}} \\ &= c_1\dot{e} + c_2\ddot{e} + \cdots + c_{n-1}e^{(n-1)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} \end{aligned} \tag{3-5}$$

4 장 제어기 설계 및 η Fuzzy-tuning

제안하는 제어기는 시스템의 output y가 desired output x_d를 잘 추종하도록 하는 파라미터 θ에 대한 적응 제어 알고리즘으로 설계된다.

$f(\underline{x},t)$와 $g(\underline{x},t)$는 정확히 알지 못하므로, 퍼지 로직 시스템 $\hat{f}(\underline{x}|\theta_f)$과 $\hat{g}(\underline{x}|\theta_g)$을 적용한다. 제어기는 다음과 같다.

$$u = u_a + u_s \tag{4-1}$$

여기서,

$$\begin{aligned} u_a &= \hat{g}(x)^{-1}\left(-\hat{f}(x) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x_d^{(n)} - ksgn(s)\right) \\ u_s &= -\Gamma|u_a|\ ,\ \Gamma \geq \frac{g_{\Delta\max}}{\hat{g}(\underline{x},\theta_g)} \end{aligned}$$

그러므로 (3-4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f(\underline{x},t) - \hat{f}(\underline{x}|\theta_f) + (g(\underline{x},t) - \hat{g}(\underline{x}|\theta_g))u_a \\ &\quad + g(\underline{x},t)u_s - ksgn(s) \\ &= f_\Delta + \phi_f^T\xi_f(x) + (g_\Delta + \phi_g^T\xi_g(x))u_a \\ &\quad + g(\underline{x},u)u_s - ksgn(s) \end{aligned} \tag{4-2}$$

여기서, $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f$, $\phi_g = \theta_g^* - \theta_g$.

다음과 같이 Lyapunov candidate 함수를 선택한다.

$$V = \frac{1}{2}\left(s^2 + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T\phi_f + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T\phi_g\right) \tag{4-3}$$

여기서 γ_1, γ_2는 양의 상수이다. $\dot{V} \leq 0$ 이 되도록 적응 법칙을 유도한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T\dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T\dot{\phi}_g \\ &= sf_\Delta + s\phi_f^T\xi_f(x) + s(g_\Delta + \phi_g^T\xi_g(x))u_a \\ &\quad + g(\underline{x},u)s\,u_s - sksgn(s) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T\dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T\dot{\phi}_g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq sf_\Delta - k|s| \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T(\dot{\phi}_f + \gamma_1 s\,\xi_f(x)) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T(\dot{\phi}_g + \gamma_2 s\,\xi_g(x)u_a) \end{aligned} \tag{4-4}$$

그러므로 다음과 같이adaptive law를 선택하면

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s\,\xi_f(x)\ ,\quad \dot{\theta}_g = \gamma_g s\,\xi_g(x)u_a \tag{4-5}$$

$$\dot{V} \leq -\eta|s| \tag{4-6}$$

$\dot{V}$은 negative definite하다.

다음으로 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 일부분으로 시스템의 정상상태로의 수렴속도를 빠르게 하고 오차를 줄이기 위하여 η값을 퍼지를 이용하여 찾아내고자 한다. 기존의 제어기에서는 η의 값이 증가하면 정상 상태로의 수렴시간이 감소하지만, θ에 매우 큰 진동이 유발되며 큰 제어 회전 모멘트가 필요하다. 반대로 η의 값이 감소하면 진동은 작아지지만 수렴속도가 느리게 된다.

η fuzzy-tuning 시스템의 5개의 IF-THEN Rule은 다음과 같다.

e	NLarge	NSmall	Zero	PSmall	PLarge
η	Large	Small	Small	Small	Large

표 4-1. η fuzzy-tuning의 Rule

범의 움직임 초기에는 t_{reach}를 줄이기 위하여 η를 증가시키고, Sliding surface 근처에서는 boundary layer의 두께를 감소시키기 위해 η를 감소시킨다. 여기서 Φ의 정상상태 값은 η에 직접적으로 비례한다. 추종 정확도를 높이기 위해서는 sliding surface 근처에서는 Φ는 작은 값을 가지는 것이 좋다.

5 장 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제안된 제어기를 비선형 시스템인 카트형 도립진자 제어에 적용하여 결과를 검증한다. 시스템의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{5-1}$$
$$\dot{x}_2 = \frac{g\sin x_1 - amlx_2^2\sin x_1 + a\cos x_1 u(t)}{\frac{4}{3}l - aml\cos^2(x_1)}$$

x_1 도립진자의 수직선과의 각도
x_2 각속도(angular velocity)
u 카트(cart)에 가하는 제어입력
M 카트의 질량
m 도립진자의 질량
l 수레와 질점 사이의 거리
g 중력 가속도 ($9.8m/s^2$)

여기서 $m = 2.0kg$, $M = 8.0kg$, $2l = 1.0m$, $g = 9.8m/s^2$ 그리고 $a = \frac{1}{m+M}$로 둔다.

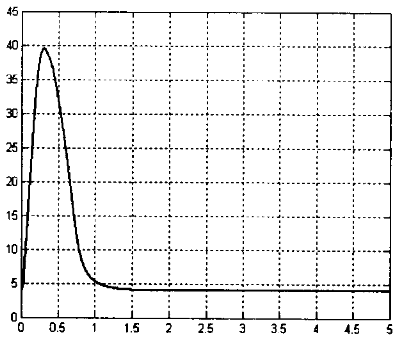

그림 1. η Fuzzy-tuning

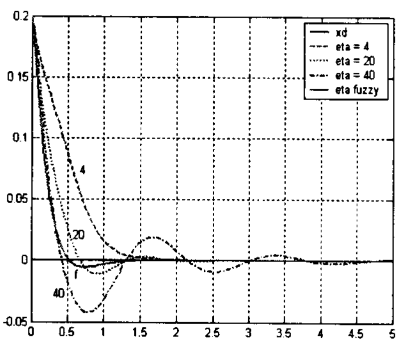

그림 2. η의 변화에 따른 Angular displacement

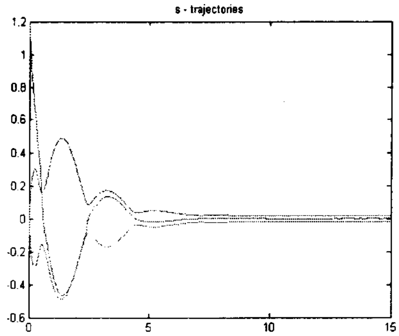

그림 3. s-trajectories

본 논문에서는 η fuzzy-tuning을 이용하여 비선형 시스템의 제어 성능을 향상시킨 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 제안된 제어기는 퍼지 슬라이딩 모드 제어와 적응 제어 기술을 바탕으로 하고, η fuzzy -tuning 개념을 도입하였다. 제어기의 안정성은 Lyapunov 안정화 이론을 이용하여 control law를 유도하여 입증하였으며, 시뮬레이션을 통하여 η fuzzy-tuning으로 향상된 제어 성능을 보였다.

참 고 문 헌

[1] J. J. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, New Jersey, 1991
[2] L. X. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall International, Inc., 1997.
[3] K-K. D. Young, "Controller Design for a manipulator using theory of variable structure systems", IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics Syst., vol. 8, no. 2, pp. 210-218, 1978.
[4] Chung-Chun Kung, "Adaptive Fuzzy Sliding Mode Controller Design" ,IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol.1, pp 12-17, 2002.