

혼돈 특성을 갖는 펄스폭 변조(CPWM)방식

김종남<sup>1</sup>, 김준형<sup>2</sup>, 정영국<sup>1</sup>, 임영철<sup>3</sup>

<sup>1</sup>전남대 전기공학과, <sup>2</sup>3M Korea, <sup>3</sup>대불대 컴퓨터정보공학부

A Pulse Width Modulation(CPWM) Technique with Chaos Phenomenon

<sup>1</sup>J.N. Kim, <sup>2</sup>J.H. Kim, <sup>1</sup>Y.G. Jung and <sup>3</sup>Y.C. Lim

<sup>1</sup>Chonnam National University, <sup>2</sup>3M Korea, <sup>3</sup>Daebul University

**Abstract** - This paper proposes a Chaos Pulse Width Modulation(CPWM) technique. For generating the chaotic numbers by chaos phenomenon, chaos area  $\lambda = 0.99$  in bifurcation tree of the proposed double tent mapping is used. A micro-controller is used for the generation of chaos numbers and triangular carrier with chaotic frequency is obtained through the process of frequency modulation according to the generated chaos numbers. The experiments are executed with the 1.5kw induction motor coupled with a 2.5A load. The experimental results show that the voltage / current spectra are spread to a chaotic range, and the switching noise of motor is reduced by the proposed method compared to the fixed frequency PWM method.

1. 서 론

현재 전력변환시스템을 위한 인버터는 스위칭 주파수가 일정한 PWM(Pulse Width Modulation)방식을 사용하고 있다. 이러한 방식은 스위칭 주파수의 정수배의 주파수에 잡음 전력을 집중시켜 EMI나 소음을 유발하기 때문에 초음파 스위칭 PWM, Optimum PWM, 랜덤 PW에 의하여 잡음전력을 광대역으로 분산하고 있다[1, 2].

본 연구는 이상에서 언급한 파워 스펙트럼의 광대역 분산을 위한 중전의 방법을 대체 할 수 있는, 혼돈 특성(chaos phenomenon)[3-7]을 이용한 PWM(CPWM)발생 방법을 제시하고 있다. 제안된 방법은 혼돈 현상을 갖는 새로운 2중 텐트 사상에 의하여 혼돈 수(chaos numbers)를 발생한 후, 이를 바탕으로 혼돈 특성을 갖는 PWM을 구현한다. 2중 텐트사상에 의한 혼돈 수 발생은 혼돈 발생 영역인  $\lambda=0.99$ 에서의 2중 텐트 사상의 분기트리(Bifurcation Tree)[3-5]를 사용하였다. 이 방법은 우선 수식이 간단하며, 0과 1범위의 혼돈 수를 자동으로 발생 시키며, 안정된 1개의 초기 치와 제어변수를 이용하여 다양한 혼돈 특성을 갖는 혼돈 수를 발생할 수 있다.

혼돈 수 발생을 위하여 80C196 마이크로 컨트롤러가 사용되었다. 발생된 혼돈 수를 이용하여 MAX038은 혼돈 주파수를 갖는 삼각파 캐리어를 실시간적으로 발생한다. 3상 1.5kW급 농형 유도전동기 구동시스템을 제작하여 2.5A부하 조건하에서 전동기의 전압과 소음 스펙트럼을 관찰하였다. 그 결과, 제안된 CPWM방법의 파워 스펙트럼은 광대역 혼돈 분포를 하고 있음을 알 수 있었다.

2. 혼돈 현상

2.1 일반적인 혼돈 현상[8,9]

$n$ 차원 공간에서의 운동 방정식은 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = f(x), (x = (x_1, x_2, \dots, x_n)) \quad (1)$$

위의 식으로 표현되는 운동을 쉽게 분석하기 위하여, 위상 공간에서의 연속적인 흐름을 일정한 규칙에 의하여 변수를 선정 하면, 다음과 같은 사상 형태로 표시된다.

$$x_{n+1} = g(x_n) \quad (2)$$

(1)의 복잡한 방정식을 다루는 것 보다는 간단한 (2)의 사상을 이용하여 물리계를 분석하는 방법이 혼돈 현상 연구에서 제시된 새로운 형태의 접근 방법이다. 사상을 이용한 보편적인 진화의 양상 중의 하나인 주기배가(Period Doubling)효과를 설명하는 로지스틱 사상(Logistic Mapping)이 있다. 최근에 들어 보편성을 갖는 또 다른 구조로 (3) 또는 (4)와 같은 텐트 사상 구조가 있다. 텐트 사상은 0과 1사이에 존재하는 초기치  $X_0$ 와  $\lambda$ 에 의하여  $x_{n+1}$ 을 발생하며 이때  $x_{n+1}$ 과  $x_n$ 은 다음과 같은 비선형적인 텐트 관계가 있다.

$$X_{n+1} = \lambda \left( 1 - 2 \left| X_n - \frac{1}{2} \right| \right) \quad (3)$$

(3)을 다른 방법으로 표현하면

$$X_{n+1} = 2X_n \quad \text{if } 0 < X_n < \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$X_{n+1} = 2(1 - X_n) \quad \text{if } \frac{1}{2} \leq X_n < 1$$

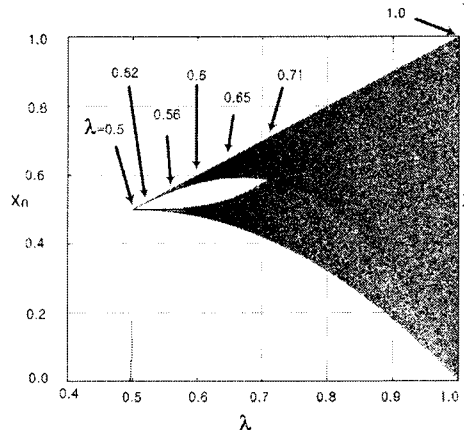


그림 1  $\lambda$ 의 변화에 대한 텐트사상의 분기트리  
Fig.1 Bifurcation tree of the tent mapping with different  $\lambda$

여기서  $x_0$ 는  $0 \leq x_0 \leq 1$ 이며,  $\lambda$ 는 텐트의 비선형성 조절변수이며  $0 \leq \lambda \leq 1$ 사이에서 변한다. 그림 1은 일반적인 텐트 사상의 분기 트리를 나타내고 있다.  $\lambda=0.5$ 인 초기 상태로부터 혼돈 현상이 발생하기 시작하는 임계상태  $\lambda = \lambda_c=0.71$  그리고 0과 1사이에서 모두 혼돈 현상이 나타나는  $\lambda=0.99$ 까지의 진화과정을 보여주고 있다.

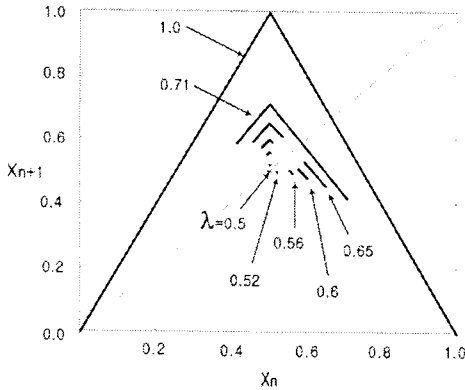


그림 2  $\lambda$ 의 변화에 대한 텐트 사상  
Fig.2 Tent mapping with different  $\lambda$

그림 2는 (3) 또는 (4)에서 발생되는  $x_{n+1}$ 과  $x_n$ 의 관계를 나타내는 텐트사상이다.  $\lambda=0.5$ 인 한점의 상태는 곧 바로  $\lambda=0.52$ 인 두 점의 상태로 진전하고 있으며 이는 또한 4개의 때로 나타내어지는  $\lambda=0.56$ 인 상태로, 그리고 하나의 커다란 일차원 사상의 모습을 보이기 시작하는  $\lambda=0.71$ 로 진전함을 볼 수 있다.  $x_n=0.5$ 에 놓여진 고정점은  $\lambda=0.5$ 를 지나면서 불안정한 상태로 변화하기 시작한다. 그리고 텐트 사상은  $\lambda$ 의 변화에 따라서 처음에는 안정한 고정점이 나타나다가,  $\lambda$ 가 커지면 혼돈한 상태로 진화한다. 진화 양상을 그림 2에서 보는 바와 같이 고정점 상태에서부터 완벽하게 텐트 사상의 모습을 나타내는 상태까지 진화하는 것을 알 수 있다.

## 2.2 제안된 혼돈 현상

일반적인 텐트사상을 나타내는 (3) 또는 (4)의 식은 (5) 혹은 (6)과 같은 변형구조로 나타낼 수 있으며, 이는 일반적인 텐트 사상과 동일한 진화양상 및 비선형성을 갖고 있다.

$$X_{n+1} = \lambda \left( 1 - 4 \left| X_n - \frac{1}{4} \right| \right) \quad \left( 0 < X_n < \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

$$X_{n+1} = \lambda \left( 1 - 4 \left| X_n - \frac{3}{4} \right| \right) \quad \left( \frac{1}{2} \leq X_n < 1 \right)$$

(5)는 (6)과 같이 구간 별로 표현가능하다.

$$X_{n+1} = 4\lambda X_n \quad \text{if } 0 < X_n < \frac{1}{4} \quad (6)$$

$$X_{n+1} = 4\lambda (0.5 - X_n) \quad \text{if } \frac{1}{4} \leq X_n < \frac{1}{2}$$

$$X_{n+1} = 4\lambda (X_n - 0.5) \quad \text{if } \frac{1}{2} \leq X_n < \frac{3}{4}$$

$$X_{n+1} = 4\lambda (1 - X_n) \quad \text{if } \frac{3}{4} \leq X_n < 1$$

그림 3은 제안된 2중 텐트 사상의 분기트리를 나타내고 있다. 초기상태  $\lambda=0.25$ 로부터 혼돈이 발생하기 시작하는 임계상태  $\lambda=\lambda_c=0.35$ 와 0과 1사이에서 모두 혼돈 특성이 나타나는  $\lambda=0.99$ 의 진화과정을 나타내고 있다. 이는 초기상태  $\lambda=0.5$ 로부터 최초의 혼돈이 발생하는 지점이  $\lambda=0.71$ 인 일반적인 텐트사상

에 대하여, 제안된 2중 텐트사상은 매우 빠르게 혼돈 상태로 전이과정인 이루어진다는 것을 의미한다.

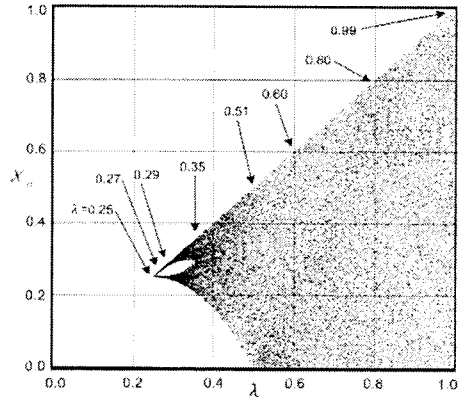


그림 3  $\lambda$ 의 변화에 대한 제안된 2중 텐트사상의 분기트리

Fig.3 Bifurcation tree of the proposed double tent mapping with different  $\lambda$

그림 4는 (5) 또는 (6)에 의하여  $x_{n+1}$ 과  $x_n$ 의 관계를 나타내고 있는 그림이다.  $\lambda=0.25$ 인 한점의 상태는  $\lambda=0.27$ 인 두 점의 상태로 전환되고 있으며 이는 또한 4개의 때로 나타내어지는  $\lambda=0.29$ 인 상태로, 그리고 하나의 커다란 일차원 사상의 모습을 보이기 시작하는  $\lambda=0.35$ 인 상태로 바뀔을 알 수 있다.  $\lambda=0.5$ 이 되면  $x_n=0.5$ 를 중심으로 좌측 텐트가 완벽하게 생성되며,  $\lambda=0.5$  이상으로 진전하면서 우측텐트가 생성되기 시작하여  $\lambda=0.99$ 가 되면 완벽한 2중 텐트가 생성된다. 제안된 2중 텐트 사상은  $\lambda$ 의 변화에 따라서 처음에는 안정한 고정점이 나타나다가,  $\lambda$ 가 커지면 혼돈 상태로 진화한다. 그림 4에서 보는 바와 같이 초기 상태로부터 0과 1범위 내에서 혼돈이 발생되는 양상이 텐트가 2개 있는 모습과 동일하기 때문에 2중 텐트 사상이라 한다.

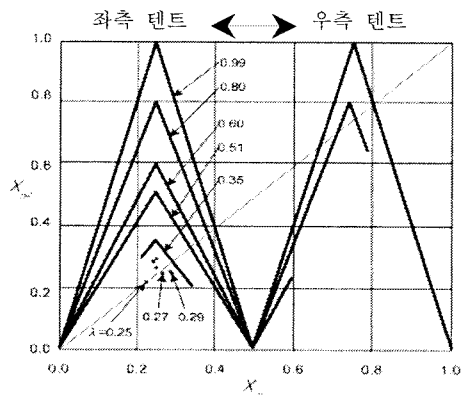


그림 4  $\lambda$ 의 변화에 대한 제안된 2중 텐트 사상  
Fig.4 Proposed double tent mapping with different  $\lambda$

## 3. 실험 시스템

그림 5는 제안된 CPWM 기반의 전동기 구동 시스템을 보여 주고 있다. 3상 전동기 구동 시스템은 1.5kW 3상 농형 유도전동기, 전압형 인버터 그리고 기계적 소음이 없는 ECB 부하로

구성되어 있다. 80C196 마이크로 컨트롤러는 3상 유도전동기의 속도 지령치 및 매 스위칭마다 삼각파의 주파수를 결정하기 위해 (6)에 의해 혼돈 수를 발생시킨다. 80C196은 소수점 연산이 불가능하므로 랜덤 값은 큰 수로 계산하여 복원하는 방법으로 unsigned long형( $0 - 2^{32}$ )이 사용되었다. 결국 D/A 변환기로 출력되는 랜덤 값은  $0 - 2^7(0 - 127)$ 의 범위 내에 존재한다. D/A 변환기에서 발생된 혼돈 수는 샘플 홀더로 작용하는 D 래치, MAX038 주파수 변조기 및 비교기에 의하여 혼돈 특성을 갖는 캐리어의 경사도가 실시간적으로 구해진다. 이상에서 발생된 혼돈 특성을 갖는 삼각파 캐리어는 3상 정현파 전압 지령치 신호와 비교되어 제안된 CPWM 스위칭 패턴을 생성한다.

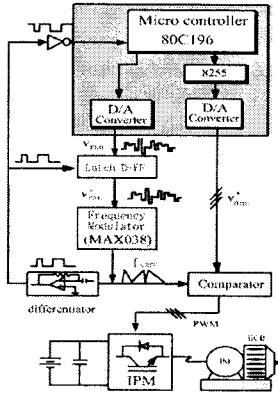
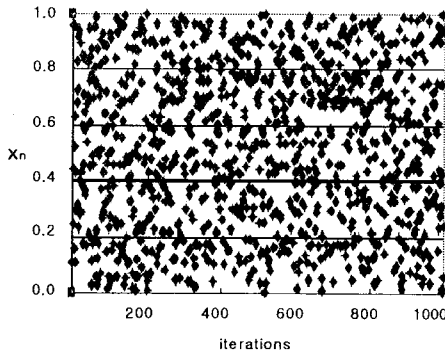


그림 5 실험 시스템  
Fig.5 Experimental setup

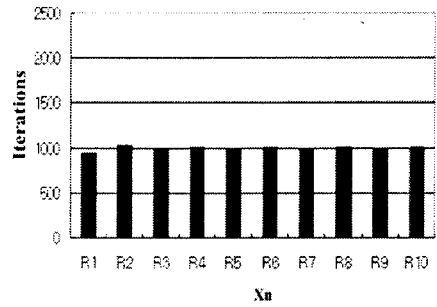
#### 4. 실험결과 및 고찰

그림 6은 변조지수  $M=0.95$ , 스위칭 주파수  $3\text{kHz} \pm 1\text{kHz}$ , 정격 주파수  $60\text{Hz}$ 와 제안된 2중 텐트의  $\lambda=0.99$ 에서의 분기트리를 이용하여 혼돈 수를 발생시킨 결과이다. 제안된 방법은 시간에 따른 반복횟수에 대하여 0과 1사이의 혼돈 수가 고루 발생되고 있으며 또한 0과 1사이에 고루 분포함을 알 수 있다.

그림 7은  $3\text{kHz}$  고정 주파수 PWM과 제안된 CPWM에 의해 발생된 삼각파 캐리어의 스펙트럼을 비교한 것이다. 고정 주파수 PWM은  $3\text{kHz}$ 에 집중된 고조파 스펙트럼을 보이고 있으나, 제안된 방법은  $3\text{kHz}$ 의 중심 주파수에 대해  $\pm 1\text{kHz}$ 의 혼돈 대역 분포를 나타내고 있다.



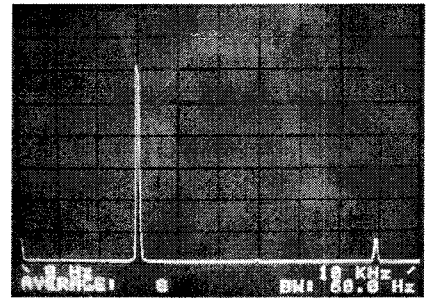
(a) Generated chaos numbers



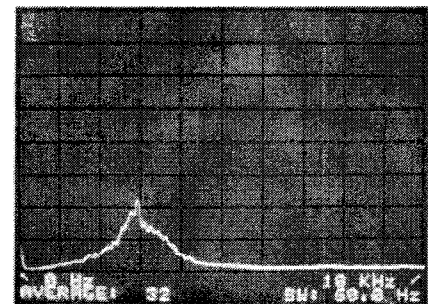
(b) Chaos number distribution

그림 6 혼돈 수( $\lambda=0.99$ )  
Fig.6 Chaos numbers( $\lambda=0.99$ )

그림 8은 각 방식에 의한 전동기 전압과 전류파형으로서, 제안된 방법의 전류파형은 고정 주파수 PWM과 거의 유사함을 알 수 있다. 그림 9는 전동기 전압의 고조파 스펙트럼이다. 종전의 방법은  $3\text{kHz}$  스위칭 주파수의 정수배( $6\text{kHz}, 9\text{kHz}$ )의 고조파 스펙트럼 분포를 보이고 있다. 그러나 제안된 CPWM 방법은 어느 특정 주파수에 집중됨이 없는 혼돈 분포를 하고 있으며, 이는 그림 8(b)의 캐리어 스펙트럼과 거의 유사하다.



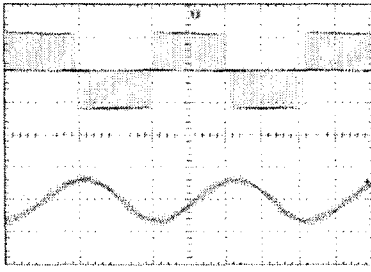
(a) Fixed frequency PWM(3kHz)



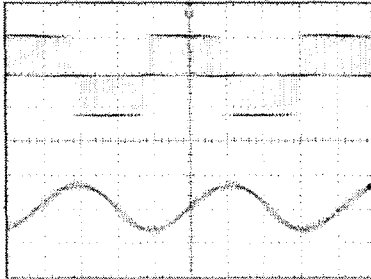
(b) Proposed CPWM (3kHz $\pm$ 1kHz)

그림 7 측정된 삼각파 캐리어 스펙트럼  
(x-axis:1kHz/div.,y-axis:200mv/div.)  
Fig.7 Measured triangular carrier spectra  
(x-axis:1kHz/div.,y-axis:200mv/div.)

그림 10은 2.5A 부하로 작용하는 ECB와 연결된 유도전동기로부터 발생하는 스위칭 소음 스펙트럼을 변조지수  $M$ 의 변화에 대해 3차원으로 측정된 결과이다. 부하 조절은 ECB에 의하여 때문에 전동기와의 연결에 따른 추가적인 기계적인 소음이 없으며, ECB를 사용하면 부하조절이 매우 용이하다.

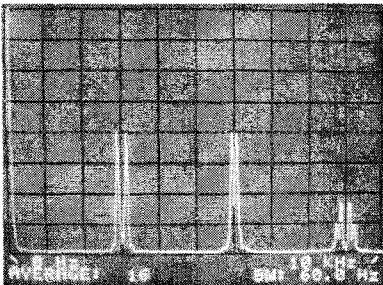


(a) Fixed frequency PWM(3kHz)

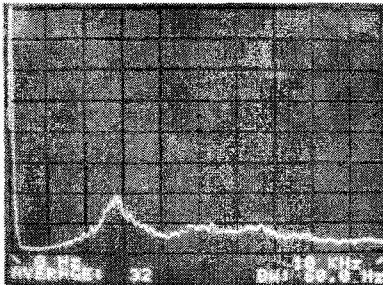


(b) Proposed CPWM(3kHz±1kHz)

그림 8 측정된 전압과 전류파형  
(voltage:250v/div.,current:3A/div.)  
Fig.8 Measured voltage and current  
(voltage:250v/div.,current:3A/div.)



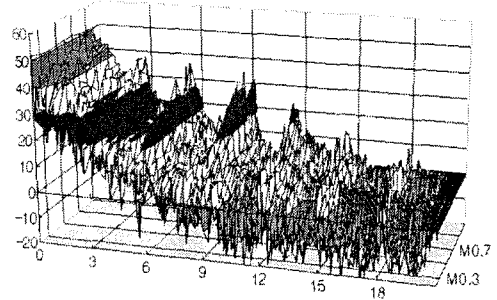
(a) Fixed frequency PWM(3kHz)



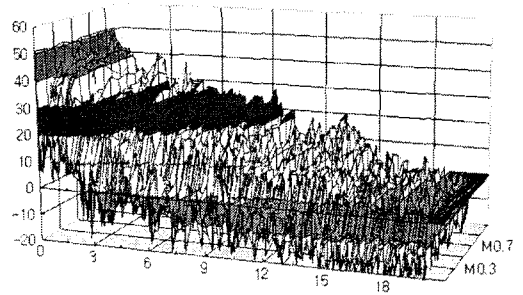
(b) Proposed CPWM(3kHz±1kHz)

그림 9 측정된 전동기 전압 스펙트럼  
(x-axis:1kHz/div.,y-axis:100mv/div.)  
Fig.9 Measured Motor voltage spectra  
(x-axis:1kHz/div.,y-axis:100mv/div.)

그림 10(a)는 3kHz 고정주파수 PWM의 경우로, 그림 9(a)의 전압 스펙트럼과 비슷한 형태로 보이며 전 구간의 M에 대하여 3kHz 고정 주파수의 정수배 고조파가 분포되고 있다. 그러나 그림 10(b)는 제안된 CPWM을 적용하였을 때의 소음 스펙트럼으로서 M이 변화하더라도 어느 특정 주파수에 집중됨이 없이 대부분의 영역에서 혼돈 분포를 하고 있다.



(a) Fixed frequency PWM(3kHz)



(b) Proposed CPWM(3kHz±1kHz)

그림 10 측정된 전동기 3차원 소음 스펙트럼  
(x-axis:3kHz/div.,y-axis:20dB/div.,z-axis:M=2/div.)  
Fig.10 Measured motor 3D noise spectra  
(x-axis:3kHz/div.,y-axis:20dB/div.,z-axis:M=2/div.)

## 5. 결 론

본 연구에서는 고정 주파수 PWM방법의 문제점을 해결하기 위한 종전과는 다른 방법인 혼돈 특성을 갖는 펄스폭 변조방식(CPWM)을 제안하였다. 혼돈 수 발생을 위하여 제안된 2중 텐트 사상의 0과 1범위에서 완전한 혼돈 상태가 존재하는  $\lambda=0.99$ 조건을 분기트리를 이용하였다. 제안된 CPWM방법은 안정적인 1개의 초기치와 간단한 수식, 발생 혼돈 수가 자동으로 0과 1 범위로 분포하는 장점을 갖고 있다. 혼돈 수는 80C196 마이크로 콘트롤러가 담당하고 있으며, 80C196로부터 발생된 혼돈 수에 의하여 MAX038로부터 혼돈 주파수의 삼각파 캐리어가 발생된다.

본 연구의 타당성을 입증하기 위해 기계적인 소음이 없는 EC B를 부하로 사용한 3상 유도전동기 구동 장치를 제작하였다. 그 결과, 삼각파 캐리어, 전동기 전압 및 소음 스펙트럼의 결과는 모두 특정 주파수에 집중되지 않는 혼돈 분포 특성을 가짐을 알 수 있었다.

본 연구는 한국과학재단 지정 전남대 고품질전기  
전자부품 및 시스템 연구센터 연구비 지원에 의하  
여 연구된 결과임.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Y. G. Jung, S. H. Na, Y. C. Lim and S. H. Yang, "Reduction of audible switching noise in induction motor drives using random position PWM", IEE Proc. Electr. Power Appl., vol.149, no.3, May, pp.195-202, 2002.
- [2] K. Borisov, A.M. Trzynadlowski, "Experimental investigation of a naval propulsion drive model with PWM-based attenuation of the acoustic and electromagnetic noise", in Proc. IEEE IECON, 2003, pp.12-17.
- [3] J.R. Wood, "Chaos : A real phenomenon in power electronics", in Conf. Rec. IEEE APEC, 1989, pp.115-123.
- [4] I. Nagy, "Improved current controller for PWM inverter drives with the background of chaotic dynamics", in Conf. Rec. IEEE IECON, 1994, pp.561-566.
- [5] D. Hamill, J.H.B. dean and D.J. Jefferies, "Modeling of chaotic dc-dc converters by iterated nonlinear mapping", IEEE Trans. Ind. Electron., vol.7, no.1, pp.25-36, 1992.
- [6] K.K. Tse, R.W.M. Ng, H.S.H. Chung and S.Y.R. Hui, "An evaluation of the spectral characteristics of switching converters with chaotic carrier frequency modulation", IEEE Trans. Ind. Electron. vol.50. no.1, pp.171-182, 2003.
- [7] S.Y.R. Hui, S. Sathiakumar and Y. Shrivastava, "Progressive change of chaotic PWM patterns in dc-ac random PWM schemes using weighted switching decision", in Conf. Rec. IEEE PESC, 1997, pp.1454-1461.
- [8] 김민준, 문희태, "혼돈끌개의 텐트 사상 진화의 구조적 안정성", 한국물리학회지(새물리), vol.35, no.6, pp.728-732, 1995.
- [9] 문희태, "혼돈끌개의 기본형과 그 의미에 대하여", 한국물리학회지(새물리), vol.34, no.4, pp.363-369, 1994.