

## 해양파의 개별파고 분포에 대하여

김도영\*  
\*홍익대학교

# On Individual Wave Height Distribution of Ocean Waves

DO YOUNG KIM\*

\*Hongik University, Chungnam, Korea

**KEY WORDS:** Ocean waves 해양파, Wave height distribution 파고분포, Rayleigh distribution 레일리 분포, modified Rayleigh distribution 수정레일리 분포

**ABSTRACT:** *If the sea is narrowband, the Rayleigh distribution introduced by Longuet-Higgins can be used for the individual wave height distribution. However the Rayleigh distribution over-predicts the probability of high waves. Longuet-Higgins introduced alternative form of the Rayleigh distribution with an empirical constant. The wave height distribution can be fitted well by one parameter Rayleigh distribution with a proper choice of the empirical constant. The empirical constant is the ratio of the significant wave height based the time domain analysis and the spectral analysis. Here we examine wave data which contain extreme waves. Once again we confirmed that extreme wave height distribution can be modelled well by a modified Rayleigh distribution.*

### 1. 서 론

해양구조물에 설계인자 중 가장 중요한 것 중 하나는 파랑하중이다. 해양파는 발생 원인은 여러 가지가 있겠지만, 대부분의 경우 바다 위로 불어오는 바람에 의해서 발생한다. 바람에 의해서 발생된 파도는 그 성격이 불규칙하고 구조물과 파도와 의 간섭효과를 해석하기 위해서는 통계적인 방법이 필요하다. 해양파의 여러 인자들은 관측 또는 수학적인 가정을 통하여 얻어진다. 선형이론의 적용이 가능한 미소진폭파(small amplitude wave)의 파형은 정규분포를 따르며, 수위(wave elevation)의 평균이 영이 된다. 또한 파랑스펙트럼(wave spectrtum)의 분포가 협대역(narrowband)인 경우에는, 개별 파고(individual wave height)의 분포가 레일리분포함수(Rayleigh distribution function)이 된다.

그러나 실제의 해양파는 이러한 간단한 가정을 항상 만족하는 것은 아니며 관측치와 선형 이론치에 의한 것과 차이가 나는 경우도 많이 나타난다. 이러한 이유는 먼저 해양파의 스펙트럼이 광대역(wideband) 이고, 해수면은 평균수면을 기준으로 상하 대칭이 되지 않는다는 점이 기인한다. 이러한 현상은 특히 파고가 큰 경우와 천수심인 경우 잘 나타난다. 따라서 한계파고(extreme wave height)와

같이 파고가 큰 파도의 분포는 정규분포로부터 벗어나게 된다. 따라서 한계파고의 파형의 분포는 비대칭이며, 평균이 영이 아니며 평균치에서의 확률분포의 최대가 되지 않는다.

최근에 보통의 해양파의 파고의 범위를 벗어나는 매우 높은 파 즉 기상재난파 (freak wave 또는 rogue wave로 불린다)에 대한 연구가 많이 수행되어 왔다. 이러한 파의 특성 파악과 발생원인을 규명하기 위해 기상재난파 및 대진폭파의 파고분포에 대한 연구가 진행되고 있다. 이에 대한 정확한 발생원인은 아직 알려지고 있지않고 있는 실정이다. 일반적으로 기상재난파는 파고가 유의파고의 2배가 넘는 비정상적으로 큰 파도로 정의되고 있다.

Mori 등은 (2002)는 동해의 일본 근해 Yura 지역에서 측정된 기상재난파가 포함된 파랑자료를 분석하였다. 그들은 비선형 급수인 Edgworth-Rayleigh 급수를 이용하여 파고의 분포 확률을 계산하였고 그 결과는 레일리분포와 비교하였다. 그 결과 레일리급수는 파정의 크기는 파소평가하고 파저의 크기는 과대평가하고, ER급수를 사용한 것은 자료와 비교적 잘 일치하는 것을 보였다. 그렇지만 파고의 초과확률의 경우는 오히려 레일리 분포가 오히려 더 좋은 결과를 보이는 것으로 나타났다. 물론 레일리 분포가 파정과 파저의 분포에 오차를 보이는 것은 파정과 파저의 크기를 파고의 절반씩으로 동일하게 설정된 것에 기인한다. 이는 레일리분포가 1개 인자로 표시된 함수이고 그리고 선형이론과 협대역의 가정을 가지고 있지만 실제 파고

김도영: 충남 연기군 조치원읍 신안리 홍익대학교 조선해양공학과 041-860-2545 dykim@hongik.ac.kr

가 큰 비선형파의 경우에도 좋은 결과를 보이고 있다는 것은 많이 알려져 있다. 그리고 레일리 함수의 사용의 편의성과 더불어 비선형파의 파고분포에도 많이 사용되고 있다.

일반적으로 Rayleigh 분포식은 파고가 높은 파도의 발생확률을 과대하게 예측하는 하는 결과를 주고있다. 여기서 높은 파도는 곧 freak wave를 의미하는 것은 아니다. 또한 Stansell(2004)은 최근 연구 결과를 이용하여 Rayleigh 분포는 freak wave의 발생을 과소평가하는 것을 보여주었다. 그렇지만 아직 구체적인 모델이 제시되고 있지는 않다고 지적하였다. freak wave의 발생확률에 대한 예측은 정확한 파고분포가 있을 때 더욱 정확해 질 수 있다. Rayleigh의 파고확률을 예측하는 결과를 보완하기 위해서 Longuet-Higgins는 경험상수 K를 사용하여 수정 Rayleigh 분포를 제안하였다. 또한 수정 Rayleigh 분포함수 이용하여 비선형성이 강한 파랑자료의 결과에 적용해 성공적으로 사용될 수 있다는 것을 보였다. 수정 Rayleigh 분포는 freak wave 문제를 포함해서 많은 비선형성이 강한 해양파의 파고분포 및 특성 해석에 도움을 줄 것으로 예상된다.

## 2. 해양파의 파고분포 함수

파랑스펙트럼이 협대역이면 파도의 에너지는 파도의 평균 주파수를 중심으로 좁은 영역에 집중되어 있고, 파랑자료 속의 개별 파는 slowly varying amplitude를 가지고 거의 비슷한 주기를 가지고 있다. 파형의 수학적 표현은 평균주기(또는 carrier frequency)와 slowly-varying amplitude로 표시된다.

정규확률과정 (Random Gaussian process)에서는 위상 변조(phase modulation)와 진폭변조(amplitude modulation)가 동시에 발생한다. 협대역 해상에서는 포락선(envelope)이 천천히 변하고, 개별파고의 분포가 레일리 분포(Rayleigh distribution)를 따른다. 레일리 분포는 다음과 같이 주어진다.

$$p(H) = \frac{2H}{H^2} \exp\left(-\frac{H^2}{H^2}\right) \quad (1)$$

식(1)는 주어진 가정에도 불구하고 협대역이 아니고 그리고 파첨도가 큰 경우에 관측된 실제해상 자료와도 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Khintchine 정리에 의해 다음과 같이 표시된다.

$$m_o = \overline{\eta^2} \quad (2)$$

또한 선형파이론에 의해서

$$m_o = \frac{1}{8} \overline{H^2} \quad (3)$$

여기서  $\overline{H^2}$ 는 파고의 제곱평균이고  $m_o$ 는 파랑스펙트럼 아래의 면적을 나타낸다.

식(2), (3)이 성립하는 경우 레일리분포는 다음과 같은 형태로 표시할 수 있다.

$$p(H) = \frac{H}{4m_o} \exp(-H^2/8m_o) \quad (4)$$

이 때 유의파고는 다음과 같이 정의된다.

$$H_s = 4.004 \sqrt{m_o} \quad (5)$$

Foerstl(1978)은 일반적으로 해상에서 발생하는 파고가 레일리분포를 따르지 않기 때문에, 이를 개선하기 위하여 계측된 파랑자료에서 얻는 파고의 분포를 2-parameter Weibull 분포함수를 이용하여 잘 표시할 수 있다는 것을 보였다. 이 함수의 확률분포는 다음과 같이 표시된다.

$$p(H) = \beta \alpha \left(\frac{H}{H_s}\right)^\alpha H^{-1} \exp\left[-\beta \left(\frac{H}{H_s}\right)^\alpha\right] \quad (6)$$

여기서 a 와 b는 파랑자료에서 결정한다.

Foerstl은 식(4)를 Rayleigh 분포식으로 정의하였다. 그리고 Rayleigh 분포함수 보다 Weibull 분포 함수가 보다 좋은 결과를 준다는 것을 보여주었다. 그러나 Longuet-Higgins(1980)은 식(1)이 엄밀한 의미에서 Rayleigh 분포식이고 식(4)는 추가 가정이 들어간 식이어서 구분이 필요하다는 것을 언급하였다. 그리고 Rayleigh 분포가 결과를 개선하기 위하여, 파랑에너지와 파랑스펙트럼과의 상관인자인 제곱평균의 값을 경험상수 K를 사용하여 다음과 같이 제안하였다.

$$\overline{H^2} = 8K^2 m_o \quad (7)$$

K=1일 경우 협대역에서 사용하는 기존의 Rayleigh분포와 같아진다.

이를 이용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$p(H) = \frac{H}{4K^2 m_o} \exp(-H^2/8K^2 m_o) \quad (8)$$

위 식의 형태로 보면 원래 Rayleigh 분포 형태에서 제곱평균의 값을 조정해서 사용하는 것과 마찬가지로 된다. 이 분포식을 기존의 Rayleigh분포와 구분하여 수정 Rayleigh분포(modified Rayleigh ditribution)라고 부르기도

한다. 따라서 이 논문에서도 식(8)을 수정 Rayleigh 분포로 부르기로 한다. Longuet-Higgins는 Forristal이 사용한 파랑자료를 가지고 수정 레일리분포에 적용하여  $K=0.925$ 를 얻었다. 그리고 Forristal이 사용한 동일한 자료를 이용하여 수정 Rayleigh 분포도 동일한 정도의 정확도로 파고자료에 적용되는 것을 보여 주었다. 이를 통하여 수정 레일리분포에서 경험상수  $K$  값을 잘 선정하면 비선형성이 강한 파고의 확률분포도 잘 표현 할 수 있다는 것을 보여주었다.

그러나 경험상수  $K$ 를 얻으려면 개별파고 분포를 수정 레일리분포에 적용하여 가장 잘 일치하는 적합도 값을 얻어야 한다. Longuet-Higgins는 파랑대역폭 파라미터를 이용하여 Pierson-Moskowitz spectrum인 경우  $K = 0.931$ 이 되는 것을 보여주었다. 정확한 경험상수  $K$ 를 얻기 위해서는 시간영역에서의 파고계측치가 필요하다. 그러나 파고의 시계열 자료가 많지 않고, 또한 자료의 크기가 방대해서 계측된 개별파고분포에서 경험상수  $K$ 를 구하는 것은 시간과 노력이 많이 들어가게 되어서 수정레일리 분포는 Longuet-Higgins가 발표한 이후 많이 사용되고 있지 않은 실정이다.

김도영(1998)은 수정Rayleigh 분포의 경험상수를 다음과 같은 식으로 사용하는 것을 제안하였다.

$$K = \frac{H_{1/3}}{H_s} \quad (9)$$

여기서  $H_s$ 는 식(4)에 의해서 정의된 유의파고 값이고  $H_{1/3}$ 은 파랑의 시계열 자료에서 얻은 개별파고 분포에서 계산한 상위 1/3되는 파고의 평균으로 정의되는 유의파고이다. 식(16)의 정의를 사용한다면, 경험상수  $K$ 는 시계열에서 얻은 개별파고의 파고와 스펙트럼법에서 얻은 유의파고의 차이로 설명될 수 있다. 따라서 식(9)을 이용하면 개별파고에 대한 파랑자료를 fitting하여 경험상수  $K$ 를 구하지 않더라도, 파랑자료에서 사용되는 두 개의 대표적인 통계치  $H_{1/3}$ ,  $H_s$ 를 이용하여 수정 레일리분포의 경험상수  $K$ 를 손쉽게 결정할 수 있다.

Earl (1975)이 발표한 Hurricane Camille이 통과 시 10시간 동안 1Hz로 계측된 자료를 이용하여 결과를 비교해 보기로 한다. 이 자료에서 최대 파고는 23.6m를 기록하였다. 파랑스펙트럼은 Nyquist 주파수에 해당하는 0.5Hz에서 low pass 필터로 cut-off하여 파고의 확률분포한 값을 사용하였다. Forristal(1978)은 2-parameter Weibull 분포파라미터를 사용하였고 이 때 파라미터의 값은  $a = 0.2126$ ,  $b = 1.052$ 이다. Longuet-Higgins (1980)는 경험상수  $K = 0.925$ 를 얻었다.

본 논문에서 얻은 식(9)를 사용하면  $K = 0.941$ 을 얻을 수 있다. 결과를 Fig. 1에 나타내었다. 원 레일리분포는 가장 일치하지 않는 것을 볼 수 있으며, 다른 세 경우는 모두 자료와 잘 일치를 하는 것을 볼 수 있다. 따라서 본 논문에서 제안한 식(9)를 이용하여 수정레일리분포의 경험상수  $K$ 를 결정하는 것은 매우 간단하면서도 실제 파랑자료와도 잘 일치를 하는 결과를 얻을 수 있다는 것을 볼 수 있다.

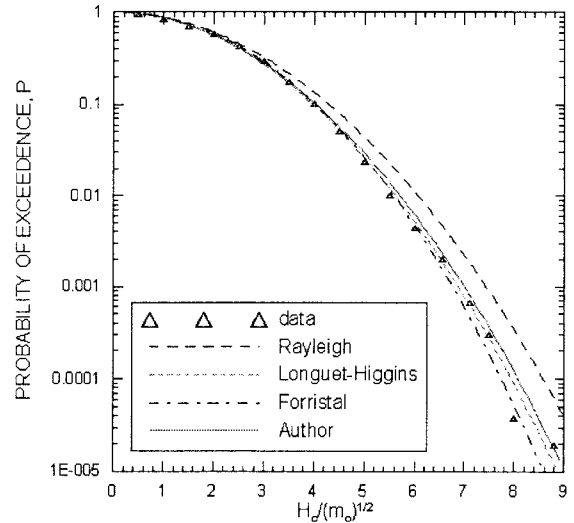


그림 1 Probability of the wave heights exceeding the given value  $H_0$ . Data is from Earle (1975). Forristal (1978) used Weibull parameter  $a = 0.2126$ ,  $b = 1.052$ . Longuet-Higgins(1978) used Rayleigh distribution with  $K = 0.925$ . Author used Rayleigh distribution with  $K = 0.941$ .

Date	Feb. 1, 2005 11:30	Mar. 11, 2005, 21:30
$m_0$	1.9274	2.7931
$m_1$	0.2389	0.3221
$m_2$	0.0329	0.0397
$H_s$	5.553	6.685
$T_z$ (zero up-crossing)	7.653	8.387
$T_1$ (mean)	8.067	8.672
$f_p$ (peak)	0.095	0.105
$v$ (bandwidth)	0.3338	0.2632
$S$ (steepness)	0.0656	0.0657
$H_{max}$	9.05	11.00
$H_{1/3}$	5.19	6.34
$H_{rms}$	3.80	4.58
$H_{mean}$	3.45	4.13
$T_{1/3}$	9.06	9.19
$K$	0.9354	0.9488

표 1. 파랑의 각종 통계적 특성

### 3. 실해역 파랑자료 해석

본 논문에서는 제주도 서쪽에 위치한 차귀도 해역에서 2005년 2월 1일 11시 30분과 2005년 3월 11일 21시 30분에 각 30분 동안 계측된 파랑자료를 이용하였다.

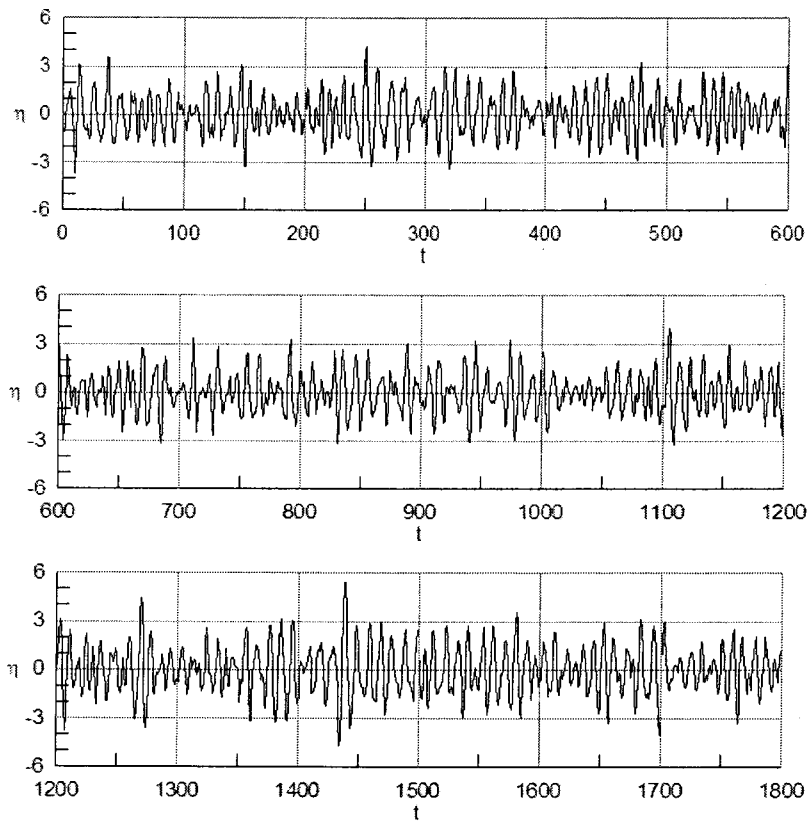


그림 2 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  $H_s=5.55m$ ,  $T_z=7.65s$ ,  $H_{1/3}=5.19m$ ,  $H_{max}=9.05m$ ,  $H_{mean}=3.45m$ .

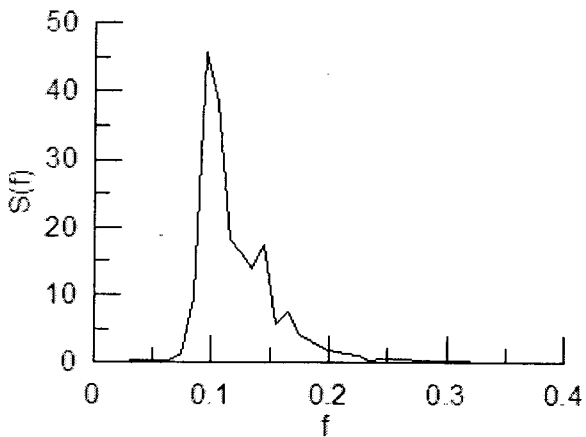


그림 3 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  $H_s=5.55m$ ,  $T_z=7.65s$ ,  $H_{1/3}=5.19m$ ,  $H_{max}=9.05m$ ,  $f_p=0.095Hz$

파랑관측에 사용된 부이는 Datawell사에서 제작한 파랑관측부이로 지름이 1m 정도인 구형 wave rider이다. 이 부이는 부이 내부에 설치된 가속도계를 이용하여 연직방향의 변위와 파향을 측정할 수 있다. 이 때 측정된 파고의 통계적 특성은 표1에 정리를 하였다.

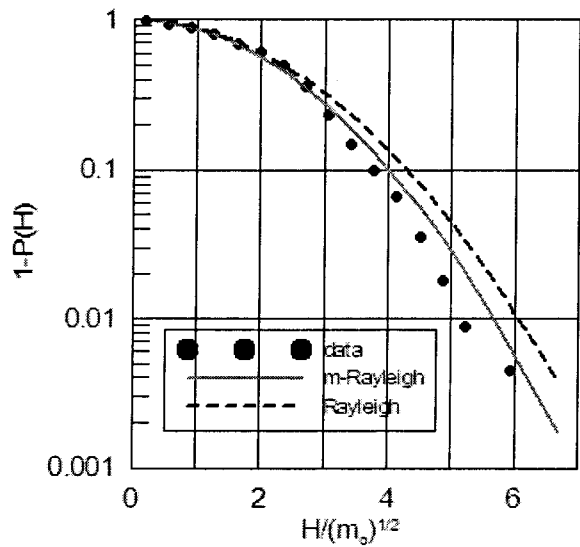


그림 4 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  $H_s=5.55m$ ,  $H_{1/3}=5.19m$ ,  $H_{max}=9.05m$ ,  $K=0.9354$

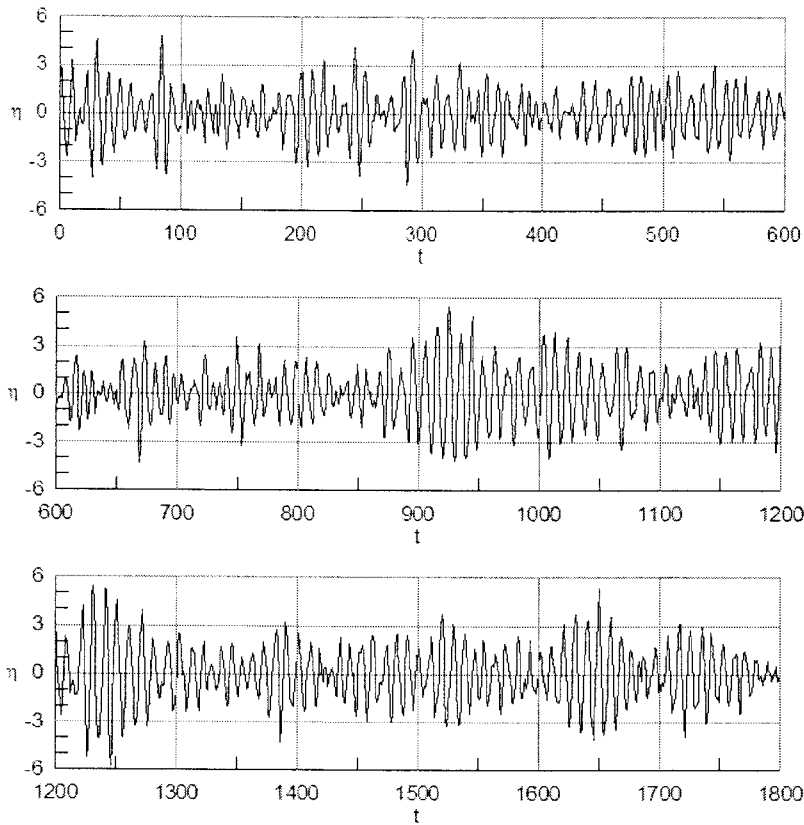


그림 5 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  $H_s=6.68m$ ,  $T_z=8.39s$ ,  $H_{1/3}=6.34m$ ,  $H_{max}=11.00m$ ,  $H_{mean}=4.13m$ .

그림2는 2005년 2월 1일 11시 30분에 계측된 파형을 시계열을 보여주고 있다. 최대파고는 9.05m로 1450초 조금 전에 나타나고 있는 것을 볼 수 있다. 이 최대파의 크기는 유의파고의 2배 이상 되지는 않아서 엄밀한 의미의 freak wave에 해당되지는 않지만 freak wave적 특성에 근접하는 파로 생각할 수 있다.

그림3은 파랑스펙트럼을 표시하였다. 여기서 파랑스펙트럼을 구한 후 최종 주파수 해상도는 0.01Hz로 표시하였다. 그림4는 파고의 초과확률분포를 표시하고 Rayleigh 분포와 수정 Rayleigh 분포를 표시하였다. 수정 Rayleigh 분포가 기존의 Rayleigh 분포보다 파고의 확률분포를 잘 표현하는 것을 볼 수 있다.

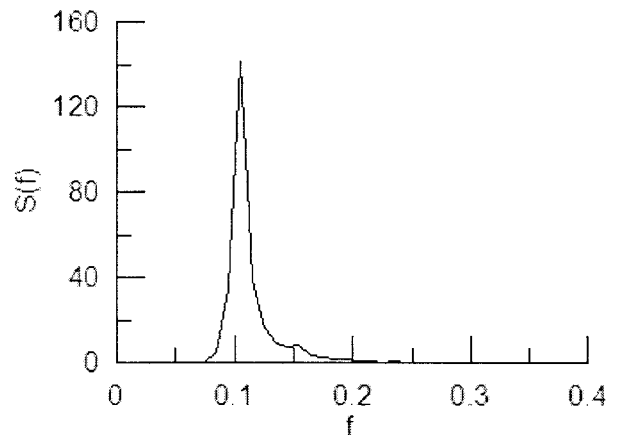


그림 6 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  $H_s=6.68m$ ,  $T_z=8.39s$ ,  $H_{1/3}=6.34m$ ,  $H_{max}=11.00m$ ,  $f_p=0.105Hz$

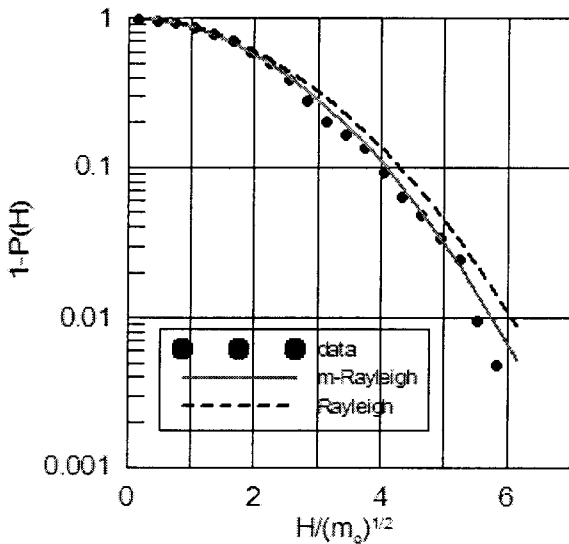


그림 7 차귀도해역에서 측정된 수면변위의 시계열자료.  
 $H_s=6.68m$ ,  $H_{1/3}=6.34m$ ,  $H_{max}=11.00m$ ,  $K=0.9488$

그림 5, 6, 7은 2005년 3월 11일 21시 30분에 계측된 파형, 파랑스펙트럼, 초과확률분포를 표시한 것이다. 2월 분포에 비해서 파랑스펙트럼의 폭이 좁은 것과 파랑의 군집되는 것과 파랑의 포락선을 뚜렷하게 볼 수 있다. 파고의 초과확률분포는 수정Rayleigh 분포로 잘 표현되는 것을 다시 한번 확인 할 수 있다. 그림 5, 6, 7은 2005년 3월 11일 21시 30분에 계측된 파형, 파랑스펙트럼, 초과확률분포를 표시한 것이다. 2월 분포에 비해서 파랑스펙트럼의 폭이 좁은 것과 파랑의 군집되는 것과 파랑의 포락선을 뚜렷하게 볼 수 있다. 파고의 초과확률분포는 수정 Rayleigh 분포로 잘 표현되는 것을 다시 한번 확인 할 수 있다.

#### 4. 결 론

Longuet-Higgins가 파고의 확률분포를 Rayleigh 분포 합수로 표시한 이 후, 해양파 문제에서 파고분포에 Rayleigh 분포가 많이 사용되고 있다. 그러나 Rayleigh 분포함수에 내재되어 있는 선형성과 협대역에 대한 제한으로 비선형성이 존재하는 파에 대해서는 정확하지 않은 결과를 주는 것이 지적되어 왔다. 이에 따라 다른 분포함수 또는 비선형 급수 또는 에 의한 해석이 시도되어져 왔다. 그러나 다른 분포함수 또한 이론적 배경이 약하고, 비선형급수 등은 사용하기에 불편하고 일부의 경우는 비현실적인 결과를 보이기도 한다. 이에 반해 Rayleigh 함수는 유도과정과 식이 간단하고 사용하기가 용이하여 비선형파에도 적용되고 있는 실정이다. 그리고 실제로 많은 경우에 Rayleigh 분포가 선형의 범위를 벗어난 파랑의 자료에도 잘 적용되는 것을 볼 수 있다.

Longuet-Higgins가 제안한 수정 Rayleigh 분포의 경험

상수  $K$ 는 두 개의 대표적인 파랑 통계치  $H_s$  와  $H_{1/3}$ , 의 비로 사용하여 파랑자료를 살펴보았다. 태풍 Camille 중에서 얻은 파랑자료는 매우 파고가 높은 파랑이어서 대진폭 파랑의 파고의 확률분포를 살펴볼 때 수정레이리분포를 이용하는 것이 일반 레이리 분포를 이용하는 것 보다 훨씬 정확한 결과를 줄 수 있다는 것을 볼 수 있다. 그리고 차귀도 해역에서의 대진폭 파랑자료를 해석한 결과도 수정레이리 분포로 파고의 확률분포를 잘 표시할 수 있다는 것을 입증하였다.

따라서 수정 Rayleigh 분포함수 이용하여 비선형성이 강한 파랑자료의 결과에 적용해 성공적으로 사용될 수 있다는 것을 보였다. 수정 Rayleigh 분포는 기상재난파 문제를 포함해서 많은 비선형성이 강한 해양파의 파고분포 및 특성 해석에 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 참 고 문 헌

- 김도영, 홍도와 마라도 해역에서의 파후에 대하여, 한국해양환경공학회, 1998 1권 2호
- Earle, M. Extreme wave condition during Hurricane Camille, J. Geophys. Res. 80, 377-379.
- Forristall, G.Z. 1978 On the statical distribution of wave heights in a storm. J. Geophys. Res. 80, 2353-2358.
- Longuet-Higgins, M.S. 1952, On the statistical distribution of the heights of sea waves. J. Marine Res. 11,245-266.
- Longuet-Higgins, M.S. 1980, On the distribution of the heights of sea waves: some effects of non-linearity and finite band-width. J. Geophys. Res. 85, C3, 1519-1523, 1980
- Rice, S. O., 1944, Mathematical analysis of random noise. Bell System Tech. Journal 23.
- Longuet-Higgins, The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves. J. Fluid Mech., 1963, 17(3), 459-480.
- Mori, N., Liu, P.C., and Yasuda, T., Analysis of freak wave measurements in the Sea of Japan. Ocean Eng. 29, 2002, 1399-1414.
- Mori, N., Occurrence probability of a freak wave in a nonlinear wave field. Ocean Eng. 31, 2004, 165-175
- Stansell, P. Distribution of freak wave heights measured in the North Sea. Appl. Ocean Res. 26, 2004, 35-48