

전기 이중층의 상호작용을 고려한 2차원 슬릿 내의 전기삼투 유동에 관한 이론적 해석

이 대 근*

An Theoretical Analysis of Electro-osmotic Flow in 2-dimensional slit with Electrical Double Layers in Interaction

Dae Keun Lee*

Keywords : Electrical Double Layer(전기 이중층), Interaction(상호작용), Charge Regulation(전하 조정), Site-dissociation Model(이온화 자리의 해리 모델), Electro-osmotic Flow(전기삼투 유동)

Abstract

An theoretical analysis on the electro-osmotic flow in a 2-dimensional slit, that is induced by an external electric field acting on the electrical double layers near the slit wall, was performed. Especially, although there were many studies on the interacting electrical double layers, it was found in this study that they have several physical or mathematical fallacies. To resolve these, the general solution on the charge-regulating slit with the height as a parameter was obtained. The results of this work can provide the electrokinetic solution of nanoscale slit with the electrical double layer interaction as well as that of microscale slit without the interaction and can be used as the benchmark of a numerical analysis and the reference of electrokinetic flow path design.

에 관한 Poisson 방정식과 이온 분포에 관한 Nernst 방정식을 사용하였으며 이에 관해서는 2절에서 자세히 다룬다.

1. 서론

고체 벽면과 유체의 계면에 형성되는 전기 이중층(electrical double layer, EDL)이 유체의 유동에 미치는 영향은 오래전부터 연구되어온 분야이며[1, 2], 특히 근래 들어 급격히 발전하고 있는 MEMS 기술과 더불어 EDL의 영향을 받는 microfluidics 분야는 새롭게 관심을 끌고 있다[3]. 고체 표면과 유체 간의 이온 반응에 의해 형성되는 표면 전하는 유체 내의 이온 분포의 구배를 형성하고 이것이 유동에 미치는 영향은 전기삼투, 전기영동, electro-viscous 효과 등과 같은 다양한 현상으로 나타난다.

본 연구는 2차원 슬릿의 벽면에 형성되는 EDL에 외부 전기장이 가해졌을 때 유도되는 전기삼투 유동에 관한 것이며, 특히 두 EDL의 두께가 슬릿의 높이와 비슷한 경우 나타나는 EDL의 상호작용을 고려한 일반해를 구하였다. EDL의 해석을 위해서 이온의 크기가 무한히 작다는 가정을 통해 Gouy-Chapman 모델 [2]을 사용하였고, 무기 산화물(inorganic oxide)의 고체 벽면과 수용액(aqueous solution)의 계면에 형성되는 표면 전하를 기술하기 위하여 site-dissociation 모델[2, 4]을 사용하였다. 이온을 포함하고 있는 유체 내 전위의 지배방정식은 일반적으로 Poisson-Boltzmann 방정식이 사용되며, 이를 이용하여 EDL이 상호작용하는 문제를 해석한 연구[1, 5, 6]가 다수 있었으나 이는 물리적인 오류를 포함하고 있다[7]. 이를 해결하기 위하여 본 연구에서는 전위 분포

2. 이론적 해석

2.1 문제의 정의

Fig. 1과 같은 높이 $2H$ 의 2차원 슬릿 내부에 유체가 채워져 있을 때, 정상상태이며 슬릿의 길이 방향(y^*)으로 모든 물성이 균일하다고 가정하면 전위 ψ^* 와 완전 발달된 유동의 길이 방향 속도 u^* 는 x^* 만의 함수이다. 여기서 $*$ 는 차원을 가지는 물리량 혹은 변수를 나타낸다. 유체는 KCl이 이온화된 수용액이라 가정하여도 일반성을 잃지 않으며[2, 3], 슬릿은 수용액의 pH에 따라 표면 전하가 달라지는 silica(SiO_2)나 titania(TiO_2)와 같은 무기 산화물 계통의 amphoteric surface이며 이는 기술적으로 많이 사용되는 재료이다.

일반적으로 고체 표면 근처에 형성되는 EDL의 전위 분포는 다음의 Poisson-Boltzmann 방정식으로 기술되며 고체 벽면이 무한 평면이고 유체가 무한할 때 다음과 같다.

$$\frac{d^2\psi^*}{dx^{*2}} = -\frac{e}{\epsilon} \sum z_i n_i^{0*} \exp(-z_i \frac{e\psi^*}{k_b T}), \quad 0 < x^* < \infty \quad (1)$$

여기서 e 는 단위 전하, ϵ 은 유체의 유전율, z_i 는 이온 i 의 원자가, k_b 는 Boltzmann 상수, T 는 절대온도, n_i^* 를 이온 i 의 수밀도라 할 때 $n_i^{0*} = n_i^*(x \rightarrow \infty)$ 이며, 이는 유체가 무한하므로 유체가 고체 벽면에 접하지 않았던 초기 상태의 수밀도와 같다. 식 (1)은 이온의 확산력과 전기력의 균형을 나타내는 Nernst 방정식

* 한국에너지기술연구원 dklee@kier.re.kr

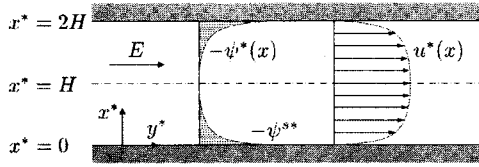


Fig. 1 Schematic of the problem

$$\frac{1}{n_i^*} \frac{dn_i^*}{dx^*} = -\frac{z_i e}{k_b T} \frac{d\psi^*}{dx^*} \quad (2)$$

을 경계조건

$$\psi^* = 0, \quad n_i^* = n_i^{0*} \quad \text{as } x \rightarrow \infty \quad (3)$$

을 이용하여 적분한 결과로 얻어지는 Boltzmann 분포

$$n_i^* = n_i^{0*} \exp(-z_i e \psi^* / k_b T) \quad (4)$$

를 전하 밀도 ρ_e^* 에 의해 유도되는 전장(potential field)을 지배하는 Poisson 방정식

$$\frac{d^2 \psi^*}{dx^{*2}} = -\rho_e^* = -e(n_+^* - n_-^*) \quad (5)$$

에 대입하여 얻어진다. 다수의 선행 연구들[1, 5, 6]에서는 식 (1)을 EDL이 상호작용하는 문제에 적용하였으나 이 경우에는 경계조건 식 (3)이 성립하지 않으므로 그릇된 결과가 얻어진다[3, 7]. 즉 EDL의 두께가 슬릿의 높이와 유사한 크기를 가지는 경우에 이온의 Boltzmann 분포는 성립하지 않는다. Li[3]와 Qu[7]는 이러한 오류를 해결하기 위해 적절한 경계조건을 사용한 해석을 수행하였으며, 그 과정에서 표면 전하량을 기술하기 위해 site-dissociation 모델[2, 4]를 사용하였다. 그러나 그들이 사용한 site-dissociation 모델도 또한 물리적 오류를 내포하고 있으며 이에 관해서는 뒤에서 자세히 다룬다.

2.2 지배방정식의 해석

무차원화된 지배방정식을 다루기 위해 길이, 전위, 이온 수밀도의 무차원화 스케일을 각각 H , n^0 , $k_b T/e$ 로 잡자. 여기서 n^0 는 수용액 내에서 이온화되어 있는 K^+ 와 Cl^- 의 수밀도이며, 이후에 나오는 물리량들은 특별한 언급이 없는 한 무차원화된 양이다. $x = 1$ 을 기준으로 대칭이므로 $0 < x < 1$ 만을 고려하기로 하자. EDL이 상호작용하는 문제는 지배방정식 (2), (5)를 다음과 같은 적절한 경계 조건

$$\left. \begin{array}{l} \text{At } x = 0, \quad \psi = \psi^s, \quad n_i = n_i^s \\ \text{At } x = 1, \quad d\psi/dx = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

을 사용하여야 하며 이를 이용하여 식 (2)를 적분하면 다음을 얻는다.

$$n_i = n_i^s \exp[-z_i(\psi - \psi^s)] \quad (7)$$

여기서 위첨자 s 는 벽면에서의 양을 나타내며, 수용액에 존재하는 이온은 K^+ , Cl^- , H_3O^+ , OH^- 이므로 하첨자 i 는 이를 나타내고, 이 때 $z_+ = -z_- = 1$ 이다. $|\psi - \psi^s| \ll 1$ 일 때 식 (7)을 전개하면

$$n_i = n_i^s [1 - z_i(\psi - \psi^s)] + O[(\psi - \psi^s)^2] \quad (8)$$

이며, 첫 번째 항만을 취하여 선형화(Debye-Hückel 근사)하고 식 (5)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\frac{d^2 \tilde{\psi}}{dx^2} - \alpha^2 \tilde{\psi} = -\alpha^2 \beta \quad (9)$$

$$\tilde{\psi} = \psi - \psi^s, \quad \alpha^2 = \frac{e^2 n^0 H^2}{\epsilon k_b T} (n_+^s + n_-^s), \quad \beta = \frac{n_+^s - n_-^s}{n_+^s + n_-^s}$$

여기서 α 는 EDL의 두께에 대한 slit의 높이 H 의 비를 나타낸다. 이제 경계조건 (6)을 이용하여 식 (9)를 풀면

$$\psi = \psi^s + \beta \left[1 - \frac{\cosh[\alpha(1-x)]}{\cosh \alpha} \right] \quad (10a)$$

$$n_+ = n_+^s \left\{ 1 - \beta \left[1 - \frac{\cosh[\alpha(1-x)]}{\cosh \alpha} \right] \right\} \quad (10b)$$

$$n_- = n_-^s \left\{ 1 + \beta \left[1 - \frac{\cosh[\alpha(1-x)]}{\cosh \alpha} \right] \right\} \quad (10c)$$

여기서 $n_+ = n_{H_3O^+} + n_{K^+}$, $n_- = n_{OH^-} + n_{Cl^-}$ 이다.

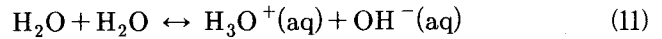
본 문제의 해는 식 (10)으로 주어졌으나 미지상수 ψ^s , n_+^s , n_-^s 를 이제 결정해야 한다. 일반적으로 표면 전위 ψ^s (또는 표면 전하 σ^s)는 유체의 pH와 더불어 고체 벽면과 유체의 물성에 의해 결정되는 값으로 알려져 있으며, 많은 선행연구들에서 이는 주어지는 상수값으로 취급하는 일정 표면 전위 모델을 사용한다 [1, 2, 3, 5]. 그러나 EDL이 상호작용하는 경우에 ψ^s 는 두 EDL 간의 거리에 따라 달라짐이 알려져 있고 이를 전하/전위 조정(charge/potential regulation)이라 한다[6]. 따라서 본 연구에서는 H 를 파라미터로 하고 ψ^s 를 H 의 함수로 취급하였다.

2.3 미지상수의 결정

미지상수 ψ^s , n_+^s , n_-^s 를 결정하기 위하여 다음을 고려한다.

물의 자동 이온화 평형

일반적으로 물 분자는 다음과 같은 반응



에 의해 자체적으로 이온화되는데 이 때 평형상수를 K_c 라 하고 물 농도를 $C[\text{mol/L}]$ 라 하면 $(C_{H_2O})^2 K_c = C_{H_3O^+} + C_{OH^-}$ 로 쓸 수 있다. 묽은 수용액에 대해 C_{H_2O} 는 순수한 물에 대한 값 56mol/L와 거의 같으므로 C_{H_2O} 를 상수로 취급하고 자동 이온화 상수

$$K_w = (C_{H_2O})^2 K_c = C_{H_3O^+} + C_{OH^-} \quad (12)$$

를 정의하면, 25°C의 묽은 수용액에 대해 $K_w = 10^{-14} \text{mol/L}$ 을 만족한다[8].

고체 벽면과 접하기 전 수용액이 가지는 초기 이온 농도 $C_{H_3O^+}^0$, $C_{OH^-}^0$ 는 pH의 정의 $\text{pH} = -\log C_{H_3O^+}^0$ 로부터 $C_{H_3O^+}^{0*} = 10^{-\text{pH}}$, $C_{OH^-}^{0*} = 10^{14-\text{pH}}$ 와 같이 쓸 수 있고, 따라서 Avogadro 수 Na 를 이용하면 무차원 초기 수밀도는 pH로 표현된다.

$$\left. \begin{array}{l} n_{H_3O^+}^0 = (10^3 Na/n^0) 10^{-\text{pH}} \\ n_{OH^-}^0 = (10^3 Na/n^0) 10^{14-\text{pH}} \end{array} \right\} \quad (13)$$

위의 초기 상태에서 벗어나 계면이 존재함에 따라 수용액 내부에 이온 분포의 구배가 형성되었을 때, 각 이온의 평균 농도가 식 (12)를 만족한다고 가정하자[3, 7]. 수용액과 무기 산화물의 계면에서는 pH=7 근처일 때 일반적으로 OH^- 이온이 흡착되면서 표면 전하가 음의 값을 가지게 된다. 이로 인해 수용액 내부에 존재하는 OH^- 이온의 수가 감소하게 되고 그에 따라 식 (12)를 만족하기 위해 (11)의 자동이온화가 발생하고 이는 다음으로 표현된다.

$$(n_{H_3O^+}^0 + N_d)(n_{OH^-}^0 - N_d - |\sigma^s|) = (10^3 Na/n^0)^2 K_w \quad (14)$$

여기서 $N_d = N_d^*/n^0 H$ 와 $\sigma^s = \sigma^{s*}/en^0 H$ 는 각각 무차원 해리량과 표면 전하이다.

이온의 전하 보존

H_3O^+ 이온의 전하 보존은 해리량 N_d 를 고려하면 식 (10b)로부터 다음을 만족한다.

$$\int_0^1 n_{H_3O^+} dx = n_{H_3O^+}^s \left\{ (1-\beta) + \frac{\beta}{\alpha} \tanh \alpha \right\} = n_{H_3O^+}^0 + N_d \quad (15)$$

K^+ , Cl^- 이온은 고체 표면에 흡착되지 않는다고 가정하면 [2, 3] 초기에 용해된 양이 그대로 보존되므로, 식 (10b)를 이용하면 K^+ 에 대해 다음을 만족한다.

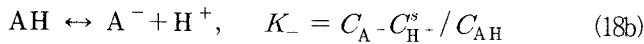
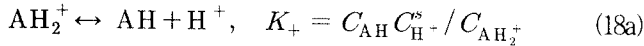
$$n_{K^+}^s \left\{ (1-\beta) + \frac{\beta}{\alpha} \tanh \alpha \right\} = 1 \quad (16)$$

OH^- 이온의 전하 보존은 흡착량과 해리량 N_d 를 고려하면 식 (10c)로부터 다음과 같다.

$$n_{OH^-}^s \left\{ (1+\beta) - \frac{\beta}{\alpha} \tanh \alpha \right\} = n_{OH^-}^0 + N_d - |\sigma^s| + 1 \quad (17)$$

Site-dissociation 모델

수용액 내의 무기 산화물의 표면에는 amphoteric site가 존재하여 pH에 따라 H^+ 혹은 OH^- 이온이 표면에 흡탈착하게 되고 그로 인해 표면 전하의 부호가 달라진다. 이러한 현상은 일반성을 잃지 않고서 계면의 site로부터 H^+ (H^+ 이온은 수용액 내에서 수화되어 H_3O^+ 이온으로 존재한다)가 해리되는 것으로 기술할 수 있으며 이를 site-dissociation 모델이라 한다[2, 4]. 계면에 존재하는 양성, 중성, 음성의 site를 각각 AH_2^+ , AH , A^- 라 하면, 이 모델에서는 다음의 반응을 고려한다.



여기서 K_+ , K_- 는 각 반응의 평형상수이며 화학종의 농도와 전기장에 영향을 받지 않는다고 가정한다. H^+ 이온의 탈착에 의해 형성되는 표면 전하는 site의 표면 밀도를 N_s 라 하면 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$\sigma^s = \frac{\sigma^{s*}}{en^0 H} = \frac{N_s}{n^0 H} \frac{C_{AH_2^+} - C_{A^-}}{C_{AH_2^+} + C_{AH} + C_{A^-}} \quad (19)$$

식 (18)을 이용하면 다음과 같이 변형된다.

$$\sigma^s = \frac{N_s}{n^0 H} \frac{C_{H^+}^s / K_+ - (C_{H^+}^s / K_-)^{-1}}{1 + C_{H^+}^s / K_+ + (C_{H^+}^s / K_-)^{-1}} \quad (20)$$

많은 선행 연구자들[2, 3, 4, 6, 7]은 EDL 내 H^+ 이온의 농도 구배가 Boltzmann 분포 $C_{H^+}^s = C_{H^+}^0 e^{-e\psi^*/k_b T}$ 를 따른다고 생각하여

$$C_{H^+}^s = C_{H^+}^0 e^{-e\psi^*/k_b T} = 10^{-pH} e^{-e\psi^*/k_b T}$$

를 식 (20)에 대입함으로써 $\sigma^s = \sigma^s(\psi^s; pH)$ 의 관계식

$$\sigma^s = \frac{N_s}{n^0 H} \frac{\delta \sinh(\psi_N - \psi^s)}{1 + \delta \cosh(\psi_N - \psi^s)} \quad (21)$$

$$\delta = 2 \times 10^{-(pK_- - pK_+)/2}, \quad pK_i = -\log K_i$$

$$\psi_N = 2.303(pH_z - pH)$$

을 얻었다. 여기서 ψ_N 은 무차원 Nernst potential이고 pH_z 는 영전하점(point of zero charge)에서의 pH이다. 그러나 2.1절의 논의에서 기술한 바와 같이 EDL이 상호작용하는 경우에 Boltzmann

분포는 물리적인 오류를 내포하고 있으므로 식(21)을 적용할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 Boltzmann 분포를 사용한 식 (21) 대신에 식 (20)을 사용하며 이를 무차원 수밀도를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma^s = \frac{N_s}{n^0 H} \frac{\frac{n^0}{10^3 NaK_+} n_{H_3O^+}^s - \left[\frac{n^0}{10^3 NaK_-} n_{H_3O^+}^s \right]^{-1}}{1 + \frac{n^0}{10^3 NaK_+} n_{H_3O^+}^s + \left[\frac{n^0}{10^3 NaK_-} n_{H_3O^+}^s \right]^{-1}} \quad (22)$$

이 식에서 볼 수 있듯이 H 가 작아짐에 따라 EDL의 상호작용의 크기가 달라지고 그로 인해 계면에서의 H_3O^+ 의 수밀도가 달라지면 표면 전하가 달라지는 charge regulation이 나타난다.

표면 전위 ψ^s 의 결정

본 절의 고려를 통해 미지 상수를 결정하기 위한 조건은 초월함수를 포함하는 다섯 개의 대수방정식 (14)-(17), (22)으로 주어지며, 이에 포함된 미지수는 σ^s , N_d , $n_{H_3O^+}^s$, $n_{K^+}^s$, $n_{OH^-}^s$ 의 다섯 개이므로 해가 결정된다. 그런데 전위 분포에 대한 해 (10a)를 구하는 과정에서 우리는 ψ^s 를 가정하여 해를 구하였고 이를 알아야만 ψ^s 의 분포가 결정된다. 따라서 ψ^s 에 관한 조건이 하나 더 필요한 것처럼 보이지만, 이 값은 결정될 수 없는 값을 물리적인 고려와 수학적 고려를 통해 보이자.

먼저 물리적으로 보았을 때 전위의 정의는 전기장 E 를 이용하여 $E = -\nabla \psi$ 로 주어진다. 따라서 전기장 내에 존재하는 전하에 작용하는 힘은 전위의 구배에 비례하므로 전위의 절대값은 아무런 영향을 미치지 않으며 전위차가 중요한 물리량이 된다. 따라서 보통의 경우 기준 전위를 임의로 택하고 그에 대한 상대적인 값을 전위로 취한다. 무한 평면에 형성되는 EDL의 경우 표면에서 충분히 떨어진 곳에서는 양전하와 음전하가 균형을 이루어 순수 전하량(net charge)이 영이므로 전위의 구배가 없는 일정한 값을 갖는다. 이는 본 연구와 같은 2차원 슬릿에서 H 가 충분히 큰 경우 대칭면 근처에도 그러하다. 따라서 그 곳에서의 전위를 기준으로 삼는 것이 편리하며, 모든 선행 연구들에서도 명시적으로 서술하지 않았더라도 이와 같은 이유로 기준을 택한 것이다. 그러나 본 연구와 같이 H 가 작아서 EDL이 상호작용하는 경우에는 대칭면 근처에서 순수 전하량이 영이 아니므로 일정 전위 영역이 형성되지 않는다.

다음으로 수학적으로 살펴보았을 때 전위의 지배방정식 (9)의 주어진 경계조건 (6)은 $x=1$ 에서 Neumann 조건이지만 $x=0$ 에서 Dirichlet 조건이므로 해가 유일하게 결정되는 것처럼 보인다. 하지만 전하보존에 관한 식들을 이용하여 식 (15)와 (16)의 합에서 식 (17)을 빼면

$$\int_0^1 (n_+ - n_-) dx = (n_{H_3O^+}^0 - n_{OH^-}^0) + |\sigma^s|$$

을 얻고, 식 (5)를 $0 < x < 1$ 에서 적분한 식에 대입하면

$$\frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=0} = -\frac{e^2 n^0 H^2}{k_b T} \left\{ (n_{H_3O^+}^0 - n_{OH^-}^0) + |\sigma^s| \right\} \quad (23)$$

을 얻는다. 즉 $x=0$ 의 경계조건은 미지상수로 가정한 ψ^s 로 주어지는 것이 아니라 식 (23)의 Neumann 조건으로 주어진다. 결과적으로 양쪽 경계조건이 모두 Neumann 조건이므로 해는 유일하게 결정되지 않는다.

이러한 논의로부터 EDL이 상호작용할 경우 전위의 절대값은 결정되지 않으며, 본 연구의 결과는 전위차 $\tilde{\psi} = \psi - \psi^s$ 를 이용

하여 도시하였다.

대수방정식 (14)-(17), (22)의 해는 수치적으로 구하였으며, $n_{H_3O^+}^0$ 만을 독립변수로 취하면 나머지 네 개의 미지수가 $n_{H_3O^+}^0$ 의 함수로 표현될 수 있다. 따라서 Newton 방법을 사용하면 어려움 없이 해를 구할 수 있다.

2.4 전기삼투 유동장

2차원 슬릿에서 정상상태의 전기삼투 유동장은 EDL에 의한 전위 분포와 닮은꼴임은 잘 알려져 있다[2, 3]. Fig. 1과 같이 외부 전기장 E 가 x 방향으로 주어질 때 유동의 지배방정식은 유동의 무차원 스케일을 $\epsilon k_b TE / \epsilon \mu$ 로 잡으면 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{d^2 \psi}{dx^2} \quad (24)$$

이 때 유동장의 경계조건 $u(0) = 0, du/dx|_{x=1} = 0$ 과 전위의 경계조건 식 (6)을 이용하면 유동장은 다음과 같이 주어진다.

$$u = \tilde{\psi}, \Rightarrow u^* = \frac{\epsilon E}{\mu} (\psi^* - \psi^{* *}) \quad (25)$$

즉 속도와 전위차는 닮은 꼴(similarity)이다.

3. 해석 결과

2장에서 언급한 대수방정식으로부터 해가 결정되면 식 (10)으로 주어진 전위와 이온 분포가 얻어진다. 다양한 여러 가지 경우를 비교할 수 있지만, 여기서는 슬릿의 높이 H 의 영향과 KCl의 초기 농도의 영향을 각각 Fig. 1과 2에 도시하였다. 이를 위해 $N_s = 5 \times 10^{18}$, $\Delta p K = 10$, $pH_z = 5.8$ 을 사용하였다.

Fig. 2에 도시된 바와 같이 H 가 작아질수록 확산 효과가 슬릿 전체에 걸쳐 나타나서 전위차의 구배와 이온 분포의 구배가 슬릿 전체에 존재한다. 또한 전기삼투 유동의 속도장도 $x = 1$ 근처에서 균일한 속도를 가지는 영역이 점차 작아지며 그 크기도 작아진다. 다음으로 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 전해질의 농도

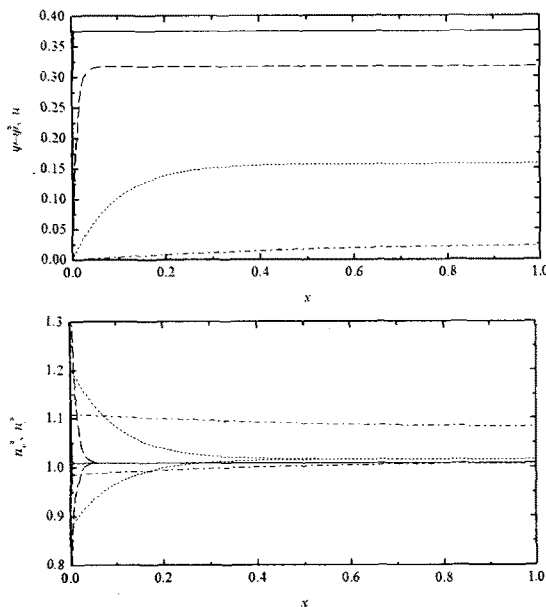


Fig. 2 Distribution of potential and ions; $C^0 = 10^{-5} M$, $pH = 7$, $H = 100 \mu m$ (—), $10 \mu m$ (---), $1 \mu m$ (⋯), $0.1 \mu m$ (- · -)

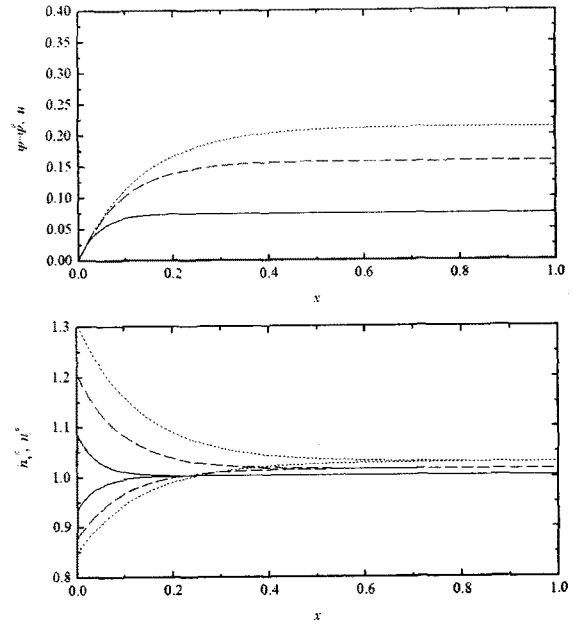


Fig. 3 Distribution of potential and ions; $pH = 7$, $H = 1 \mu m$, $C^0 = 5 \times 10^{-5} M$ (—), $1 \times 10^{-5} M$ (---), $5 \times 10^{-6} M$ (⋯)

가 작아지면 전위차가 커지고 확산 영역도 넓어진다. 또한 전기삼투 유동의 유량은 전해질의 농도가 작을수록 커진다.

4. 결론

이상과 같이 EDL이 상호작용하는 2차원 슬릿 내부에 형성되는 전기삼투 유동에 대해 살펴보았고, 본 논문에서는 기존의 해석 방법의 문제점이 무엇인지를 주로 살펴보았다. Poisson-Boltzmann 방정식 사용의 불합리성에 대해 살펴보았고, 타 연구자들의 선행연구에서 사용된 site-dissociation 모델에는 Boltzmann 분포가 내재되어 있음을 보였다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 본 논문에서는 EDL이 상호작용하는 문제를 엄밀하게 정식화하였고 이를 간단하게 해결할 수 있음을 보였다. 향후 본 연구의 결과를 선행 연구의 결과와 비교하는 작업과 함께, Debye-Hückel 근사를 사용하지 않은 비선형 해석에 대한 연구를 수행할 예정이다.

참고문헌

- [1] Verwey, E. J. W. and Overbeek, J. Th. G., 1948, "Theory of the Stability of Lyophobic Colloids", Elsevier, Amsterdam
- [2] Hunter, R. J., 1981, "Zeta Potential in Colloid Science: Principles and Applications", Academic Press, London
- [3] Li, D., 2004, "Electrokinetics in Microfluidics", Elsevier, Amsterdam
- [4] Healy, T. W. and White, L. R., 1978, "Ionizable Surface Group Models of Aqueous Interface", Adv. Colloid Interface Sci., Vol. 9, pp. 303-345
- [5] Burgreen, D. and Nakache, F. R., 1964, "Electrokinetic Flow in Ultrafine Capillary Slits", J. of Phy. Chem., Vol. 68, pp. 1084-1091
- [6] Chan, D., Perram, J. W., White, L. R. and Healy, T. W., 1975, "Regulation of Surface Potential at Amphoteric Surfaces during Particle-Particle Interaction", J. Chem. Soc. Faraday Trans. I, Vol. 70, pp. 1046-1057
- [7] Qu, W. and Li, D., 2000, "A Model for Overlapped EDL Fields", J. Colloid Interface Sci., Vol. 224, pp. 397-407
- [8] Atkins, P. W., 1989, "General Chemistry", Scientific American Books, New York