

자기부상시스템의 2-DOF 구조를 이용한 제어기 설계에 관한 연구 (A Study for Controller Design Using 2-Degree of Freedom(DOF) Structure In A Magnetically Suspended System)

백승구* 이창영** 장석각*** 권성태****
Baek, SeungKoo Lee, ChangYoung Chang, SeokGahk Kwon, SungTae

ABSTRACT

This study deals with the problem of balance beam system to stabilize about static and sinusoidal disturbance. wherein the design objectives are to keep the gap deviation from static and sinusoidal disturbance. In this paper propose the 2-Degree of Freedom(DOF) structure and a simple first-order controller which is designed by Characteristic ratio assignment (CRA) method. Matlab simulation result verify stabilization of balance beam system despite of disturbance. Hybrid simulation between digital controller and analog plant is presented by Matlab Simulink.

1. 서론

인구의 증가와 대중교통 수단에 대한 수요가 늘어나면서 1930년대 이후 편리하고 안전하며 속도가 빠른 열차시스템에 대한 많은 연구가 있었으며, 시스템에 대한 많은 관심은 기술 발전으로 이어졌다. 이 중 자기부상열차시스템에 대한 발전은 현대의 대중교통 수단의 많은 요구사항을 수용할 수 있는 대안으로 자리 잡고 있다. 본 논문에서 다루고 있는 electromagnetic actuator에 대한 공극의 제어는 자기부상시스템 뿐만 아니라 인공심장 분야에서도 다루어지고 있으며, 특히 시스템에 유입되는 정적외란(static external disturbance force) 과 주기신호를 갖는 외란(sinusoidal disturbance force)을 제거하기 위한 많은 연구 및 결과가 있다. [1][2][3]

자기부상시스템의 Test Bench로 구현된 Balance beam 시스템[1][3]은 nonlinear 구조를 가지고 있으며, 형상이나 수학적 모델링으로 알 수 있듯이 기본적으로 불안정한 모델식 및 구조를 갖는 시스템이다. 현재 Balance beam 구조에서 앞서 기술한 두 가지 유형의 외란을 제거하기 위해 주로 현대제어 기법을 사용한 많은 제어알고리즘 연구 및 설계가 있었다. 예로 각 외란에 대한 관측기를 사용한 설계 방법[1]과 PID와 Fuzzy알고리즘[2]을 함께 사용하는 방법 등 다소 복잡한 형태의 현대 제어알고리즘이 사용된 설계기법이 다수를 이루고 있다. 이러한 방법들은 최적화된 제어성능은 보장할 수 있으나 Hardware 구현이 복잡하여 현재의 산업에서는 상대적으로 손쉬운 방법인 PID를 이용한 제어기를 대부

* 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

E-mail : skbaek@krti.re.kr

TEL : (031)460-5507 FAX : (031)460-5539

** 한국철도기술연구원 주임연구원, 정회원

*** 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원

**** 한국철도기술연구원 선임연구원, 정회원

분 적용하고 있는 실정이다.

본 논문에서는 시간 사양응답을 위한 파라미터 접근방식인 CRA(Characteristic Ratio Assignment) 제어기 설계기법[4][5]을 이용한 제어기를 제안하였다. CRA 제어기 설계기법은 2DOF(degree-of-freedom)의 기본 구조를 갖는데, 이러한 구조는 일반적으로 제어 입력값을 비교적 작게 하는데 유리하므로, 제어대상의 제약을 위한 설계와 금액에 대한 부담을 줄일 수 있는 장점을 가지고 있다. 이러한 모델 매칭방법을 이용하여 만들어진 제어기는 Minimal realize 형태를 이용하여 2DOF 구조로 변경 할 수 있다. 이렇게 설계된 제어기를 이용하여 Balance Beam 과 이 시스템에 지속적으로 유입되는 외란에 대해 전체 시스템을 안정화 시킬 수 있는 제어기를 제안한다. 또한, 설계된 제어기를 디지털 필터의 형태로 구성하여 Matlab Simulink를 이용해 연속계의 플랜트와 이산화된 제어기간의 Hybrid Simulation 결과를 보였다.

2. 본론

2.1 시간 사양응답을 위한 CRA(Characteristic Ratio Assignment) 설계방법

실제 피드백 제어기 설계에서 좋은 과도응답을 갖도록 설계하는 것이 가장 중요한 요구 조건임에도 불구하고 과도응답 문제는 1차 혹은 2차 시스템에 대한 내용으로 국한 되어있다. CRA 제어기 설계는 과도 응답을 직접 제어 할 수 있는 새로운 접근 방식으로 그림 2.1과 같은 2 DOF (degree - of - Freedom) 구조를 갖는다.

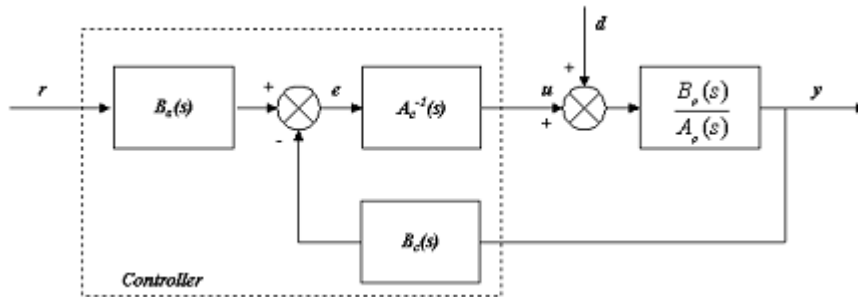


그림 2.1 Two-parameter configuration.

그림 2.1 의 페루프 전달 함수는 식 (2.1)이다.

$$G(s) = \frac{y}{r} = \frac{B_a(s)B_p(s)}{P(s)} \quad (2.1)$$

여기서, $P(s) := A_c(s)A_p(s) + B_c(s)B_p(s)$

$$:= a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0$$

$$= \sum_{i=0}^n a_i s^i, \quad a_i > 0$$

Naslin[8]은 특성 다항식의 계수와 시간 응답과의 밀접한 관계가 있다는 것을 관찰 하였고, 두 가지의 특별한 파라미터를 정의 하였다. 그 두 가지 파라미터는 특성비(characteristic ratios)와 일반화 시정수(generalized time constant)이다.

(1) 특성비(Characteristic Ratios)와 펄세탄스(Pulsatances)

Naslin은 전달함수가 극점만을 가지는 시스템의 조절 가능한 제동비 문제를 연구하였다. 다음 양의 실수의 계수를 갖는 다항식이 주어졌다.

$$p(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0, \forall a_i > 0. \quad (2.2)$$

Naslin에 의해 정의된 다항식의 계수로부터 얻어지는 새로운 파라미터를 정의한다.

특성비(characteristic ratio) :

$$\alpha_1 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}, \alpha_2 = \frac{a_2^2}{a_1 a_3}, \dots, \alpha_{n-1} = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2} a_n} \quad (2.3)$$

특성펄세탄스(characteristic pulsance) :

$$\beta_0 = \frac{a_0}{a_1}, \beta_1 = \frac{a_1}{a_2}, \dots, \beta_{n-1} = \frac{a_{n-1}}{a_n}. \quad (2.4)$$

식(2.3)와 (2.4)에 의해 식(2.5)의 관계를 끌어낼 수 있다.

$$\alpha_1 = \frac{\beta_1}{\beta_0}, \alpha_2 = \frac{\beta_2}{\beta_1}, \dots, \alpha_{n-1} = \frac{\beta_n}{\beta_{n-1}}. \quad (2.5)$$

반면 $P(s)$ 의 계수 a_i 는 식(2.6),(2.7)에 의해 α_i 와 β_i 의 항으로 표현할 수 있다.

$$a_1 = \frac{a_0}{\beta_0} \quad (2.6)$$

$$a_i = \frac{a_0}{\alpha_{i-1} \alpha_{i-2}^2 \alpha_{i-3}^3 \dots \alpha_2^{i-2} \alpha_1^{i-1} \beta_0}, \quad i = 2, \dots, n. \quad (2.7)$$

따라서 식(2.2)는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$p(s) = a_0 \left[\left(\sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\alpha_{i-j}^j} \right) \left(\frac{s}{\beta_0} \right)^i \right) + \frac{s}{\beta_0} + 1 \right] \quad (2.8)$$

특성비 α_i 와 특성 펄세탄스 β_i 는 선형 시불변 시스템의 스텝응답에 관련하여 매우 중요한 성질을 갖고 있다.

(2) 일반화 시정수(Generalized Time Constant)

시정수는 응답의 속도를 결정하는 파라미터이다. 시정수의 정의는 1차 시스템을 제외한 경우에 정확한 정의는 알려지지 않았다. 이러한 이유로 고차전달함수가 포함된 시스템에 대해 원하는 응답속도를 얻는 것은 매우 어렵다. 본 논문에서는 일반화 시정수를 다음과 같이 정의한다.

$$\tau := \frac{1}{\beta_0} = \frac{a_1}{a_0} \quad (2.9)$$

n 차의 극점만을 갖는 전달함수를 고려한다:

$$G_1(s) = \frac{a_0}{p_1(s)} = \frac{a_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad \forall a_i > 0 \quad (2.10)$$

$$G_2(s) = \frac{b_0}{p_2(s)} = \frac{b_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad \forall b_i > 0 \quad (2.11)$$

위 전달함수의 일반화 시정수는 다음과 같다.

$$\tau_1 = \frac{a_1}{a_0}, \tau_2 = \frac{b_1}{b_0}. \quad (2.12)$$

정리 2.2 $G_i(s)$, $i = 1, 2$ 의 영상태스텝응답을 $y_i(t)$ 라 하자.

$$y_1(t) = y_2\left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \cdot t\right), \quad \forall t \geq 0 \quad (2.13)$$

위 관계식을 만족하기 위한 필요충분조건은 $P_1(s)$ 와 $P_2(s)$ 가 동일한 특성비를 갖는 것이다.

$$\frac{a_i^2}{a_{i-1} a_{i+1}} = \frac{b_i^2}{b_{i-1} b_{i+1}} = \alpha_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (2.14)$$

2.2 Balance Beam Mathematical Model

그림 2.2은 말발굽모양의 자석베어링(magnetic bearing)을 갖는 Balance Beam [1][3]이다.

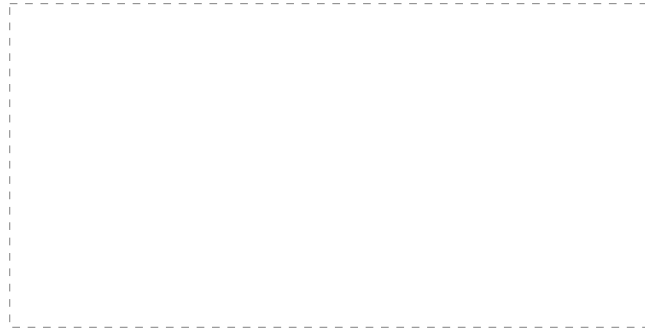


그림 2.2 Balance Beam Model

그림 2.2 에서와 같이 자석베어링은 Balance Beam 하부에 대칭구조로 위치해 있으며, 공극의 측정을 위해 S1과 S2 두개의 공극 측정센서가 있는 구조이다. Beam의 자세제어를 위해 자석베어링의 양단간 전압인 e1과 e2를 ON/OFF하여 제어 전류를 조절하도록 구성되어 있다. Balance Beam에 외란으로 입력되는 신호는 정적입력신호 및 정현파(static and sinusoidal)형태를 갖는 임의의 정현파 신호로 주파수는 약 10Hz이며, 1.5의 피크치와 5의 바이어스 값을 갖도록 고려한다. 각 파라미터에 대한 값[1]은 표 2.1 과 같다.

표 2.1 Balance Beam parameters

Parameter	Symbol	Value	Unit
Angular Position	θ		Rad
Half Bearing Span	L_a	1.1412	M
Mass Moment of Inertia about the Pivot Point	J	0.0948	Kgm^2
Coil Current in Bearing 1	i_1		A
Coil Current in Bearing 2	i_2		A
Coil Resistance	R	0.7	Ω
Coil Inductance	L	0.728	mH
Magnetic Bearing Open loop stiffness	K_x	2114	N/m
Actuator Current Gain	K_i	1.074	N/A
Steady Current	i_0	1	A
Steady Gap	g_0	380	μm

그림 2.2에서 Balance Beam의 2차 상태 방정식은 식 (2.15)과 같이 표현 할 수 있다.[1]

$$\dot{\chi} = A\chi + Bu \quad (2.15)$$

$$y = C\chi$$

여기서, $x = \begin{bmatrix} \theta \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2k_x L_a^2}{J} & -\frac{C_z}{J} \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_i L_a}{J} \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$, $u = i_1 - i_2$

위 (2.15)식을 전달함수 형태로 표현하여 표2.1의 각 파라미터 값을 대입하면 식 (2.16)와 같다.

$$\frac{N_b}{D_b} = \frac{12.93}{s^2 + 105.5s - 5.808e4} \quad (2.16)$$

식(2.16)에 입력되는 외란은 Matlab simulink의 signal generator 블록을 이용하였으며, 외란이 연속적으로 플랜트에 영향을 주는 시스템의 구조이므로 센서등의 노이즈에 의한 출력 외란의 작용보다는 입력 외란의 형태를 갖도록 전체 시스템을 구성하였다.

2.3 제어기 설계

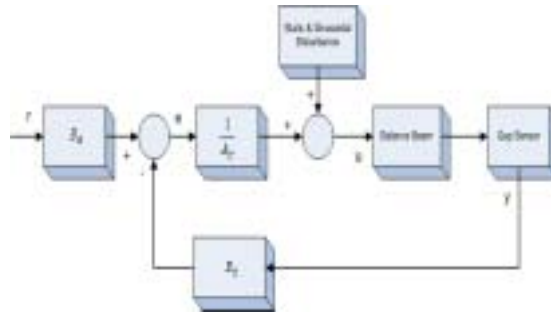


그림 2.3 Balance Beam의 제어기 구조 및 Block Diagram

그림 2.3은 Balance Beam에 2DOF 구조의 제어기를 적용한 예이다. 공극의 기준값을 r , 공극센서로부터의 출력값을 y , 출력신호와 기준 입력값을 e , 제어입력을 u 로 정의한다.

목표전달 함수를 결정 하기위한 극배치 기법에서 전체 시스템이 n 차일 경우 $n-1$ 차 제어기는 s -domain상의 원하는 곳에 극점(Pole)을 위치시킬 수 있다. 따라서, 플랜트(Balance Beam)의 전달함수가 2차이므로 $n-1$ 차인 1차 제어기는 외란이 없는 상태의 Balance Beam을 충분히 안정화 시킬 수 있다. 이렇게 설계된 1차의 제어기를 이용하여 정적입력과 주기함수 신호입력을 갖는 외란에 대해서도 전체시스템이 안정화됨을 보이도록 하겠다.

Balance Beam의 모델식에서 보듯이 하나의 근은 s -domain의 우반면(RHP), 나머지는 좌반면(LHP)에 위치하고 있다. Feedforward항인 B_A 의 경우 플랜트의 s -domain상에서 근 궤적에서 알 수 있듯이 상수항으로 고정하고, A_c , B_c 를 1차 함수로 선택함으로써 전체 시스템을 안정화하기에 어려움이 없으므로 상수항으로 선택하도록 하며, 하드웨어 구성이 용이하도록 하기위해 상수값인 1로 고정하였다. 다음 단계로 α , τ 를 설정한다. 전체 시스템의 응답시간과 오버슈트의 사양은 현재 자기부상 시스템에서는 정해져 있지 않으므로 1초내외의 응답속도를 갖도록 하는 값을 임의로 선택하도록 한다. 본 논문에서는 $\alpha=2.5$, $\tau=0.055$ 으로 선택하였다. 만일 1차의 제어기 설계에서 선택된 임의의 α , τ 의 조합이 설계 사양을 만족 시킬 수 없다면 제어기의 차수를 높여야 한다. 이러한 방법을 통해 전체시스템을 안정화 시킬 수 있는 제어기의 최종식은 식(2.19)과 같다.

$$B_A=1, \quad \frac{1}{A_c} = \frac{1}{-0.67546s+1}, \quad B_c=-3289.2s+1 \quad (2.19)$$

2.4 시뮬레이션 결과

그림 2.4, 그림 2.5는 설계된 연속신호의 제어기를 Minimal Realize 형태를 이용하여 이산 신호의 함수로 변화한 후 Hybrid Simulation을 수행하기위한 Matlab Simulink 블록도이다. 그림2.5에서 보듯이 전체 시스템이 안정하며, 정적입력 및 정현파 외란(바이어스:5, 진폭:±1.5, 주파수:10Hz)으로 사용된 신호가 $0.2 \mu\text{m}$ 을 중심 $\pm 1 \mu\text{m}$ 이내로 출력되고 있음을 보인다. 이때, 정현파 외란을 제거하면 공극이 양의 방향으로 약 $0.2 \mu\text{m}$ 정도 치우쳐 출력되고 있는데, 이는 Feedforward 항에 s -plane의 영점을 하나 추가함으로써 $t \rightarrow \infty$ 에서 zero에 수렴하도록 할 수 있을 것이다.

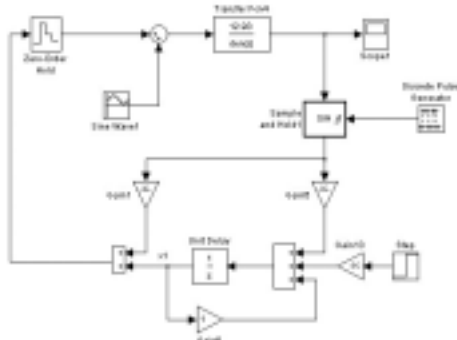


그림 2.4 Hybrid Simulation (Matlab Simulink)

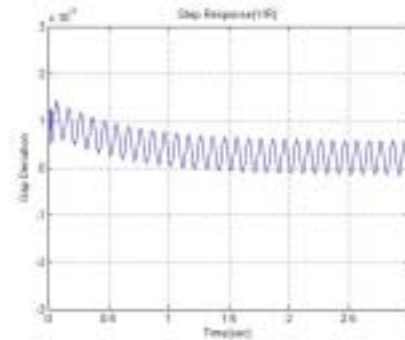


그림 2.5 Y/R의 스텝응답 (Gap limit : ±3 μm)

그림 2.5에서 보듯이 제어기를 이산신호로 변환하여 시뮬레이션 하여도, 연속신호에서의 시뮬레이션의 결과와 응답차이가 없음을 확인 하였다.

3. 결론

본 논문에서는 정적 입력과 10Hz의 정현파 입력 외란을 갖는 Balance Beam을 안정화 시키는 제어기를 설계하였으며, 이러한 외란 입력에 대한 시뮬레이션을 위해 Matlab Simulink를 사용하여 결과를 확인 해 보았다.

Matlab Simulink 시뮬레이션 결과에서 보듯이 간단한 1차의 제어기만으로도 디지털 필터를 구성하여 전체 시스템을 안정화 시킬 수 있었으며, Hybrid Simulation은 최종 하드웨어 구현을 위한 가능성을 파악하기 위해 중요한 단계가 될 것이다.

일반적으로 주기신호를 갖는 정현파 외란이 시스템에 입력될 경우 극점과 영점의 완전한 상쇄(Perfect Cancellation)조건이 이루어 지지 않을 경우 정현파 외란의 제거는 어려운 것으로 알려져 있다. 또한, 시뮬레이션 결과에서 외란을 완벽하게 제거하는 제어기를 설계했음에도 Hardware로 구현시 각 소자 및 계산상의 오차로 인해 출력에서는 외란(주기신호)의 영향이 출력에 나타나게 된다. 따라서, 그림 2.5의 결과 시뮬레이션 파형만으로 절대적 성능을 평가하기는 어렵다. 하지만, 파라미터 접근 방법을 이용한 제어기 설계 기법의 경우 현재의 결과를 바로 시스템에 적용하는데 부족한 부분이 있을지라도 각 파라미터에 대한 튜닝의 여지가 있는 것이 큰 장점이기 때문에 하드웨어의 구현조건 혹은 환경에 맞추어 파라미터를 미소 조절할 수 있다. 예로 그림 2.4의 출력 피드백 게인 Gain1의 값을 조절함으로써 출력파형의 진동폭을 그림 2.5출력의 1/10이상으로 낮추는 결과를 얻을 수 있다.

현대제어기법은 강인성과 최적성을 고려할 수 있는 장점을 가지고 있지만, 이렇게 결과값으로 설계된 최적해는 고차의 제어기 결과로 나타나고, 하드웨어 제작에 어려움이 있으며 제작한 후에도 설계 파라미터 변동에 대한 취약성으로 인해 쉽게 안정도가 깨어질 수 있는 가능성이 있다고 알려져 있다. 따라서, 아직 제어기 설계와 응용분야의 많은 부분이 PID같은 설계가 간단한 고전제어 방식을 채택하고 있는 실정이다. 2DOF구조를 갖는 CRA설계 기법은 시간사양응답을 만족시킬 수 있는 방법으로 제어기를 설계할 수 있다는 점에서 PID 설계 방법과 유사하지만, PID 설계가 높은 차수의 시스템을 안정화시키기에는 한계가 있는 부분을 해결 할 수 있는 장점이 있다.

본 연구에 대한 확장으로, Balance Beam 시스템은 가지고 있는 환경과 외란의 형태 및 요소에서 보듯이 많은 불확실성을 안고 있다. 따라서 Balance Beam의 파라미터와 주기신호의 주파수 및 magnitude 변동에 해당하는 파라미터의 불확실성에 대한 강인 안정도의 해석이 향후 필요하다.

REFERENCE

- [1] 이준호, "자기부상 시스템에서 외란 제거를 위한 자속 제환 방식에 관한 연구", *한국소음진동공학회 2006년 춘계학술대회논문집*.
- [2] Junyou YANG, "Application of Composite Fuzzy-PID Algorithm to Suspension System of Maglev Train", *The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Nov2-6, 2004, Busan, Korea*.
- [3] Jun-Ho Lee, Paul E. Allaire, Gang Tao, Jeffrey A. Decker, and Xuerui Zhang, "Experimental Study of Sliding Mode Control for a Benchmark Magnetic Bearing System and Artificial Heart Pump Suspension", *IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 11, NO.1, Jan 2003*.
- [4] Y.C.Kim, L.H.Keel, and S.P.Bhattacharyya, "Transient response control via characteristic ratio assignment," *Proceedings of the 2002 American Control Conference*, pp.1639-1646,2002.
- [5] Y.C.Kim, S.K.Baek, and T.S.Cho, "Characteristic Ratio Assignment Method and its Application to a Benchmark Problem", *ICCAS2002, Oct 16-19, Muju Resort, Jeonbuk,Korea*.
- [6] H. Chestnut and R. W. Mayer, *Servomechanisms and Regulating System Design*, Vol. I, Jhon Wiley & Sons. Inc., NY, 1959.
- [7] C. T. Chen, *Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods*, Saunders College Publishing, 1993.
- [8] P. Naslin, *Essentials of optimal control*, pp.30-51, Iliffebook Ltd, London, 1968.