

# 포물선형 완경사 방정식에 의한 회절현상의 수치해석

## Numerical Analysis of Diffraction Using Parabolic Mild-Slope Equation

김상욱\*, 손민우\*\*, 백경오\*\*\*

Sang Ug Kim, Minwoo Son, Kyoung Oh Baek

---

### Abstract

Recently, the importance of ocean becomes more serious. Thus, we need to construct port structures and instruments safely. Especially, we should understand the diffraction phenomenon of wave in order to construct breakwaters.

To simulate diffraction of wave, parabolic mild slope equations are solved using FDM. A breakwater with an open part and an half infinite breakwater are selected for simulation. Diffraction of wave are simulated in the condition of wave angles of attack of  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  and  $60^\circ$ . Diffraction Coefficient and <sup>1)</sup>Amplitude are shown in graphics and compared with results of Penny & Price and Memos.

*Key words:* FDM, Diffraction Coefficient, Amplitude

---

### 요 지

나날이 해안의 개발이 증대되어지고 있는 시점에, 안전한 항만 구조물의 설치와 그와 관련된 설비의 중요성이 증폭되고 있다. 특히 항내의 안전을 위해서 방파제의 건설이 필요한데 이에 따른 파의 회절현상을 이해함으로써 항내에서의 파고 등을 예측하는데 도움이 되리라 생각한다.

파의 변형을 예측하기 위해서는 수치적인 방법인 FDM을 사용하여 포물선형 완경사방정식을 차분함으로써 해를 얻을 수 있었고, 적용대상으로서 개구부가 있는 방파제와 반무한방파제를 선정하였다. 각각 파의 입사각을  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ 로 하여 이 후 파의 변형을 예측하였고, 이의 Diffraction Coefficient와 Amplitude 결과를 도시한 후 Penny와 Price의 해 및 Memos의 해와 비교하였다.

**핵심용어 :** FDM, 포물선형 완경사방정식, Diffraction Coefficient, Amplitude

---

## 1. 서 론

항만을 설계하는 경우, 주로 방파제나 이완제를 건설하여 파가 천해로 진행되어짐에 따라 파고나 파의 에너지를 소산시켜줌으로써 항 내에서의 안전을 도모하게 되는데, 이 경우, 방파제를 지나는 파의 회절이 중요한 문제가 된다. 그러므로 파의 회절현상을 이해하고, 이를 이용함으로써 항 내에서의 파랑변형을 보다 정확하게 예측하는데 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

---

\* 정회원 · 한국건설기술연구원 수자원연구부 연구원·E-mail : sukim@kict.re.kr  
\*\* 정회원 · 한국건설기술연구원 수자원연구부 연구원·E-mail : minwooson@kict.re.kr  
\*\*\* 정회원 · 한국건설기술연구원 수자원연구부 박사후과정·E-mail : kopaek1@kict.re.kr

본 연구에서는 그 동안의 연구에 대해서 고찰하고, 포물선형 환경사 방정식을 유도하여, 반무한 방파제와 개구부가 있는 방파제에 적용하여, 이를 이전의 연구결과와 비교하였다. Ting-Kuei Tsay와 Philip Liu는 1982년에 경사가 있는 방파제에 대하여 회절현상을 수치적으로 해석하였고, 이해균(1997)은 회절현상의 관점에서 본 포물선형 환경사방정식의 비교하여 연구한 바 있다. 본 연구에서는 포물선형 환경사방정식을 수치해석하는데 있어서 사용되는 완전반사경계조건, 완전투과경계조건, 완전경계조건 중에서 완전투과경계조건을 사용하여 반무한 방파제와 개구부가 있는 방파제에 대해서 해를 구하고, 포물선형 환경사방정식을 수치해석하는데 있어서 가장 문제가 되어지는 경계조건 문제를 고찰해 보았다.

## 2. 연구동향

포물선형 환경사방정식은 타원형이나 쌍곡선형보다는 훨씬 적은 시간과 기억용량을 필요로 하지만 한 방향으로의 진행만을 고려할 수밖에 없으므로 파의 반사를 고려하지 못한다는 단점이 있고, 계산된 파의 진행방향이 주 진행방향으로부터 크게 벗어나지 않아야 한다는 단점을 가지고 있다. 포물선형 방정식은 Berhoff 등의 타원형 방정식의 근사식으로부터 얻어질 수 있으며 Radder는 행렬분리법을 이용하여 처음으로 포물선형 환경사방정식을 제안하였다.

## 3. 초기조건과 경계조건

### 3.1 초기조건의 처리

본 연구에서는 초기조건으로, 방파제가 없이 파가 입사하는 경우는 식 (14), 방파제가 있는 곳에서 입사하는 경우는 식 (2)를 이용하였다.

$$A(0, y) = e^{iky \sin \alpha} \quad (1)$$

$$A(o, y) = 0 \quad (2)$$

이러한 초기조건은 파가 수직으로 입사하지 않는 경우에도 같이 적용되었으며 방파제가 있는 부분에서  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$  이라는 조건으로부터 유도되었다.

### 3.2 경계조건의 처리

주로 사용되는 경계조건은 임피던스 경계조건으로 임피던스는 경계에서 압력에 대한 경계에 수직인 속도성분의 비로 나타내어지며 이를 표현하면 식 (3)과 같다.

$$I = \frac{\rho \omega}{k \sin \alpha} \frac{1 + R}{1 - R} \quad (3)$$

식 (3)으로부터 임피던스는 반사계수와 파의 입사각의 함수라는 것을 알 수 있으며,  $\phi$ 를 이용하면 식 (4)의 임피던스 경계조건을 얻게 된다.

$$\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{i\rho \omega}{I} A = 0 \quad \text{at } y = y_b \quad (4)$$

임피던스에 대한 식인 식 (3)을 식 (4)에 대입하면 경계조건식은 식 (5)로 변환된다.

$$\frac{\partial A}{\partial y} - ik \sin \alpha \frac{1-R}{1+R} A = 0 \quad \text{at } y = y_b \quad (5)$$

여기서  $R$ 은 복소수 반사계수로, 완전반사조건의 경우 1이고 완전투과조건의 경우에는 0이다.

#### 4. 모형의 적용 및 수치해석

과의 진행방향은  $x$ 방향이며 방파제가  $y$ 방향으로 놓여있고  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ 의 직사각형 영역에 대하여  $x, y$  방향으로 일정간격인  $0.1 \text{ m}$  간격으로 수치해석을 수행하였다. 수치해석의 방법은  $x, y$ 에 대하여 모두 정확도가 2차인 Crank-Nicolson 방법을 사용하였으며, 사용된 초기조건은 3절에서의 조건을 사용하였다. 경계조건은  $R=0$ 인 완전투과조건을 사용하였다. 단순포물선형 완경사방정식과 이 방정식을  $x, y$ 에 대하여 차분하면 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$G.E : 2ik \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0$$

$$2ik \left( \frac{A_n^m - A_n^{m-1}}{\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{A_{n+1}^m - 2A_n^m + A_{n-1}^m}{\Delta y^2} + \frac{A_{n+1}^{m-1} - 2A_n^{m-1} + A_{n-1}^{m-1}}{\Delta y^2} \right) = 0 \quad (6)$$

이러한 방법들을 사용하여 반무한방파제와 개구부가 있는 방파제에 대해 입사각이 각각  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 일 때의 회절계수를 산정하였다.

그림 1과 그림 2는 모형을 간략하게 나타낸 것이다. 그림 3, 4, 5는 각각의 입사각에서 본 연구를 통해 산정된 개구부가 있는 경우의 Diffraction Coefficient와 Amplitude를 나타낸다. 그림 6, 7, 8은 반무한방파제의 Diffraction Coefficient와 Amplitude를 나타낸다.

#### 5. 결론 및 향후 과제

본 연구를 통해 나타난 결과를 비교하여 보면 개구부가 있는 경우에는 파가  $0^\circ$ 로 입사한 경우에는 단순포물선형방정식과 완전투과 경계조건으로도 Memos의 해와 비슷한 결과를 얻을 수 있었으나, 입사각이  $30^\circ, 60^\circ$ 인 경우에는 단순포물선형방정식만으로는 만족할만한 결과를 얻을 수 없다는 것을 알 수 있다. 또한 반무한방파제의 경우에는 입사각과는 관계없이 회절현상을 거의 나타낼 수 없었는데, 이는 완전통과 경계조건을 사용하여 얻은 해가 경계에서의 문제로 인하여 파의 변형을 올바르게 예측하지 못하기 때문으로 생각된다.

이러한 관점에서 포물선형 방정식의 문제를 극복하기 위하여 비선형항을 고려하여 파의 변수들을 반복계산하여 결과를 얻는 방법이 수행되어야 할 것이며, 또한 흐름이 존재하는 경우의 파랑변형의 예측과 수심이 변하는 경우의 파랑변형의 예측 등도 연구되어야 할 과제이다.

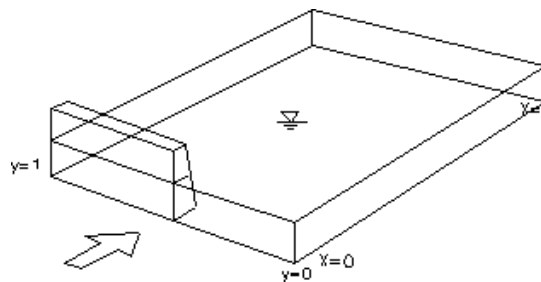


그림 1. 반무한방파제의 개략도와 좌표축

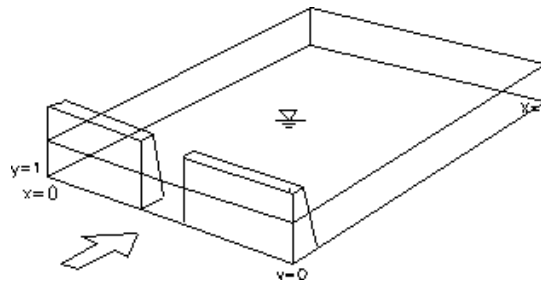


그림 2. 개구부가 있는 방파제의 개략도와 좌표축

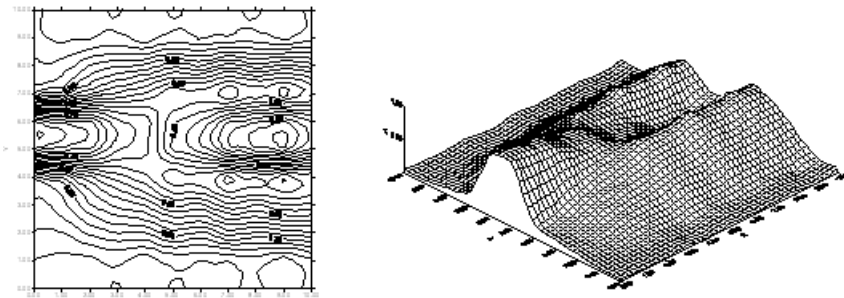


그림 3. 개구부가 있는 경우의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(0°)

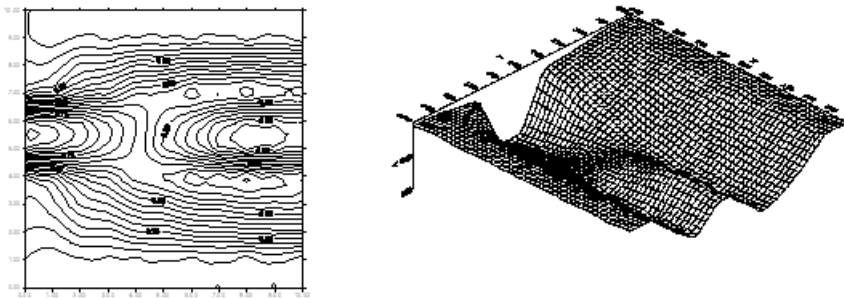


그림 4. 개구부가 있는 경우의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(30°)

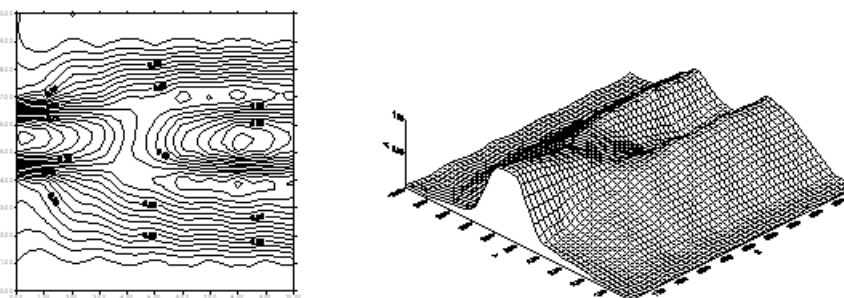


그림 5. 개구부가 있는 경우의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(60°)

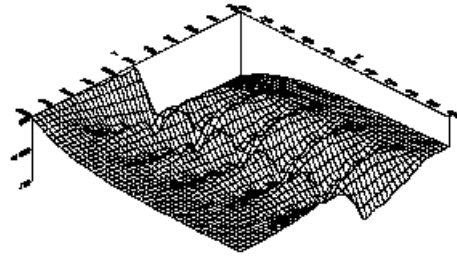
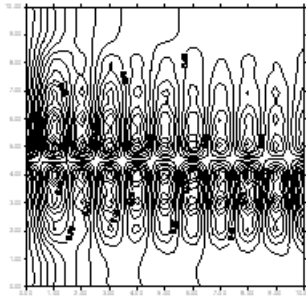


그림 6. 반무한방파제의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(0°)

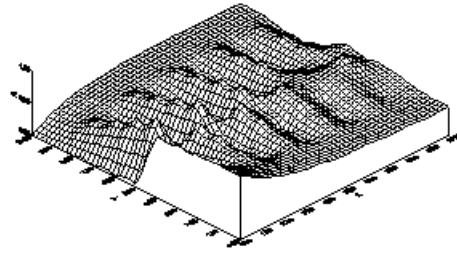
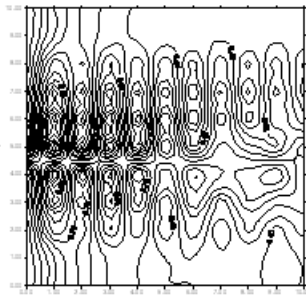


그림 7. 반무한방파제의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(30°)

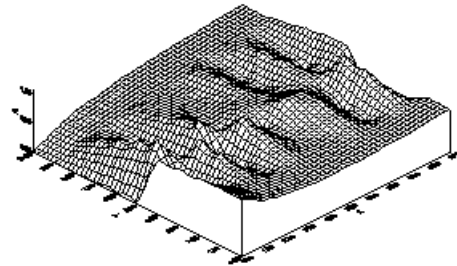
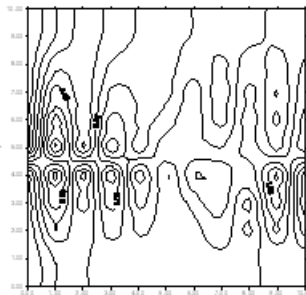


그림 8. 반무한방파제의 Diffraction Coefficient와 Amplitude(60°)

### 참 고 문 헌

1. 이해균(1997). 회절현상의 관점에서 본 포물선형 완경사방정식의 비교, 석사학위논문, 서울대학교.
2. Kirby, J. T.(1985). "Rational Approximations in the Parabolic Equation Method for Water Waves," Coastal Engineering, Vol 10, pp 355-378.
3. Tsay, I, Liu, P. L.(1982). "Numerical Solution of Water-Wave Refraction and Diffraction Problem in the Approximation," Journal of Geophysical Research, Vol.87, pp 7932-7940.