

유한요소법에 의한 2차원 하천 흐름 모형의 개발

Two-Dimensional River Flow Analysis Modeling By Finite Element Method

한건연* , 김상호**, 김병현***, 최승용****

Kun Yeun Han, Sang Ho Kim, Byung Hyun Kim, Seung Yong Choi

Abstract

The understanding and prediction of the behavior of flow in open channels are important to the solution of a wide variety of practical flow problems in water resources engineering. Recently, frequent drought has increased the necessity of an effective water resources control and management of river flows for reserving instream flow.

The objective of this study is to develop an efficient and accurate finite element model based on Streamline Upwind/Petrov-Galerkin(SU/PG) scheme for analyzing and predicting two dimensional flow features in complex natural rivers.

Several tests were performed in developed all elements(4-Node, 6-Node, 8-Node elements) for the purpose of validation and verification of the developed model. The U-shaped channel of flow and natural river of flow were performed for tests. The results were compared with these of laboratory experiments and RMA-2 model. Such results showed that solutions of high order elements were better accurate and improved than those of linear elements. Also, the suggested model displayed reasonable velocity distribution compare to RMA-2 model in meandering domain for application of natural river flow.

Accordingly, the developed finite element model is feasible and produces reliable results for simulation of two dimensional natural river flow. Also, One contribution of this study is to present that results can lead to significant gain in analyzing the accurate flow behavior associated with hydraulic structure such as weir and water intake station and flow of chute and pool.

Key words: SU/PG, TIN Elements, Quadrilateral Elements, Mixed Elements, Quadratic Elements

1. 서 론

한 국가에서의 하천 및 유역관리는 각 나라에서 지역적인 하천 수자원의 기본적 특성이 모두 다르기 때문에 선진국에서 개발된 기술만을 도입해서는 해결될 수 없는 고유한 특성을 가지고 있

* 정회원 · 경북대학교 토목공학과 교수 · E-mail : kshanj@knu.ac.kr

** 정회원·상지대학교 건설시스템공학부 교수·E-mail : kimsh@sangji.ac.kr

*** 정회원 · 경북대학교 토목공학과 박사과정 · E-mail : hydrobk@naver.com

**** 정회원 · 경북대학교 토목공학과 박사과정 · E-mail : ecofrend@knu.ac.kr

다. 우리나라의 수리·수문상황에서 볼 때 수자원의 지속적 확보기술 개발을 위해서는 지표수의 흐름, 유사, 오염물 해석기술의 확립이 매우 시급한 실정이다. 본 연구의 목적은 복잡한 지형과 자연 하천구조의 동역학적인 흐름환경을 효과적으로 다루고 오염물질의 이송-확산 해석 및 토사이송 해석과 연계하기 위해서 하천에서의 흐름특성을 해석하고 예측할 수 있는 효율적이고 정확한 유한요소모형을 개발하는데 있다.

2. 모형의 개발

2.1 기본방정식

2차원 천수 자유수면 흐름을 나타내는 방정식은 3차원 Reynolds 방정식을 수심에 대해 적분하거나(Weiyan, 1992), 하상과 자유수면에 의해 만들어지는 균일한 수직 수주에 질량 및 운동량 보존 원리를 적용함으로써 구할 수 있다(Daubert와 Graffe, 1967; Van Rijn, 1990).

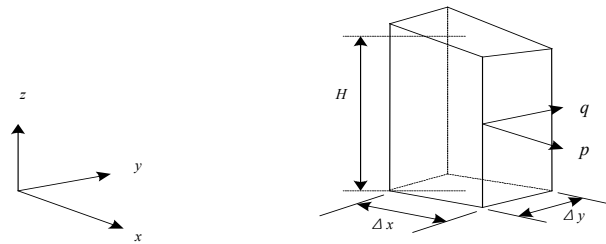


그림 1. 2차원 수심 평균 자유 수면 흐름의 정의

기본적인 가정은 압력의 분포가 정수압 상태이다는 것이다. 이러한 조건 하에서 보존 법칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} + i = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial(u^2h)}{\partial x} + \frac{\partial(uvh)}{\partial y} + g \frac{\partial(h^2/2)}{\partial x} = gh(S_{ox} - S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(v^2h)}{\partial y} + \frac{\partial(uvh)}{\partial x} + g \frac{\partial(h^2/2)}{\partial y} = gh(S_{oy} - S_{fy}) \quad (3)$$

여기에서 h 는 흐름 수심을 나타내고 u, v 는 x, y 방향으로의 유속을 나타낸다. 또한 S_{ox}, S_{oy} 는 x, y 방향으로의 바닥 경사 성분을 나타내고, S_{fx}, S_{fy} 는 x, y 방향으로의 수리학적 저항을 나타내며 i 는 침투능을 나타내고 g 는 중력 가속도 성분을 나타낸다.

2.2 SU/PG 유한 요소 모형

유한요소기법에 있어 가중함수 W 의 선택에 따라 Galerkin 기법은 다양하게 분류할 수 있게

된다. 본 연구에서는 형상함수와 동일한 가중함수를 선택하는 대신 특성선의 전파양상을 고려하여 상향가중 매트릭스를 가지는 불연속 함수를 사용하였다. 또한 불연속 함수를 사용하고 있는 유한 요소기법에는 Petrov-Galerkin 기법과 SU/PG (Streamline-Upwind Petrov-Galerkin) 기법이 있다. 본 연구에서는 SU/PG 기법의 정확한 설명을 위해서 PG 기법과 비교하여 구체적인 상향가중함수의 처리방법을 유도하였다. 본 모형에 사용된 상향가중함수는 다음과 같다.

$$B_i' = B_i + \alpha \Delta x W_x \frac{\partial B_i}{\partial x} + \alpha \Delta y W_y \frac{\partial B_i}{\partial y} \quad (4)$$

2.3 유한요소모형의 범용화

하천흐름의 2차원 유한요소해석에 있어서 가장 간단한 요소의 형태는 선형 삼각형 및 사각형을 고려하는 것이나, 본 연구에서는 모형의 범용화를 위해서 다양한 2차원 이상의 요소를 적용하여 해석하였다. 이러한 고차 요소를 이용하는 것은 실제적인 지형문제에 있어서 주어진 요소의 수에 대해 훨씬 정확한 해를 제공한다. 복잡성과 계산비용 및 시간 소요로 인해 일반적으로 3차 이상의 고차다항식을 통한 요소의 해석보다 2차 다항식을 이용한 Quadratic 요소 해석을 많이 활용할 수 있는데, 이는 선형 요소보다 곡선 경계의 정확한 표현을 할 수 있는 장점을 가지고 있다. Quadratic 요소 영향을 고려한 해석은 보간함수에 대해 2차 다항식을 이용함으로써 수행된다. 이를 위해서 삼각형요소와 사각형요소의 혼합요소와 Quadratic 요소 등을 모두 고려하여, Newton-Raphson 기법에 사용되는 Coefficient Matrix의 수정 및 지배방정식의 적분과정에서 필요한 Gaussian Quadrature의 보강 등을 통해 유한요소의 범용화 기법을 개발하였다. 모형의 범용화를 위해 사용된 Jacobian 행렬은 식 (5)와 같이 나타낼 수 있으며 수치 적분식은 식 (6)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_\beta}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_\beta}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_\beta}{\partial x} \\ \frac{\partial N_\beta}{\partial y} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_\beta}{\partial x} \\ \frac{\partial N_\beta}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\iint_{A_e} f(\xi, \eta) d\xi d\eta = A_e \sum_{i=1}^k w_i f(\xi_i, \eta_i) \quad (6)$$

여기서, A 는 요소의 면적이고 k 는 Gauss Point의 수, w_i 는 Gauss point에 대한 가중 값이다.

3. 모형의 적용

3.1 U자형 수로에서의 흐름

본 연구에서 개발된 SU/PG 기법과 혼합망 요소의 적용성을 검증하기 위해서 본 수치 실험은 Bell, Elliot와 Chaudhry(1992)에 의해 개발된 U자형 수로에서의 댐 붕괴 실험모형을 이용하였다. 또한 Stockstill과 Berger(1994)에 의해 수행된 실험 결과와의 비교를 통해 본 연구에서 개발된 모형의 적용성을 검증하였다. 실험에 사용된 모형의 제원 및 규격은 그림 2와 같으며 저수지와 U자

형 수로가 연결된 형상을 하고 있으며 실험장치는 Plexi Glass로 만들어졌다. 그림 3은 모의에 적용된 요소의 형상을 나타내고 있다. 저수지의 초기 수위는 0.1898m 이고 U자형 수로의 초기 수위는 0.0762m로 모의하였다. 초기에 유속이 0인 상태에서 댐의 붕괴가 시작되었고 계산 시간간격은 0.05초로 모의를 수행하였다. 실험 결과와의 비교를 위해 그림 2에서와 같이 관측치가 있는 3개의 단면을 선택하였다.

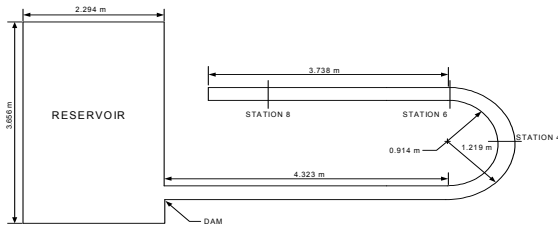


그림 2. U자형 수로실험모형

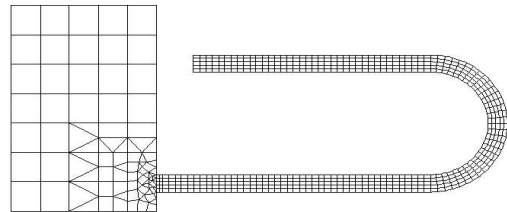
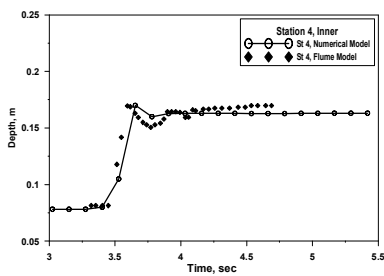
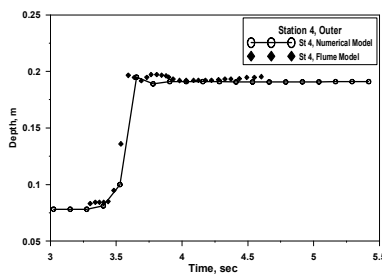


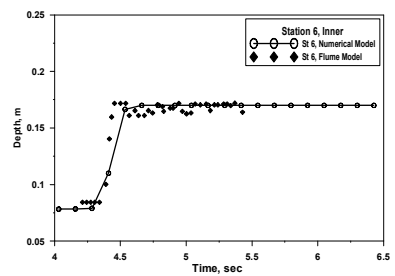
그림 3. U자형 수로의 복합 유한요소망



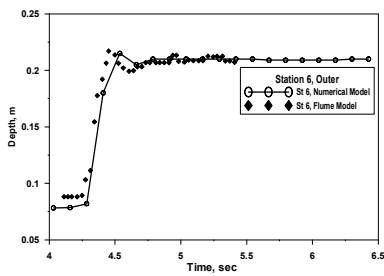
(a) Station 4 내측지점



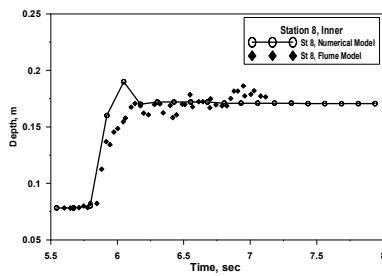
(b) Station 4 외측지점



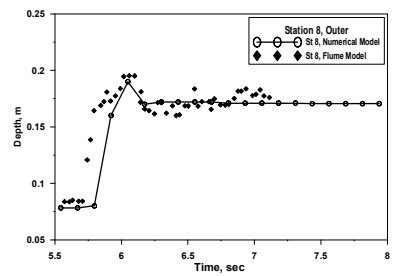
(c) Station 6 내측지점



(d) Station 6 외측지점



(e) Station 8 내측지점



(f) Station 8 외측지점

그림 4. 모의 결과의 검증

3.2 실제유역에 대한 모형의 적용 및 검증

본 연구에서 수치모형의 적용구간은 잠실 수중보에서 왕숙천 상류까지 약 15.8km의 하도 구간을 대상으로 하였다. 각 요소의 구성에 따른 적용성을 확인하기 위하여 4-Node, 6-Node, 8-Node 세 가지 요소망에 대하여 모의를 실시하였다. 각 요소망간의 결과를 비교하기 위하여 모의 조건은 동일하게 부여하였다. 그림 5에서 나타난 바와 같이 개발된 모형을 이용한 하도에서의 흐름에 대한 모의수행은 한강유역의 만곡부를 크게 형성하고 있는 여러 곳에서의 유속분포를 적절하게 나타내고 있음을 확인할 수 있었다.

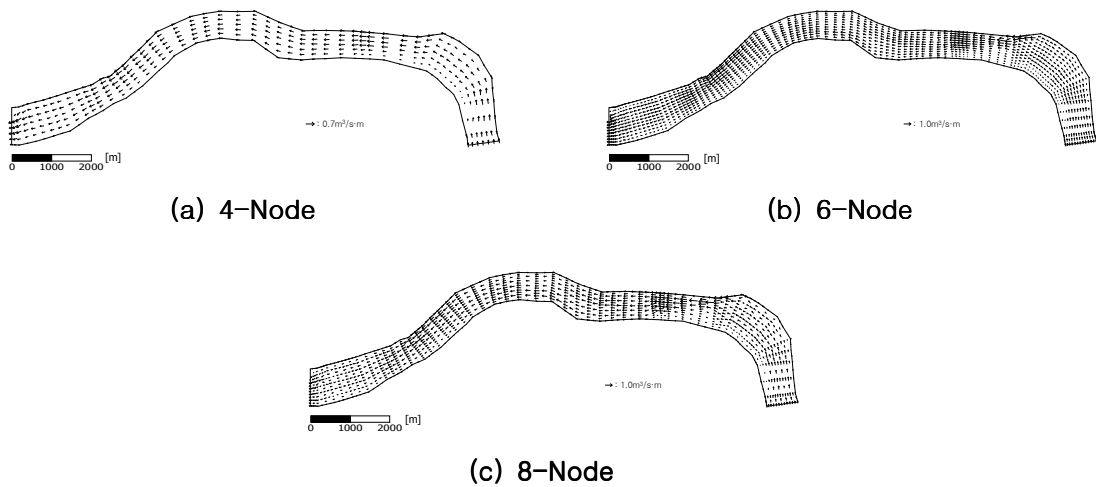


그림 5. 대상 유역에 대한 유속분포도

4. 결론

본 연구에서는 자연하천에서의 흐름해석을 위해서 2차원 천수방정식에 대해서 SU/PG 유한요소기법을 이용한 모형을 개발하였다. 또한 자연하천 지형을 효과적으로 반영하기 위해서 삼각망, 사각망의 혼합요소망을 개발하였다. 본 모형을 U자형 수로에서의 댐 붕괴에 대한 흐름해석을 적용하고 실험치와 비교 분석한 결과, 해의 정확성 및 수렴성이 우수한 것으로 나타났다. 이는 고차요소의 적용이 실제적인 지형문제에 있어서 보다 정확한 해를 제공하는 것으로 판단된다. 또한 한강하류부에 대한 본 모형의 모의 결과 한강유역의 만곡부를 크게 형성하고 있는 여러 부분에서 흐름의 양상을 적절하게 나타내고 있음을 확인할 수 있었다. 본 연구 모형은 댐 붕괴류 및 제방 붕괴류 해석 등과 같은 급변부정류의 모의가 가능하고, 여울 및 못에 대한 2차원적 해석을 실시할 수 있도록 구성되어 있다. 특히 RAM2 모형이 오염물질의 이송-확산해석, 토사이송해석 등과 연계되어 해석된다면 하천에서의 흐름 해석 및 생태 수리 분야에 효과적으로 응용될 수 있을 것으로 판단된다.

감 사 의 글

본 연구는 과학기술부가 출연하고 수자원의 지속적 확보기술개발사업단에서 위탁 시행한 21세기 프론티어 연구개발사업중 “RAMS개발”(과제번호2-3-2)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. 한건연, 백창현, 박경옥 (2003). SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석 : I. 이론 및 수치안정성 해석. 대한토목학회논문집, 제24권, 제3B호, pp. 183-192.
2. 한건연, 박경옥, 백창현 (2003). SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소해석 : II. 적용. 대한토목학회논문집, 제24권, 제3B호, pp. 193-199.
3. Bell, S.W., Elliot, R.C. and Chaudhry, M.H. (1992). Experimental results of two-dimensional dam-break flows, Journal of Hydraulics Research 30(2), pp. 225-252