Proceedings of
The Fourth National Congress on Fluids Engineering
August 23-25, 2006, Kyungju, Korea

내부회전실린더를 가진 동심환형관에서 반경비의 영향에 관한 수치해석적 연구

배강열* · 김형범** · 이상혁***

Numerical Analysis on Effects of Radius Ratio in a Concentric Annulus with a Rotating Inner Cylinder

Kang-Youl Bae*, Hyoung-Bum Kim** and Sang-Hyuk Lee***

Keywords *: Rotating Inner Cylinder(내부회전실린더), Angular Velocity(각속도), Radius Ratio(반경비), Taylor Number(테일러수), Taylor Vortex(테일러와류), Wavy Vortex*

Abstract

This paper represents the numerical analysis on effects of radius ratio in a concentric annulus with a rotating inner cylinder. The numerical model consisted of two cylinder which inner cylinder is rotating and outer cylinder is fix, and the axial direction is used the cyclic condition because of the length for axial direction is assumed infinite. The diameter of inner cylinder is assumed 86.8mm, the numerical parameters are angular velocity and radius ratio. Also, the whole walls of numerical model have no-slip and the working fluid is used water at 20℃. The numerical analysis is assumed the transient state to observe the flow variations by time and the 3-D cylindrical coordinate system. The calculation grid adopted a non-constant grid for dense arrangement near the wall side of cylinder, the standard k-ω high Reynolds number model to consider the effect of turbulence flow and wall, the fully implicit method for time term and the quick scheme for momentum equation. The numerical method is compared with the experimental results by Wereley and Lueptow, and the results are very good agreement. As the results, TVF isn't appeared when Re is small because of the initial flow instability is disappear by effect of the centrifugal force and viscosity. The vortex size is from 0.8 to 1.1 for TVF at various η, and the traveling distance for wavy vortex have the critical traveling distance for each case.

1. 서 론

내부실린더는 회전하고 외부실린더는 고정되어 있는 동심환형관내의 유동은 산업현장에서 흔히 볼 수 있는 유동으로서 베어링, 열교환기, 드릴링 머신, 전자기기의 냉각시스템등에서 쉽게 발견되며 유체역학적 측면에서 매우 중요한 요소로 대두되고 있다. 이러한 유동은 1923년 G. I. Taylor에 의해 무차원수인 Taylor 수가 일정한 값을 넘게 되면 유동의 불안전성으로 인해 유동방향으로 축을 갖는 와류가 발생한다는 사실을 실험과 이론을 통하여 보고한 후 많은 연구자들에 의해 실험 및 수치해석적으로 다양한 연구가 진행되어 오고 있다.[1-7] 많은 연구자들의 실험과 수치해석을 통한 선행연구에서는 내부실린더의 각속도변화에 대하여 실린더내의 축방향 단면에서 유동의 변화에 대한 연구와 축방향으로 일정한 유동을 가지고 내부실린더가 회전하는 경우 및 내부와 외부실린더의 온도차에 대한 축방향 단면에서 유동현상을 규명하고자 하였다. 특히, 수치해석적으로 이러한 현상을 규명하고자 많은 연구자들에 의하여 해석되어 실험결과와 매우 일치한 결과들을 도출하여 수치해석적 연구의 타당성을 입증하였으며 다양한 분야에 대한 연구를 진행 중이다.

* 경상대학교 항공기부품기술연구소, kybae@gnu.ac.kr
** 경상대학교 기계항공공학부, kumhb@gsnu.ac.kr
*** 경상대학교 기계항공공학부, saramnara@gnu.ac.kr

그러나, 서두에 언급한 이러한 연구들은 Taylor Vortex가 생성될 수 있는 조건, 예를 들어 내부실린더와 외부실린더는 일정한 반경비(η=0.83)의 경우에 대한 연구가 대부분이다. 이에 본 연구에서는 이러한 유동에 대하여 실험과 수치해석의 타당성을 검증하고 이전의 수치해석적 연구에서 언급되지 않았던 내부실린더를 가진 동심환형관에서 각속도 및 반경비의 변화에 대해서 수치해석적 연구를 진행함으로써 다양한 변수에 대한 Taylor Vortex의 변화에 대하여 규명함으로써 수치해석분야에 대한 기본 자료로 활용하고자 한다.

2. 수치해석

2.1 해석모델 및 경계조건

본 수치해석에서 사용된 모델은 Fig. 1과 같이 두 개의 실린더로 구성되었으며, 내부실린더(I.C.)는 시계방향으로 일정한 각속도(Ω)로 회전하고 있고 외부실린더(O.C.)는 고정되어 있다. 그리고 외부실린더와 내부실린더 사이에는 작동유체가 채워져 있는 데 본 연구에서는 그 응용범위가 가장 넓은 물을 사용하였다. 3차원 모델에서 축방향은 무한한 길이를 가정하기 위해서 주기조건(cyclic condition)을 부과하였으며, 실린더 표면에는 점착조건(no slip condition)을 사용하였다.

아래의 Table 1은 수치해석에 사용된 변수를 나타낸 것이며,

Re는 회전방향에 대한 Reynolds number이고 η는 반경비로서 식 (1)에 나타내었다.

Table 1 Main parameters for numerical analysis

Re	70, 75, 80, 102, 124, 131, 253
η	0.7, 0.75, 0.8, 0.83, 0.85, 0.90

$$Re = \frac{r_i \Omega d}{\nu}, \eta = \frac{r_i}{r_o} \quad (1)$$

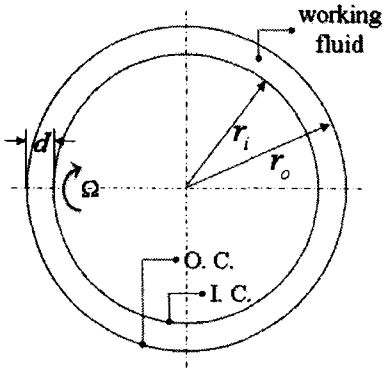


Fig. 1 Schematic diagram for numerical analysis

2.2 지배방정식 및 격자계

수치해석은 시간에 따른 유동현상을 고려하기 위하여 3차원 비정상상태로 가정하였으며, 난류와 벽면유동의 영향을 고려하기 위하여 Standard k-ω high Reynolds number 모델을 채택하였고 시간항은 완전음해법(fully implicit method)을 운동량방정식의 해석을 위해서는 Quick Scheme을 사용하였으며, 본 논문에서는 지면상 지배방정식의 표기는 생략하도록 한다.

Fig. 2는 수치해석에 사용된 격자를 보여주고 있다. 격자의 수는 r×θ×z=32×72×32를 기본적으로 사용하였으며, 축(z)방향의 경우에는 실린더사이의 간격비인 η(ro/ri)=0.7 일 때 간격(d)가 크기 때문에 67개의 격자를 사용하였다. 또한 실린더 벽면에서의 유동장을 고려하기 위하여 격자를 벽면에 조밀하게 분포시켰다.

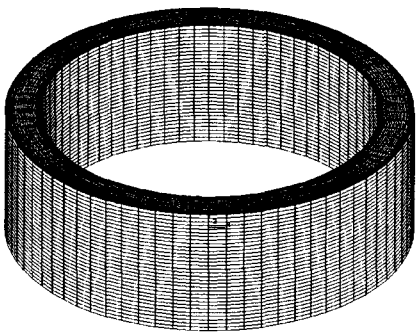
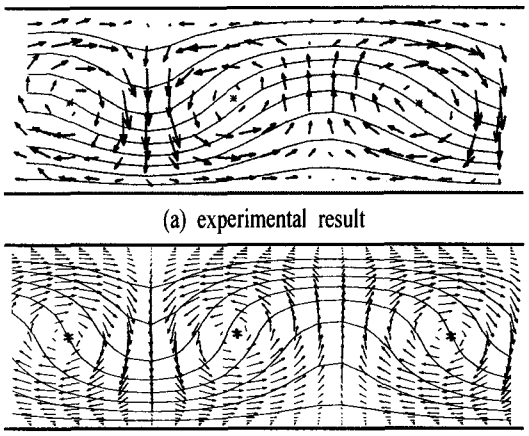


Fig. 2 Grid system for numerical model

3. 결과 및 고찰

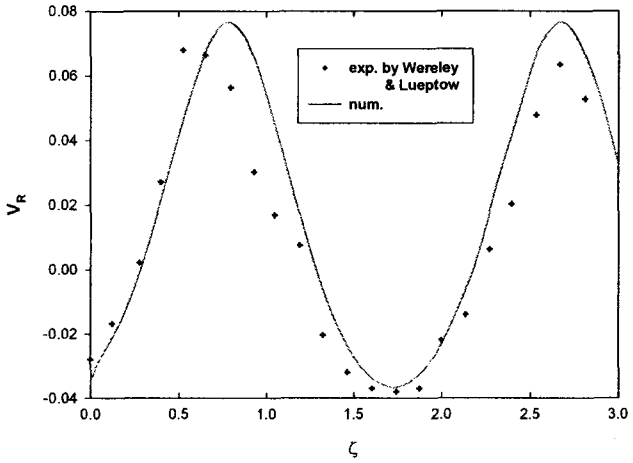
Fig. 3은 수치해석을 검증하기 위하여 S. T Wereley & R. M. Lueptow[1]의 실험결과와 반경과 축방향에 대한 속도벡터를 비교한 결과를 나타내고 있다. 여기에서 실선으로 표시된 contour는 회전방향 속도의 크기를 나타내고 위 경계는 안쪽실린더를 아래



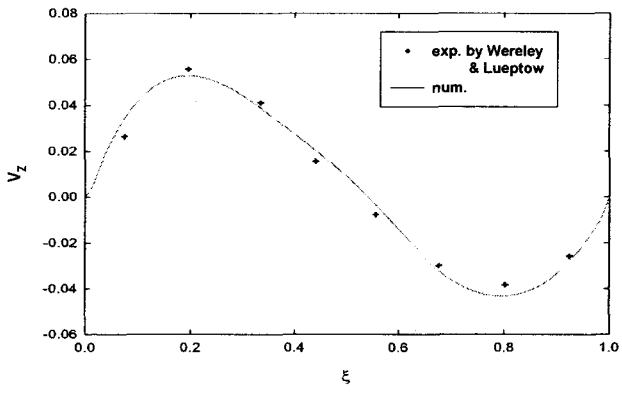
(a) experimental result

(b) numerical result

Fig. 3 Comparison between experimental and numerical result for radial-axial velocity vectors and contours at Re=124



(a) radial velocity



(b) axial velocity

Fig. 4 Radial & axial velocity to compare the numerical with experimental result at Re=124

경계는 바깥쪽실린더를 나타내고 있다. 실험 및 수치해석의 결과는 비교적 잘 일치하고 있으며, 양쪽의 결과에서 vortex의 크기가 중앙부분보다 양쪽에 위치하고 있는 vortex가 큰 것을 확인할 수 있는 데 이것은 Re=124인 경우 wavy vortex가 생기는 영역이기 때문에 vortex가 비대칭의 형태를 보여주는 것이다.

Fig. 4는 Re 수가 124인 경우에 대하여 단면에 대한 반경 및 축방향의 속도분포를 Wereley의 실험결과와 비교한 그림이다. 여기에서 사용된 V_R, V_Z, ζ 및 ξ는 다음과 같다.

$$V_R = \frac{v_r}{r_i\Omega}\ ,\ V_Z = \frac{v_z}{r_i\Omega} \tag{2}$$

$$\zeta = \frac{z}{d}\ ,\ \xi = \frac{(r-r_i)}{d} \tag{3}$$

반경방향의 속도의 경우 실험결과와 비교하여 최대값에서 실험보다 약간 높은 값을 나타내고 있으나, 전체적으로 매우 잘 일치 하고 있음을 확인할 수 있다. 또한, 축방향 속도의 경우에도 실험결과와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있어 수치해석이 실험을 매우 잘 재현하고 있음을 확인 할 수 있었다.

Fig. 5는 η=0.7, Re=70 인 경우에 대하여 반경 및 축방향 속도벡터를 시간변화에 따라서 나타낸 것이다. 그림에서 초기에는 내부실린더의 회전력에 의하여 양쪽 끝부분에서 TVF가 형성되기 시작하지만 시간이 지날수록 생성된 TVF가 점점 사라지면서 최종적으로 CCF의 유동형태를 보여주고 있다. Taylor의 선형이론에 따르면 Re 수가 임계 Re 수보다 작을 경우 초기에 유동의 불안전성으로 인하여 TVF가 생성된 후 원심력과 점성의 영향으로 인하여 TVF가 상쇄된다고 정의하고 있으며[2], 본 수치해석에서도 동일한 현상을 보이고 있음을 확인 할 수 있었다.

Fig. 6은 η=0.83, Re=131인 경우에 대한 반경 및 축방향에 대한 속도벡터를 시간의 변화에 대하여 나타낸 것이다. Re 수가 TVF를 발생시킬 수 있는 임계점을 넘어서 계속적으로 Re 수를 증가시켜주게 되면 유동의 불안전성이 커지게 되면 vortex의 형태가 비대칭을 이루면서 vortex core가 이동을 하게 되는 데 이러한 유동의 형태를 wavy vortex 유동이라고 한다. 본 수치해석에서는 Wereley & Lueptow이 실험으로 재현한 조건을 부과하여 해석한 결과 WVF의 유동형태를 확인 할 수 있었다. Fig. 6에서는 하나의 vortex를 중심으로 한 주기 동안의 계산결과를 나타낸 것이며 core가 일정시간 이동한 후 원래의 위치로 되돌아오는 현상을 확실하게 보여주고 있다.

Table 2는 Re 수와 η의 변화에 따른 유동의 형태를 나타낸 것이다. 여기에서 η=0.70과 0.75에서는 Re 수의 증가하여 Re=253까지는 TVF 만이 나타나며 WVF는 나타나지 않는 것을 알 수 있다.

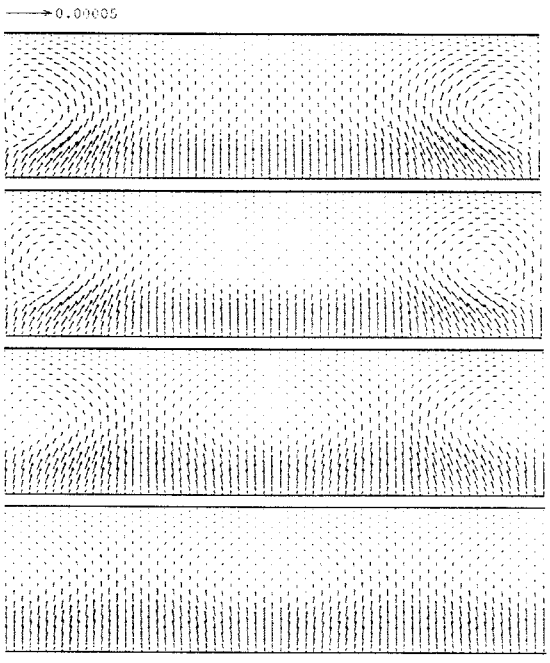


Fig. 5 Radial-axial velocity vector at η=0.7 and Re=70

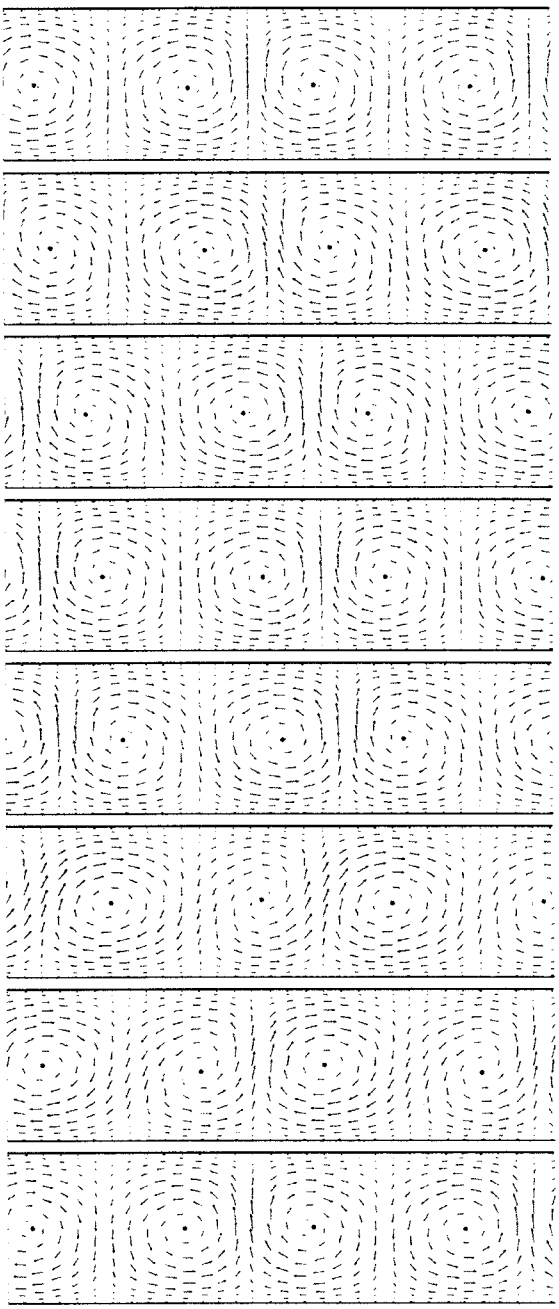


Fig. 6 Radial-axial velocity vector for wavy vortex at η=0.83 and Re=131

이것은 η의 값이 작아지게 되면 실린더사이의 간격인 d가 증가하기 때문에 내부 실린더의 회전력이 WVF를 발생시킬 수 있는 충분한 에너지의 공급이 이루어지지 않기 때문이다. 그러나, η=0.80 이상부터는 유동의 형태가 CCF→TVF→WVF으로 일반적으로 제시된 유동의 형태를 따라가고 있는 것을 알 수 있다. 그리고, TVF가 생성되는 Re 수를 살펴보게 되면 실린더사이의 반경비인 η가 작아지게 되면 Re 수도 낮아지고, η가 크지게 되면 Re 수도 크지게 되는 것으로 보아 TVF가 나타나는 Re 수는 η와 비례관계를 보이고 있음을 확인 할 수 있다.

Fig. 7은 각각의 η에 대하여 TVF가 생기는 유동영역에서 vortex의 size를 실린더사이의 간격인 d로 무차원화 하여 나타낸 것이다. 여기에서 TVF 유동영역에 대하여 나타낸 것은 WVF 유동영역의 경우 vortex size가 주기적으로 변화하기 때문이다. η의 변화에 대하여 vortex size는 0.8과 1.1 사이에서 존재하는 것을 확인할 수 있는 데 이것은 TVF 유동영역에서 vortex size는

실린더사이의 간격인 d와 거의 동일한 크기로 생성되는 것을 알 수 있다.[3]

Table 2. Flow patterns for various Re and η

Re / η	70	75	80	102	124	131	253
0.70	CCF	TVF	TVF	TVF	TVF	TVF	TVF
0.75	CCF	CCF	TVF	TVF	TVF	TVF	TVF
0.80	CCF	CCF	CCF	TVF	WVF	WVF	WVF
0.83	CCF	CCF	CCF	TVF	WVF	WVF	WVF
0.85	CCF	CCF	CCF	TVF	WVF	WVF	WVF
0.90	CCF	CCF	CCF	CCF	CCF	TVF	WVF

* CCF : Circular Couette Flow, TVF : Taylor Vortex Flow
WVF : Wavy Vortex Flow

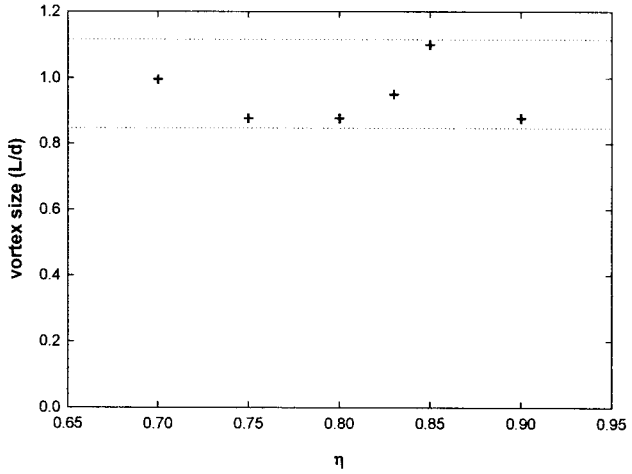


Fig. 7 Cell size for various η at TVF

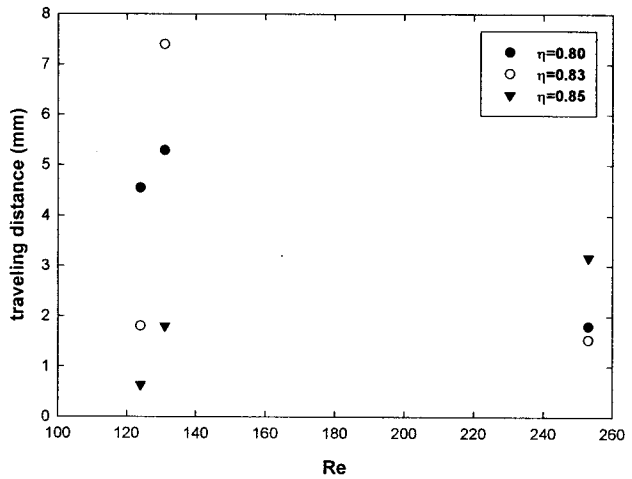


Fig. 8 Traveling distance for half cycle at WVF

Fig. 8은 위의 Table 2에서 WAF 유동형태에 대해서 vortex의 이동거리를 나타낸 것이다. η=0.9인 경우에는 다른 경우와 비교하기 위한 값이 하나만 존재하기 때문에 생략하였다. Fig. 8에서 사용된 Re 수는 124, 131과 253이며, 이러한 Re 수를 결정한 이유는 Wereley & Lueptow가 η=0.83일 경우 위의 Re 수를 실험으로 나타내었기 때문에 본 수치해석에서도 동일한 Re 수에 대하여 η의 변화를 나타낸 것이다.

Wereley & Lueptow의 실험에서 vortex의 이동거리는 WVF가 생성되기 시작하면서 어느 일정한 Re 수에 도달하게 되면 최대의 이동거리를 나타내며 이후 Re 수가 증가하게 되면 점점 감소하는 경향을 보이는 것을 보고하였다.[1, 6] 본 수치해석에서도 Re 수가 124에서 131까지는 이동거리가 증가하다가 131 이후에는 이동거리가 감소하는 것을 η는 0.8과 0.83에서 확인할 수 있다. 그러나, η=0.85인 경우에는 계속해서 이동거리가 증가하는 경향을 나타내고 있는 것으로 보아 아직까지 WVF가 발달하고 있는 과정인 것으로 생각된다.

4. 결 론

본 연구에서는 내부회전실린더를 가진 동심환형관에서 반경비의 영향에 관한 수치해석적 연구를 수행하였으며, 수치해석의 검증을 위하여 Wereley & Lueptow의 실험결과와 반경방향 및 축방향에 대하여 속도분포를 정량적인 비교결과 매우 일치하는 값을 보여주었기 때문에 수치해석이 실험을 잘 재현하고 있는 결과를 얻었다.

TVF의 유동형태를 기준으로 반경비인 η에 대해 Re 수는 비례적으로 증가하는 현상을 보여주고 있다. η=0.7, Re=70의 경우에는 TVF의 유동형태가 나타나지 않는 데 이러한 이유는 초기의 유동불안전성이 원심력 및 점성의 영향으로 사라지게 되는 현상을 수치해석적으로 규명하였으며. TVF에 대한 vortex size는 0.8 ~ 1.1사이의 값을 가지는 것을 알 수 있었다.

현재의 결과는 Re 수를 동일하여 하여 실시하였으나, 실제적으로 TVF 및 WVF를 결정하는 Taylor number에 대한 연구를 진행하게 되면 더욱더 정량적인 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업(RTI04-01-03)의 지원으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

[1] S. T. Wereley, and R. M. Lueptow, 1998, "Spatio-temporal character of non-wavy and wavy Taylor-Couette flow," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 364, pp. 59-80.

[2] Kunio Kataoka, "Taylor vortices and instabilities in circular couette flows," Fluid Mechanics, Chap. 9, pp. 236-274.

[3] J. A. Cole, 1976, "Taylor-vortex instability and annulus-length effects," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 75, pp. 1-15.

[4] A. Schulz, G. Pfister, and S. J. Tavener, 2003, "The effect of outer cylinder rotation on Taylor-couette flow at small aspect ratio," Trans. of KSME, B, Vol. 27, No. 8, pp. 1081-1088.

[5] Y. J. Kim and Y. K. Hwang, 2003, "Experimental study on the vortex flow in a concentric annulus with a rotating inner cylinder," Int. Journal of KSME, Vol. 17, No. 4, pp. 562-570.

[6] J. Y. Hwang and K. S. Yang, 2001, "Numerical study of wavy Taylor-couette flow," Trans. of KSME, B, Vol. 25, No. 5, pp. 705-712.

[7] J. Y. Hwang and K. S. Yang, 2003, "On the structures of Taylor vortices," Trans. of KSME, B, Vol. 27, No. 8, pp. 1081-1088.