

강인 지능형 디지털 재설계 방안 연구

Robust Intelligent Digital Redesign

성화창*, 주영훈**, 박진배***

Hwa Chang Sung*, Young Hoon Joo**, and Jin Bae Park***

Abstract - This paper presents intelligent digital redesign method of global approach for hybrid state space fuzzy-model-based controllers. For effectiveness and stabilization of continuous-time uncertain nonlinear systems under discrete-time controller, Takagi-Sugeno(TS) fuzzy model is used to represent the complex system. And global approach design problems viewed as a convex optimization problem that we minimize the error of the norm bounds between nonlinearly interpolated linear operators to be matched. Also, by using the bilinear and inverse bilinear approximation method, we analyzed nonlinear system's uncertain parts more precisely. When a sampling period is sufficiently small, the conversion of a continuous-time structured uncertain nonlinear system to an equivalent discrete-time system have proper reason. Sufficiently conditions for the global state-matching of the digitally controlled system are formulated in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, a T-S fuzzy model for the chaotic Lorentz system is used as an example to guarantee the stability and effectiveness of the proposed method.

Key Words : Chaotic Lorentz system, Intelligent Digital Redesign, Takagi-Sugeno Fuzzy System, Linear Matrix Inequality (LMI), Bilinear and Inverse Bilinear approximation.

1. 서 론

복잡성을 내포한 동적 시스템의 제어에 관한 문제에 있어서 일반적으로 사용되는 모델과 제어기는 대부분 연속 시간으로 표현되어 설계되어 왔다. 그러나 최근 컴퓨터의 발달로 인하여 디지털 도구의 활용도가 증대되었으며, 특히 구현의 용이성, 적용의 유연성 등의 장점을 기반으로 그 활용 범위가 점차 확대되고 있는 추세이다. 제어에 있어서 문제 접근의 경우, 제어기 설계 문제를 디지털로 변환하는 과정으로 대표된다.

연속 시간 제어기에 대응되는 디지털 제어기 설계 문제를 디지털 재설계라고 한다. 이와 같은 문제는 Kuo 에 의해 처음으로 제안되었으며, Shieh등을 통해 강인성, 안정성 등의 많은 이론이 전개되었다 [4]. 특히, Joo는 비선형 플랜트를 Takagi-Sugeno(T-S) 모델로 나타낸 뒤, 디지털 재설계 기법을 적용시켜 지능형 디지털 재설계 기법(Intelligent Digital Redesign: IDR)을 완성시켰다. 그리고 Lee는 기존의 IDR이 가지고 있던 지역적 상태 접합이라는 한계점을 전역적 접근 방법으로 풀어낸 새로운 IDR기법을 제안 하였다 [2]. 이 방법의 경우 정합되어야 할 두 개의 선형 작용소의 놈(norm)을 최소화하는 볼록 최적화 문제로 간주하여 디지털 제어기를 설계하게 된다.

지능형 강인 디지털 재설계 기법 연구도 이루어졌다. 대부분의 산업용 플랜트는 비선형 성 뿐만 아니라 불확실성 또한 내포하고 있으며, 이러한 불확실성은 센서 잡음, 파라미터의 변화 등을 원인으로 발생된다. Chang은 불확실성이 포함된 시스템에서의 IDR 기법을 제안하였으나 [3], 이 논문은 다음의 두 가지 한계점을 내포하고 있다. 우선, 전역적 접근이 아닌 지역적 상태 접합으로 인하여 한정된 샘플링 시간에서만 IDR 기법이 적용된다. 그리고 전체 시스템의 안정도 판별이 아닌 연속 시간에서의 안정도 판별만이 이루어졌다는 것이다. 전역적 접근을 통한 시스템의 IDR의 경우 이상화했을 시, 불확실성이 포함된 exponential 항목 때문에 제어기 설계가 쉽지 않다.

이와 같은 문제를 해결하기 위해, 본 논문에서는 쌍선형과 역 쌍선형 기법의 도입을 통해 문제가 되는 식을 근사화 시킴으로써 전역적 접근의 IDR 방법을 이루었다. 또한, 해당 문제를 풀기 위해 선형 행렬 부등식을 활용함으로써 전체 시스템의 안정성 조건을 쉽게 추가할 수 있다. 제안된 기법의 안정도와 효율성은 시뮬레이션 결과에서 알 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 T-S 퍼지 시스템과 지능형 디지털 재설계 기법에 대해 간략하게 소개한다. 3절에서는 불확실성이 포함된 시스템에서의 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 4장의 에 적용함으로써 기법의 효율성을 증명하게 되며 5장에서 결론을 제시하며 논문을 마무리 짓게 된다.

저자 소개

- * 성화창 : 延世大學 電氣電子工學科 碩士課程
- ** 주영훈 : 群山大學 電了情報工學部 教授 · 工博
- *** 박진배 : 延世大學 電氣電子工學科 教授 · 工博

2. T-S 퍼지 모델 기반 이상화

불확실성이 포함된 비선형 시스템의 효율적인 표현을 위해 다음과 같은 T-S 퍼지 시스템을 고려하자.

$$x(t) = f(x(t)) + \Delta f(x(t)) + (g(x(t)) + \Delta g(x(t)))u(t) \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태 벡터이며, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력이다. $f(x(t)) \in R^n$ 과 $g(x(t)) \in R^n$ 는 비선형 벡터이고, $\Delta f(x(t)), \Delta g(x(t))$ 는 불확실성을 나타내는 벡터이다. T-S 모델의 i 번째 규칙을 나타내는 시스템은 다음과 같이 표현된다.

IF-THEN Form:

R^i : IF $x_i(t)$ is about Γ_1^i and ... and $x_n(t)$ is about Γ_n^i
 THEN $\dot{x}_c(t) = (A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t)$,
 where $i = 1, 2, \dots, q$,

여기서 $\Gamma_j^i(x_j(t))$ 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전 건부 변수의 퍼지 집합이다. 첨자 'c'는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자 'd'는 디지털 제어를 의미한다. 우선 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기의 설계는

IF-THEN Form:

IF $z_i(t)$ is F_1^i and ... and $z_n(t)$ is F_n^i
 THEN $u_c(t) = -K_{ci}x_c(t)$, $i = 1, 2, \dots, q$

Defuzzified Form:

$$u_c(t) = -K_c(\mu)x_c(t) \quad (2)$$

과 같으며, K_{ci} 피드백 이득을 의미한다. 설계된 제어기를 통해 나타난 아날로그 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\{(A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)K_{ci}\}x_c(t). \quad (3)$$

본 연구에서는 설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 통해 디지털 제어기를 재설계하게 된다. 우선, 불확실성이 포함된 디지털 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{x}_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\{(A_i + \Delta A_i)x_d(t) + (B_i + \Delta B_i)u_d(t)\}. \quad (4)$$

퍼지 모델 기반 디지털 제어기의 경우는 퍼지 규칙에 의해

위의 아날로그 형태와 유사하게 구해지며, K_d^i 는 i 번째 규칙에서 결정되어야 할 디지털 제어 이득 행렬로, 비퍼지화된 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))K_d^i x_d(kT) \quad (5)$$

IDR 문제는 디지털 제어기 (5)를 구성하기 위하여 매 샘플링 순간 $t \in [kT, kT+T)$ 마다 (3)과 (4)의 폐루프 상태 접합이 필요하며, 이는 T-S 퍼지 시스템을 이산화 하여 다룸으로써 해결된다. 그러나 T-S 퍼지 시스템은 본질적으로 비선형성을 내포하고 있기 때문에 이산화 결과를 블록 조합의 형태로 해석한 뒤 IDR 기법을 적용하게 되며, 따라서 다음의 i 번째 발화도 $\mu_i(z(t))$ 는 시간구간 $t \in [kT, kT+T)$ 동안 $t = kT$ 에서의 값으로 근사화 될 수 있다는 가정이 필

요하다. 즉, $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i$ 와 $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i$ 는 시간구간 $[kT, kT+T)$ 에서 상수 행렬로 근사화 될 수 있다. 이에 의하여 디지털 퍼지 기반 폐루프 시스템에 대한 이산화를 수행하면 다음과 같다.

$$x_d(kT+T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(kT))\mu_j(z(kT))(\hat{G} + \hat{H}_i k_{d,j})x_d(kT) \quad (6)$$

$$\hat{G} = \exp(A_i + \Delta A)T,$$

$$\hat{H} = \int_0^T e^{(A + \Delta A)t} (B + \Delta B) dt = (\hat{G} - I_n)(A_0 + \Delta A)^{-1} (B + \Delta B)$$

마찬가지로 연속시간 퍼지 모델 기반 시스템 (6)에 대한 이산화 결과는 다음과 같으며,

$$x_c(KT+T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\Phi_{ij}x_c(kT) \quad (7)$$

여기서 $\Phi_{ij} = \exp\{((A_i + \Delta A) + (B_i + \Delta B)K_c^j)T\}$ 이다.

문제는 $\Delta A_i, \Delta B_i$ 로 나타내어지는 불확실성을 포함한 식이며, 이의 효율적인 분석을 위해, 본 논문에서는 다음 가정을 도입하게 된다.

가정 1 : 논문 [2] 의 가정 1을 참고.

3. 지능형 디지털 재설계

이번 파트에서는 이산화 된 아날로그 제어기와 디지털 제어기 간의 전 역적 접근으로의 상태 매칭을 통해 IDR을 완성하게 된다. 그리고 선형 행렬 부등식을 이용한 효율적인 수치 접근법을 통해 해를 구하게 된다. 본 논문에서는 전 역적 상태 접합과 안정도 보장을 위한 효율적 접근을 위해 각각의 다음 문제를 설정하였다.

문제 1-1 (전역 IDR 문제): 주어진 아날로그 제어 이

득 K_{ci} 을 이용하여 디지털 재설계 된 이득 값 K_d^i 를 구하기 위해선 다음 두 조건을 만족하여야 한다.

- 1) 상태접합: 이산화 된 두 식, (6) 과 (7) 사이에 존재하는 이득 값 간의 상태접합이 이루어져야 한다.
- 2) 안정도: 디지털 재설계 된 시스템 (6)은 주어진 안정도 조건을 만족시켜야 한다.

각 조건에서 나온 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -Q + (q-1)O & * \\ \hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_i & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, q. \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -Q & * \\ \frac{\hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_i + \hat{G}_j Q + \hat{H}_j U_j}{2} & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i=1, \dots, q-1, j=i+1, \dots, q \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * \\ \Phi_{ij} Q - \hat{G} Q - \hat{H} U_j & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

식 (8) 와 (9)의 경우 안정도에 관계된 식이며, 식 (10)의 경우는 상태 접합과 관련된 식이다. 문제는 앞에서 언급되었던 불확실성을 내포한 \hat{G}_i, \hat{H}_i , 과 Φ_{ij} 이며, 이는 exponential 항으로 묶여 있기 때문에 쉽게 근사화 할 수 없다. 본 논문에서는 쌍 선형 과 역 쌍 선형의 근사법을 이용하여 전체 식을 보다 효율적으로 표현하게 된다.

정리 1 [4] : 식 (8), (9) 그리고 (10)에서 포함하고 있는 불확실성을 내포한 exponential term은 다음과 같이 근사화 될 수 있다.

$$\hat{G}_i \equiv G_i + \frac{T}{2}(I_n - \frac{1}{2}A_i T)^{-1}\Delta A_i(G_i + I_n) \quad (11)$$

$$\hat{H}_i \equiv (G_i - I_n)A_i^{-1}B_i + (G_i - I_n)A_i^{-1}\Delta B_i + \frac{1}{2}(G_i - I_n)A_i^{-1}\Delta A_i(G_i - I_n)A_i^{-1}B_i \quad (12)$$

위의 주어진 근사법의 이용을 통해 exponential 식이 행렬들의 묶음으로 전개가 되었으며, 남아 있는 ΔA_i 와 ΔB_i 의 분석을 위하여 다음의 가정을 도입한다.

가정2 : 논문 [2]의 가정 3을 참고.

이들 통해 우리는 다음 LMI 형태를 구해낼 수 있다.

정리 2(전역적 접근을 통한 IDR): 만약 양 한정 대칭 행렬 Q , 반 양한정 대칭 행렬 O , 상수 행렬 F_i , 가 존재 한다면 다음 세 부등식은 만족 될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -Q & * & * & * \\ G_i Q + \eta_i B_i \Gamma_d^i & * & * & * \\ \xi_i Q + 2E_{2i} \Gamma_d^i + E_{1i} \eta_i B_i \Gamma_d^i & 0 & -\varepsilon_{ii} I & * \\ 0 & (\frac{1}{2} \eta_i D_i)^T & 0 & -\varepsilon_{ii} I \end{bmatrix} < 0.$$

(나머지 두 식은 지면 관계상 생략)

4. 시뮬레이션

이 장에서는 혼돈 Lorentz 시스템의 T-S 퍼지 기반 모델에서의 IDR을 통해 제안된 기법의 효용성과 안정성을 보장받고자 한다. 구체적인 Lorentz 시스템의 동적 시스템의 구조는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha x + \sigma y \\ \gamma x - y - xz \\ xy - bz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 $\sigma, \gamma, b > 0$ 라는 조건을 만족해야 한다. (σ 는 Prandtl 수, γ 는 Rayleigh 수이며 b 는 증폭 상수이다). 불확실성을 나타내는 σ, γ 그리고 b 는 $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$, $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$, $b = b_0 + \Delta b$ 과 같은 표현으로 정리되며 주어진 초기 조건은 $(\sigma_0, \gamma_0, b_0) = (10, 28, (8/3))$, 여기서 모든 값들은 일반 값에 비해 30% 바운드 되어 있으며, 이는 불확실성의 범위를 나타낸다.

주어진 파라미터 값들과 정리 2에서 나온 LMI 형태를 접목시키면 제안된 퍼지모델 기반 지능형 제어 시스템이 완성된다. 우선 재설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기의 이득 행렬을 구해 보면 다음과 같다.

$$K_c^1 = [-86.2892 \quad -47.3637 \quad -7.5237] \quad (14)$$

$$K_c^2 = [-86.4095 \quad -47.0816 \quad 11.1490] \quad (15)$$

그리고 샘플링 시간을 $T=0.01$ 초로 선정하고 정리 2를 이용

하여 다음의 재설계된 디지털 제어기 이득을 구하였다. 이 값은 위의 아날로그 제어기를 통해 구해진 이득 행렬과 전역적 접근에 의해 접합된 값이다.

$$K_d^1 = [-120.6573 \quad -48.9923 \quad -8.5947] \quad (16)$$

$$K_d^2 = [-89.9836 \quad -39.6006 \quad 10.3913] \quad (17)$$

얻은 제어 이득을 통한 시뮬레이션 결과는 그림 1에서 구체적으로 드러난다.

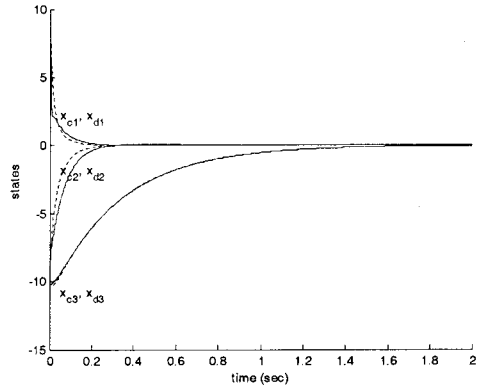


그림 1 T=0.01 일 때, 제어된 Lorenz system 상태

5. 결과

본 논문에서는 불확실성이 포함된 비선형 시스템의 지능형 디지털 재설계 기법에 대해 논의하였다. 지능형 디지털 재설계 문제를 제약 조건이 있는 블록 최적화 문제의 형태로 구성함으로써 전역적 접근을 가능케 하였다. 그리고 선형행렬 부등식의 장점을 활용하여 디지털 제어 시스템의 안정성을 증명하였으며, 쌍 선형과 역 쌍 선형 기법의 도입으로 불확실성이 내포되어 있는 식을 보다 효율적으로 풀어 낼 수 있었다. 제안된 기법의 효용성을 수치적 예제를 통하여 증명함으로써 본 논문을 마무리 지었다.

참고 문헌

- [1] L. Xie, "Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties," Int. J. Contr., Vol. 63, No.4, pp. 741-750, 1996.
- [2] Ho Jae Lee, Hagbae Kim, "A New Intelligent Digital Redesign for T-S fuzzy systems: Global Approach", IEEE Trans. Vol. 12, No2, April 2004.
- [3] W. Chang, J.B. Park, H.J. LEE and Y.H. Joo, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign", IEEE Trans On Circuits And Systems-I : Fundamental Theory And Applications. Vol. 49, No. 4, April 2004.
- [4] L. S. shieh, J. Gu, and J. W. Sunke, "Model conversions of uncertain linear systems using the bilinear and inverse-bilinear approximation method", Proc. 36th Midwest Symposium, vol. 1, pp. 514-517, Aug. 1993.