

시계열 분석을 위한 위상분포의 상관성 연구

A Study of Phase Correlation for Time Series Analysis

김승한¹, 이명순², 노승용³

¹ 서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부 박사과정

² 서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부 박사과정

³ 서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부 정교수

요 약

본 논문은 종합주가지수, 코스닥 지수의 시계열 일간 데이터의 위상분석을 통해 시계열간의 연관성을 분석하였다. 시계열의 데이터는 비선형, 비정상이다. 따라서 위상성분의 정확한 추출을 위해서 전통적인 수학적 방법이 아닌 순간 위상값을 이용한 새로운 신호분석 방법을 사용하여 두 시계열의 연도별 위상차의 왜도와 첨도값을 기준으로 시계열의 상관특성을 살펴보았다.

Key Words : Phase Correlation, Hilbert Huang, Kurotosis, Skewness

1. 서 론

복잡한 외적요인과 불규칙한 정보들에 의해서 대부분의 시계열 데이터의 특성은 비선형적인 특성을 가지고 있다. 기존의 전통적인 통계적인 방법을 통한 대다수 시계열 분석 방법들의 한계로 인해서 최근 새로운 분석방법에 대한 연구가 이어지고 있다.

예를 들면, 다변량(multivariate) 시계열 분석을 위한 랜덤 매트릭스(random matrix)[1] 기법이 개발되어 이론적인 예측값의 정확도 향상에 크게 기여하였다.

인 분석도구로 널리 사용되고 있다.[2] 그러나 웨이블릿 분석법은 베이스스 웨이블릿이 정해지면 적응(adaptive) 특성이 없이 전 구간을 동일한 웨이블릿으로 분석해야 하는 어려움이 있고 무엇보다도 웨이블릿 변환은 선형현상에 대한 분석만이 가능하다는 단점을 가지고 있고, 따라서 이러한 분석법은 시계열의 비선형 정보를 분석하지 못하고 지나쳐 버리게 된다.

위와 같은 관점에서, 본 논문에서는 시계열 분석에 적합한 새로운 Hilbert-Huang 변환(HHT)을 사용하여 시계열의 위상특성을 분석하는 접근 방법을 사용하였다.[3] HHT은 EMD(empirical mode decomposition) 과정을 통해서 얻어진 intrinsic mode function(IMF)을 구하고 IMF의 힐베르트(Hilbert) 변환을 통해서 신호분석을 하는 과정으로 일반적인 시계열 데이터와 같은 비선형, 비정상 데이터 분석에 적합한 분석 기법이다. 또한 실험에 사용되는 시계열 데이터는 증권전산원(KOSCOM)을 통해 제공받은 KOSPI, KOSDAQ 지수의 일간 데이터를 사용하였고, 2001년부터 2005년의 구간에서 분석하였다.

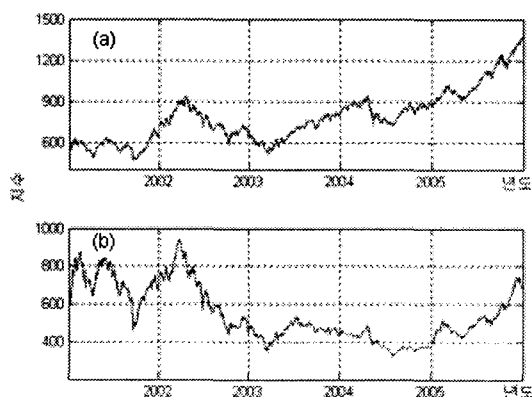


그림 1. 실험구간(2001 to 2005) 시계열도
(a) KOSPI, (b) KOSDAQ 지수

또한 비정상시스템에 적합한 특성으로 웨이블릿(wavelet) 변환을 통한 분석방법은 효과적

2. HHT와 위상분석

HHT 매서드는 EMD와 힐베르트 스펙트럼 분석과정으로 이루어진다. EMD과정은 sifting 과정[3]으로 만들어진 베이스스 함수가 극값(extrema)의 수와 영교차의 수가 같고, 전 구

간에서 상, 하단 포락선(sifting과정에서 연산)의 평균값이 0이라는 조건을 만족할 경우에만 IMF가 될 수 있다. 그래서 IMF의 힐베르트 변환을 통해 구해진 해석신호는 물리적인 의미가 있는 위상값을 가지게 된다. 그림 2는 EMD과정에서 구한 C₁-C₃까지의 IMF를 힐베르트 변환을 통해서 구한 식 (1)의 해석신호 z(t)에 식 (2)을 적용한 위상 θ(t)와 진폭 a(t)을 나타낸 그림이다.[4]

$$z(t) = x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)}, \quad (1)$$

$$a(t) = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta(t) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2)$$

여기서 x(t)는 원 데이터, z(t)는 x(t)의 힐베르트 변환을 통해서 구해진 해석신호이다.

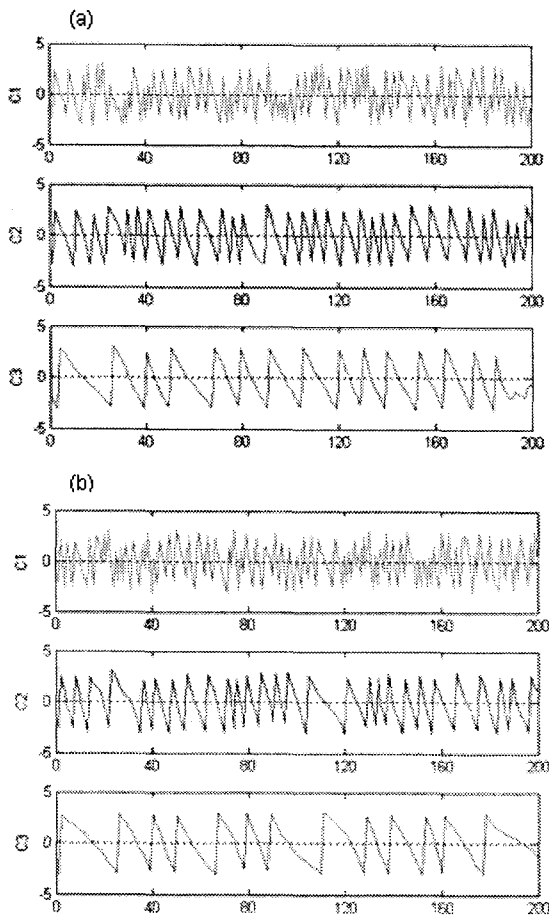


그림 2. IMF의 위상 변화
(a) KOSPI의 IMF, (b) KOSDAQ의 IMF

그림 2에서 C₁을 제외한 나머지 IMF의 위상값은 위상구간(-π ≤ φ ≤ π) 전체에서 일정한 분포를 나타낸다. 즉, C₁을 제외한 나머지 IMF의 위상분석은 의미가 없으며 C₁의 위상값만을 이용하여 시계열간의 상관성을 분석하게 된다.

3. 상관성 분석

시계열 데이터 간의 상관성을 분석하는 방법은 다양하며 본 논문에서는 각 구간별로 HHT를 통해서 구한 위상값을 식 (3)과 같이 KOSDAQ의 위상값과 KOSPI의 위상값의 차이인 Δφ를 구하여 분석한다.[5]

$$\Delta\phi = \phi(KOSDAQ) - \phi(KOSPI) \quad (3)$$

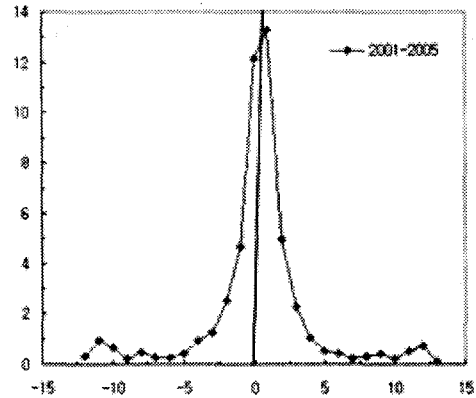


그림 3. 전 구간 Δφ 분포도

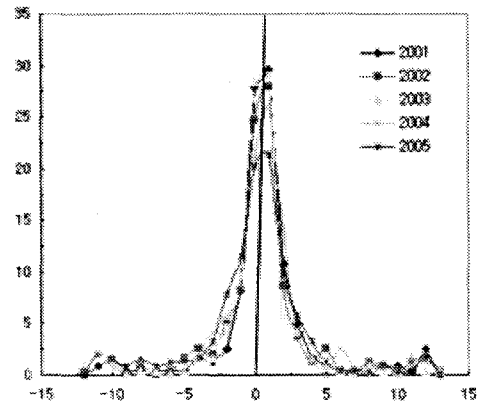


그림 4. 구간별 Δφ 분포도

그림 3은 KOSPI와 KOSDAQ 지수에 대한 전 실험구간(2001년부터 2005년)에서의 Δφ의 분포도를 나타낸 그림이다. 여기서 빈도구간(frequency period)은 위상의 최대, 최소값을 -15부터 15까지 30구간으로 구간화 하여 전구간에 대한 발생 빈도수를 표시한 그림이다. 그림에서 x축은 구간화된 위상값을 의미하며 y축은 구간별 발생빈도를 나타낸다. 그림 4는 Δφ 분포를 연도별로 나타낸 것이다.

4. 실험분석 및 결론

4.1 $\Delta\phi$ 의 왜도와 첨도분석

표 1은 $\Delta\phi$ 의 전 구간과 연도별 왜도(skewness), 첨도(kurtosis) 그리고 각각의 표준편차를 구한 결과 값이다.[6] 일반적으로 왜도는 분포가 어느 한쪽으로 치우친 정도를 나타내는 통계적 척도이고 오른쪽으로 더 길면 양이 되고 왼쪽으로 더 길면 음의 값이 된다. 첨도는 뾰족한(peaked) 정도를 나타내는 통계적 척도이고 3이상일 경우 중심축을 기준으로 뾰족한 분포 특성을 가지게 된다.[7]

표 1. 구간별 $\Delta\phi$ 의 통계 수치

	전구간	2001	2002
왜도	-0.2023	0.2412	0.0213
첨도	3.6093	4.7836	3.5164
왜도표준편차	0.0697	0.1562	0.1562
첨도표준편차	0.1392	0.3111	0.3111

	2003	2004	2005
왜도	-0.4447	-0.4349	-0.2392
첨도	4.5447	3.2577	2.7236
왜도표준편차	0.1562	0.1562	0.1562
첨도표준편차	0.3111	0.3111	0.3111

4.2 결론

전 구간 실험결과를 살펴보면 다음과 같다. 식 (3)을 이용하여 분포값이 계산되므로 (-) 왜도값의 의미는 KOSDAQ 지수의 위상이 KOSPI보다 늦다는 것을 의미한다. 즉 KOSDAQ지수가 전체 분석구간에서 KOSPI의 움직임에 종속되어 있다고 판단되며 첨도가 3 이상이므로 KOSDAQ 지수와 KOSPI지수의 상관성이 높은 것으로 판단 할 수 있었다.

또한 연도별 분석결과를 통해서는 첫째 2001년과 2002년의 왜도값은 (+)이고 2003년~2005년까지의 왜도값이 (-)라는 점과 그림 1.에서 2001년은 횡보장, 2002년은 하락장, 2003~2005년은 대세 상승장이라는 관점[8]에서 일반적으로 상승장에서는 KOSPI가 시장을 주도하고 하락장인 경우는 KOSDAQ 지수가 시장을 주도하는 것으로 판단된다, 이것은 일반적으로 상승장일 경우 우량주가 시장을 견인하고, 하락장일 경우는 역으로 투자 심리 위축에 의해서 KOSDAQ종목들의 하락이 먼저 시작된다는 시장이론과도 부합되는 결과를 나타낸다. 마지막으로 연도별 첨도의 값이 2003년 이후로 지속적으로 감소하고 2005년에는 첨도의 값이 3 미만인 정규분포를 따른다는 실험결과로부터 최근에 KOSPI와 KOSDAQ지수의 상관성이 떨어지고 있다는 것을 알 수 있었다.

이상의 분석 결과로 미루어 볼 때, HHT 메

서드를 이용한 위상의 분포 특성 분석이 실제 금융 시장의 특징과 시계열간의 관계를 파악하는 효율적인 방법임을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] L. Laloux, P. Cizeau, J. P. Bouchaud, and M. Potters "Noise Dressing of Financial Correlation Matrices," *Physical Review*, Vol. 83, pp. 1467-1470, 1999.
- [2] K. Ohashi, L. A. N. Amaral, B. H. Natelson, and Y. Yamamoto, "Asymmetrical singularities in real-world signals," *Physical Review E*, Vol. 68, 2003
- [3] N. E. Huang, Z. Shen and S. R. Long, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis," *Proceedings of the Royal Society of London*, A. 454, pp. 903-995, 1998.
- [4] N. E. Huang, M. C. Wu and J. E. Zhang, "Applications of Hilbert - Huang Transform to Non-Stationary Financial Time Series Analysis", *Appl. Stochastic Model Bus. Ind.*, 2003.
- [5] T. C. Chiang, H. C. Yu and M. C. Wu, "The Statistical Properties of High Frequency Stock Returns: Evidence from Dow and NASDAQ Indices", *Quant. Finance*, 2005.
- [6] M. C. Wu, M. C. Huang, H. C. Yu and T. C. Chiang, "Phase Distribution and Phase Correlation of Financial Time Series", *Physical Review E*, Vol. 73, 2006.
- [7] W. A. Fuller, "Introduction to Statistical Time Series", John Wiley, 1976
- [8] http://www.ksda.or.kr/dataroom/publication_view.cfm?idx=3234(October 1,2006), 증권 125호, pp.131-159.