두 가지의 신뢰도 요구조건을 만족하기 위한 직렬 시스템의 최적 중복 구조 설계

Redundancy optimization to meet two reliability requirements

김종운*　박준서**　김재훈***　최성규****

Kim, Jong Woon　Park, Jun Seo　Kim, Jae Hoon　Choi, Sung Kyou

ABSTRACT

MTBF(Mean Time Between Failure)와 MTBSF(Mean Time Between Service Failure) are two representative quantitative reliability requirements for railway systems. There are the case that both of the two requirements are presented and the case that only one of them is presented in the specification of railway systems. we deal with the redundancy allocation problem to meet the two reliability requirements. The redundancy increases MTBSF while it decreases MTBF. Parallel redundancy and the exponential lifetime distribution of components are considered for the series systems. Mathematical model and example are presented for the redundancy optimization problem of minimizing the cost subjecting to MTBF and MTBSF requirements.

---

1. 서론

철도차량에서 RAMS(Reliability, Availability, Maintainability, Safety) 특성은 이제 가격이나 성능과 마찬가지로 상품의 중요한 전략적인 경쟁 요소가 되었다. 이는 차량 운영기관에서 차량 서비스 품질 및 수준을 높이고 운용유지비용 절감을 위해 차량 사양에 RAMS 요구조건을 포함하여 높은 RAMS 품질을 가진 차량을 요구하고 있기 때문이다. RAMS 특성 중 신뢰성은 가용성, 유지보수성, 안전성에 직접적으로 영향을 주기 때문에 가장 기본이 되며, 따라서 대부분의 사양에서는 정량적 신뢰성 요구조건을 제시하고 있다. 가장 널리 사용되는 정량적 신뢰성 요구조건은 MTBF(Mean Time Between Failure)와 MTBSF(Mean Time Between Service Failure)이다. 차량의 사양들은 MTBF만 제시되어 있는 경우, MTBSF만 제시되어 있는 경우, 그리고 MTBF, MTBSF 두 가지 요구조건이 동시에 제시되어 있는 경우로 구분할 수 있다. 이 세 가지 경우 중 서비스 지연 방지를 위한 요구조건인 MTBSF와 서비스 품질 보장 및 유지보수 비용 절감을 위한 요구조건인 MTBF가 모두 포함되는 경우가 가장 바람직하다.

이러한 신뢰도 요구조건을 만족하기 위해서는 설계 단계에서부터 이를 고려해야 한다. 일반적으로 신뢰도를 향상시키는 방법은 다음의 기본적 원칙이 있다. (1) 시스템을 가능한 단순화한다.. 꼭 필요하지 않은 부품과 불필요하게 복잡한 시스템은 단지 고장의 가능성만 증가시킬 뿐이다.

---

* 책임저자, 정회원, 한국철도기술연구원, 철도시스템안전연구본부

E-mail : jong@krri.re.kr

TEL : (031)460-5222 FAX : (031)460-5279

** 한국철도기술연구원 책임연구원

*** 한국철도기술연구원 주임연구원

**** 한국철도기술연구원 수석연구원

(2) 구성품의 신뢰도를 증가한다. (3) 중복 구조 설계한다. (4) 운영 단계에서 예방정비를 실시하여 운영 신뢰도를 향상시킨다.
설계 단계에서 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법 중 중복 부품의 사용은 시스템의 구조를 크게 변경시키기 않기 때문에 시스템의 기본 설계가 이루어지고 난 후 고려할 수 있는 신뢰도 향상 방법이다. 그러나 중복의 사용은 가격, 부피, 무게 등의 증가를 가져오기 때문에 이러한 상호관계를 고려하여 할당하여야 한다. 지금까지 직렬 구조, 네트워크, k-out-of-n 구조 등 다양한 모형의 정의에서부터 모형을 풀기 위한 많은 해법까지 많은 연구가 수행되어져 왔다
최적 중복구조 해를 찾기 위한 방법들로 동적계획법 [11], 라그랑즈 완화 기법 [9], 발견적 기법 [1,2,5,6,8,10], 유전알고리즘 [3,4] 등이 사용되었다. Kuo [7]에서는 이러한 모형과 최적 알고리즘들이 정리되어 있다.
대부분의 기존 연구들은 시스템 신뢰성 척도로 확률 척도인 시스템 신뢰도를 사용하였으며, 중복의 증가는 신뢰도의 증가를 가져오지만 시스템의 비용 및 중량 등은 증가하는 모형을 가정하였다. 그러나 철도차량의 두 가지 대표적인 신뢰성 요구조건인 MTBF와 MTBSF 측면에서는 중복의 증가는 MTBSF는 증가시키지만 MTBF는 감소시킨다. 이는 중복의 증가는 MTBSF 측면에서는 차량의 서비스 지연을 초래하는 사건을 방지하여 MTBSF를 증가시키지만, MTBF 측면에서는 구성품 수의 증가에 의해 고장을 정비를 요구하는 사건이 증가하기 때문에 MTBF를 감소시키기 때문이다.
본 논문에서는 직렬 시스템을 대상으로 MTBF, MTBSF 두 가지 신뢰성 요구조건이 주어진 경우에서의 병렬 중복 구조 설계문제를 다룬다. 구성품의 수명분포는 지수분포를 따르고 차량의 1회 서비스 운영 후 고장 난 구성품은 수리되는 것으로 가정하였다. 이러한 가정하에서 MTBF, MTBSF 요구조건이 주어진 경우 시스템 중복 비용을 최소화하는 문제를 다루었다.

2. 수리 모형

$MTBF^*$: MTBF 요구조건
$MTBSF^*$: MTBSF 요구조건
n : 구성품 개수
x_j : 구성품 j 에 할당된 개수
λ_j : 구성품 j 의 고장률
c_j : 구성품 j 의 단가
UB_j : 구성품 j 의 중복 가능한 최대 개수
t^* : 1회 운행하는데 걸리는 시간
Y : 서비스 고장 없이 운행구간을 운행하는 연속회수
$TBSF$: 차량을 수리하였을 경우의 서비스고장간격
T : 차량을 수리하지 않을 때 서비스고장시간
p : 1회 운행 시 서비스고장 없이 운행될 확률
q : $1-p$

MTBF, MTBSF 요구조건이 주어진 경우 시스템 중복구조 비용을 최소화하는 문제를 다룬다. 구성품의 수명분포는 지수분포를 따르며 중복 비용은 구성품의 수에 선형적으로 증가하는 것으로 가정한다. 이러한 가정하에서의 최적화 모형은 아래와 같다.

최소화 $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ (1)

제약조건 $MTBF \geq MTBF^*$ (2)

$MTBSF \geq MTBSF^*$ (3)

$1 \leq x_j \leq UB_j$ 인 정수 (4)

식(2)의 MTBF는 $1/\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$로 계산되며 구성품의 중복 개수가 증가할수록 감소한다.

식(3)의 MTBSF는 차량의 운영 조건에 따라 달라진다. 본 논문에서는 차량은 1회 운영시간은 t^*이며, 1회 운영 후 고장난 구성품은 모두 수리되는 것으로 가정한다. 즉 서비스 운영 시 차량의 모든 구성품은 작동 가능한 상태이고, A 구성품에 의한 차량의 서비스 고장은 운영시간은 t^*이내에 중복구조로 구성된 구성품 A 모두가 고장났을 경우 발생한다.
이와 같이 차량을 수리할 경우에서의 서비스 고장 간격 및 서비스 고장 간격의 기대값은 아래의 식과 같다.

$$TBSF = Y \cdot t^* + (T \mid T \leq t^*) \tag{5}$$
$$E(TBSF) = E(Y) \cdot t^* + E(T \mid T \leq t^*) \tag{6}$$

식(6)의 Y의 기대값은 (Y+1)은 모수가 q(1-p) 인 기하분포를 따르므로 아래와 같이 계산된다.

$$E(Y) = \frac{p}{1-p} \tag{7}$$

$$p = \Pr(Y > t^*) = \prod_{i=1}^{n} [1 - (1 - e^{-\lambda_i t^*})^{x_i}] \tag{8}$$

식(6)의 $E(T \mid T \leq t^*)$ 는 $E(Y)$ 비해서 상대적으로 아주 작다. 그 이유는 중복구조가 없을 때라도 1회 서비스 운영시 서비스 고장 확률은 작기 때문에 $E(Y)$의 값은 크기 때문이다. 따라서 $E(T \mid T \leq t^*)$ 는 아래와 같은 근사식을 사용하여 산출한다.

$$MTBSF = E(TBSF) = E(Y) \cdot t^* + E(T \mid T \leq t^*) \approx \frac{p \cdot t^*}{1-p} + \frac{t^*}{2} \tag{9}$$

3. 수치예제

3장에서는 본 논문에서 다루는 최적 중복구조 문제에 대한 수치적 예제를 다룬다. 시스템은 8개의 중복 가능한 구성품들로 이루어지고, 각 구성품의 고장률 및 단가는 표1과 같다고 가정한다. 일반적으로 한 구성품의 중복 개수는 크지 않으므로 구성품당 최대 3개의 중복이 가능하다고 가정한다. 또한 1회 운행하는데 걸리는 시간은 ‘1’로 두었다. 운영최적 중복구조 해는 전체 중복구조 대안에 대해 총 비용과 MTBF, MTBSF를 계산하고 최적의 대안을 찾았다.
수치예제의 실험 결과는 표2 와 같다. 실험1에서는 MTBF, MTBSF 요구조건을 모두 10으로 두었을 때 구성품의 중복 개수는 1개로 즉 각 구성품의 중복은 없는 것이 최적이라는 결과가 나왔다. 이 실험 결과로부터 본 시스템의 최소 MTBSF는 30.03, 최대 MTBF는 30.03이라는 것을 알 수 있다. 실험 10에서는 MTBF 요구조건은 20, MTBSF 요구조건은 50을 만족하는 해는 없는 것으로 나왔다. 해당 예제에서는 중복의 추가에 의해 MTBSF 요구조건을 50 이상을 만족하기 위해서는 MTBF 요구조건을 낮추어야 한다. 만약 MTBF 요구조건은 20, MTBSF 요구조건은 50을 동시에 만족하기 위해서는 구성품의 고

장률을 낮추는 방안을 찾아야 한다.

표 1 수치 예제 구성품 입력값

구성품명	A	B	C	D	E	F	G	H	I
고장률	0.01	0.01	0.01	0.001	0.001	0.001	0.0001	0.0001	0.0001
단가	10	5	1	10	5	1	10	5	1

표 2 수치 예제 실험 결과

	요구조건		최적 대안			구성품 수								
	MTBF*	MTBSF*	MTBF	MTBSF	비용	A	B	C	D	E	F	G	H	I
실험 1	10	10	30.03	30.03	48	1	1	1	1	1	1	1	1	1
실험 2	10	100	15.79	278.00	64	2	2	2	1	1	1	1	1	1
실험 3	10	1000	15.08	1666.30	80	2	2	2	2	2	2	1	1	1
실험 4	10	10000	10.35	164482.42	112	3	3	3	2	2	2	2	2	2
실험 5	15	50	18.76	74.08	54	1	2	2	1	1	1	1	1	1
실험 6	15	80	18.41	80.01	49	1	2	2	1	1	2	1	1	1
실험 7	15	100	15.79	278.00	64	2	2	2	1	1	1	1	1	1
실험 8	20	40	23.09	42.73	49	1	1	2	1	1	1	1	1	1
실험 9	20	45	22.07	46.72	55	1	1	2	1	2	2	1	1	1
실험10	20	50	해 없음											
실험11	30	30	30.03	30.03	48	1	1	1	1	1	1	1	1	1

4. 결론

본 논문에서는 MTBF, MTBSF 요구조건을 만족하면서 중복 비용을 최소로 하는 중복구조 문제를 다루었다. 중복의 추가는 서비스 운영시 하나의 구성품이 고장 나더라도 서비스 장애를 방지할 수 있기 때문에 MTBSF를 증가시키지만, 구성품의 수가 증가됨에 따라 더 빈번한 수리가 요구되기 때문에 MTBF를 감소시킨다. 이러한 중복과 MTBF, MTBSF의 관계를 수치적으로 모형화하여 최적 중복 설계 모형을 제시하였고, 수치 예제를 통해 해당 문제의 성질을 제시하였다. 본 연구에서는 중복의 추가에 의해 중량 및 부피의 증가는 고려하지 않았지만 쉽게 확장이 가능하다. 예제의 실험 10과 같이 중복의 추가만으로 두 가지 신뢰도 요구조건을 만족할 수 없는 경우도 발생한다. 즉 중복의 추가는 서비스 신뢰도를 향상시키지만 MTBF를 감소시키고, 비용 및 중량, 부피를 증가시키기 때문에 구성품의 신뢰도를 높이는 방안과 함께 고려되어야 할 것이며, 이에 대한 추가적 연구가 필요하다.

참고문헌

1. Aggawal, K.K. (1976). Redundancy optimization in general systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 25(5), 330-332.
2. Aggawal, K.K., Gupta J.S., & Misra, K.B. (1975). A new heuristic criterion for solving a redundancy optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 24(apr), 86-87.
3. Coit D.W., & Smith A.E. (1996). Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Reliability*, 45(2), 254-266.
4. Coit, D.W., & Smith, A.E. (1998). Redundancy allocationto maximize a lower percentile of the system time to failure distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 47(1), 79-87.
5. Gopal, K., Aggarwal,K.K., &Gupta, J.S. (1978). An improved algorithm for reliability

optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 27(5), 325-328.

6. Kuo, W, Hwang,C.L., & Tillman, F.A. (1978). A note on heuristic methods in optimal system reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, 27(5), 320-324.
7. Kuo, W. (2000). An annotated overview of system-reliability optimization. *IEEE Transactions on Reliability*, 49(2), 176-187.
8. Li, J. (1996). A bound heuristic algorithm for solving reliability redundancy optimization. *Microelectronics and Reliability*, 36(3), 335-339.
9. Misra, K.B. (1972). Reliability optimization of a series-parallel system. *IEEE Transactions on Reliability*, 21, 230-238.
10. Misra, K.B. (1972). A simple approach for constrained redundancy optimization problems. *IEEE Transactions on Reliability*, 21(1), 30-34.
11. Woodhouse, C.F. (1972). Optimal redundancy allocation by dynamic programming. *IEEE Transactions on Reliability*, 21(1), 60-62.