

# 전달손실 최대화를 위한 공기-흡음재 배열 최적설계<sup>(#)</sup>

## One-dimensional Topology Optimization for Transmission Loss Maximization of Multi-layered Acoustic Foams

김은일† · 이종석\* · 김윤영\* · 김정수\*\* · 강연준\*\*

Eun Il Kim, Joong Seok Lee, Yoon Young Kim, Jung Soo Kim, Yeon June Kang

**Key Words :** Multi-layered acoustic foam(다층 흡음재), Transmission loss maximization(전달손실 최대화), Topology optimization(위상최적화).

### ABSTRACT

We present a new design method of one-dimensional multi-layered acoustic foams for transmission loss maximization by topology optimization. Multi-layered acoustic foam sequences consisting of acoustic air layers and poroelastic material layers are designed for target frequency values. For successful topology optimization design of multi-layered acoustic foams, the material interpolation concept of topology optimization is adopted. In doing so, an acoustic air layer is modeled as a limiting poroelastic material layer; acoustic air and poroelastic material are handled by a single set of governing equations based on Biot's theory. For efficient analysis of a specific multi-layered foam appearing during optimization, we do not solve the differential equations directly, but we use an efficient transfer matrix approach which can be derived from Biot's theory. Through some numerical case studies, the proposed design method for finding optimal multi-layer sequencing is validated.

<sup>(#)</sup>본 논문은 2006년 11월에 중국에서 개최된 The Fourth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems에서도 발표됩니다.

## 1. 서론

다공성 물질로 이루어진 흡음재는 소리의 전달이나 반사를 감소시키기 위한 목적으로 자동차나 항공기, 건축물 등의 분야에서 널리 사용되고 있다. 특히, 다공성 물질층과 공기층이 여러 겹의 층을 이루는 다층 흡음재는 단순히 다공성 물질만을 사용한 경우에 비해서 성능과 경량성 등의 장점 때문에 많은 연구가 이루어져왔다. 그러나 대부분의 기존 연구의 경우, 실험과 해석을 기반으로 한 다층 흡음재의 성능 해석과 반복적인 해석 결과를 이용한 설계에 머물러 있다. 이러한 방법으로는 요구되는 목적에 최적으로 부합하는 다층 흡음재를 설계하기가 어려울 뿐만 아니라, 그 과정 역시 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 본 연구에서는 기존의 방법과는 달리 최적의 흡음 성능을 발휘할 수 있는 임의 개수의 흡음재 층(layer)을 갖는 다층 흡음재를 설계하는 기법을 제안한다.

다층 흡음재에 대해서 음파가 투과하는 두께 방향의 흡음 특성이 주 관심사이므로 다층 흡음재는 1차원으로 모델링 될 수 있고, 그 성능은 다층

흡음재를 구성하고 있는 다공성 물질층과 공기층의 상대적인 양과 배열 및 각각의 두께에 따라 결정된다. 이러한 다층 흡음재의 특성을 바탕으로 본 연구에서는 1차원 다층 흡음재 설계를 위상최적화 문제로 정식화하여, 고려하는 주파수에 대해서 전달손실을 최대화하는 다층 흡음재 내의 다공성 물질층과 공기층의 최적 배열을 찾아낸다.

이를 위해서는 다층 흡음재에 대한 새로운 해석 기법이 필요하다. 기존의 해석 방법의 경우 다층 흡음재를 구성하고 있는 다공성 물질층과 공기층은 서로 다른 지배방정식에 의해서 해석되기 때문에 각 층의 경계에서 복잡한 조건을 고려해야 할 뿐만 아니라, 층의 개수가 많아 질수록 해석 과정이 매우 복잡해진다. 특히, 다공성 물질층과 공기층의 위치가 변하는 경우에는 새로운 경계조건이 필요하게 되어 초기조건 없는 설계가 매우 어렵다. 이러한 문제들을 해결하기 위해서 본 연구에서 제안하는 해석 기법은 위상최적화의 물성치 보간 기법(material property interpolation)<sup>(1)</sup>을 도입하여 다층 흡음재 내의 다공성 물질층과 공기층을 하나의 지배방정식으로 해석한다. 따라서 각 층의 위치와 두께의 변화에 따라 지배방정식을 선택할 필요가 없으며, 경계조건 역시 새롭게 부과할 필요 없다.

또한, 본 연구에서는 제안한 해석 기법을 이용하여 다층 흡음재를 해석함에 있어 미분방정식을 직접 풀어내는 일반적인 방법(유한 요소법 등)을 이용하지 않고, 각 층의 입력과 출력을 하나의 행

† 책임저자 : 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단  
E-mail : idea0221@idealab.snu.ac.kr  
Tel : (02) 880-7130, Fax : (02) 872-5431

\* 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단

\*\* 서울대학교 차세대자동차연구센터

렬식으로 표현하는 전달 행렬법(transfer matrix method)<sup>(2,3)</sup>을 사용하여 계산의 효율을 높였다. 전달 행렬은 다공성 물질에서의 음파 전달을 설명하는 Biot의 이론<sup>(4)</sup>을 바탕으로 유도되며 1 차원 다층 흡음재의 해석에 있어 매우 효과적이다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 Biot의 이론

Biot<sup>(4)</sup>에 의해 제시된 고체상과 유체상을 동시에 가지는 다공 물질 내를 전파하는 탄성파에 대한 이론은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 N\nabla^2\mathbf{u} + \text{grad}[(A+N)\mathbf{e} + Q\boldsymbol{\varepsilon}] \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\mathbf{u} + \rho_{12}\mathbf{U}) + b\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (1) \\
 \text{grad}[Q\mathbf{e} + R\boldsymbol{\varepsilon}] \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\mathbf{u} + \rho_{22}\mathbf{U}) - b\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U})
 \end{aligned}$$

식(1)에서 변수  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{U}$ 는 다공성 물질에서의 고체상과 유체상의 변위 벡터이고,  $\mathbf{e} = \nabla \cdot \mathbf{u}$ 와  $\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \cdot \mathbf{U}$ 는 부피 변형률이다. 계수  $N$ 은 물질의 전달률을,  $A$ 는 첫 번째 Lamé 상수를 의미한다. 계수  $Q$ 와  $R$ 은 다공성 물질에서의 고체상과 유체상의 부피 변화간의 연성을 나타내며,  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$ 와  $\rho_{22}$ 는 다공성 물질 내에서의 불균일한 상대적 유체 유동을 고려한 질량 계수이다. 마지막으로,  $b$ 는 점성의 영향을 나타낸다.

다공성 물질은 거시적인 물성치인 벌크 밀도(bulk density), 벌크 영률(bulk Young's modulus), 공극률(porosity), 유동저항계수(flow resistivity), 구조인자(structural factor), 손실인자(loss factor), 포아송비(Poisson's ratio)등으로 특성지어지는데, 식(1)의 각종 계수가 이러한 물성치들의 식으로 표현된다. 보다 자세한 설명을 위해서는 참고문헌<sup>(2-5)</sup>을 이용한다.

### 2.2 전달 행렬법

전달 행렬<sup>(2,3)</sup>은 물질층을 통과하기 전과 후의 물리적 변수간의 관계를 행렬식으로 표현하며, 음파의 전달에 있어서는 층 양 단의 압력과 입자 속도를 통하여 층의 물리적 특성을 표현한다. 다공성 물질층에 대한 전달 행렬은 Biot의 이론으로부터 복잡한 과정을 통해서 도출되나 일단 도출된 후에는 여러 층에 대한 전체의 전달 행렬은 식(2)와 같이 각 층의 전달 행렬들의 행렬 곱으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} p \\ v_x \end{Bmatrix}_i &= [T]_{total} \begin{Bmatrix} p \\ v_x \end{Bmatrix}_t \\
 [T]_{total} &= [T_f]_1 [T_f]_2 \cdots [T_f]_n
 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $p, v_x$ 는 압력과 수평 방향 입자 속도를, 하첨자  $i$ 와  $t$ 는 각각 입사면과 투과면을 의미한다. 이렇게 구한  $[T]_{total}$ 을 이용하여 다층 흡음재의 전달계수  $T$ 를 구할 수 있다.

## 3. 다층 흡음재 설계를 위한 물성치

### 보간 기법 및 위상최적화

#### 3.1 물성치 보간 기법

설계영역을 이루는 여러 개의 다공질 물질층의 물성치는 설계변수에 대한 함수로 표현된다. 1과 0 사이의 연속적인 값을 갖는 설계변수에 대해서 0은 공기층의 상태를 나타내고 1은 다공성 물질로 차 있는 상태를 의미한다. 따라서, 두 상태를 적절한 함수의 형태로 보간하는 것이 중요하며, 본 연구에서 사용된 보간 기법에 따르면 아래의 Fig. 1과 같이 설계변수의 변화에 따라 다공성 물질층으로 공기층의 상태( $\chi_c = 0.01$ )를 나타낼 수 있다. 설계변수의 값이 1과 0 사이일 때 실제로는 물리적 의미가 없는 가상의 상태이나 위상최적화를 이용한 설계 시에 연속적인 설계변수의 변화를 위해서 Fig. 1과 같이 거동하도록 물성치에 대한 보간을 수행하였다. 보다 자세한 설명은 참고문헌(6)에 제시되어 있다.

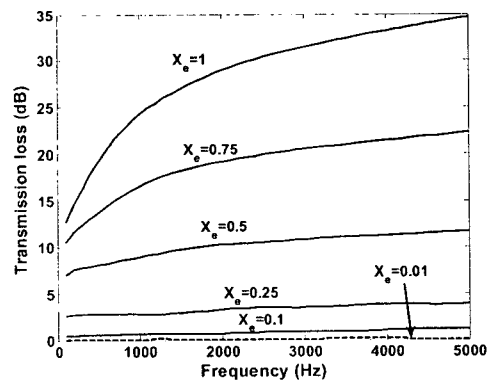


Fig. 1 Transmission loss of a poroelastic material layer for various values of the design variable  $\chi_c$ .

#### 3.2 위상최적화를 이용한 설계 문제 정식화

본 연구에서는 제한된 양의 다공성 물질과 공기층을 이용하여, 고려한 주파수에서 전달손실이 최대가 되는 1 차원 다층 흡음재를 설계한다.

다층 흡음재의 전달손실(TL)은 식(3)으로 정의되고, 이 때  $T$ 는 전달계수를 나타낸다.

$$TL = 10 \log \frac{1}{|T|^2} \quad (3)$$

전달손실과 전달계수는 개념상 역수 관계에 있으므로 전달손실의 최대화는 전달계수의 최소화와 마찬가지로 의미를 가진다. 따라서 본 연구에서 정식화된 목적함수와 제한조건은 다음과 같다.

$$L(\chi_e) = \min_{\chi_e} |T_i| \quad (4)$$

subject to  $\sum_{e=1}^{N_e} (volume_e) \leq V_0$

$L(\chi_e)$ 는 설계변수  $\chi_e$ 에 대한 목적함수이고  $T_i$ 는 주파수  $f_i$ 에서의 전달계수이다.  $volume_e$ 는  $e$ 번째 요소 내의 다공성 물질의 양을 의미한다.  $V_0$ 는 사용할 수 있는 다공성 물질의 제한량이다.  $N_e$ 는 설계 영역 내의 설계변수의 개수로서 다공성 물질이나 공기 중 하나로 수렴해야 하는 층의 개수이기도 하다.

최적화 과정에서 설계변수를 갱신하기 위해서는 목적함수와 제한조건에 대한 민감도 계산이 필요하다. 목적함수 내의  $T_i$ 의 민감도 계산이 매우 복잡하기 때문에 해석적 방법이 아닌 유한 차분법(Finite Difference Method)을 이용하여 목적함수의 민감도를 계산하였다.

#### 4. 다층 흡음재 설계 예제

본 연구에서 제안한 설계 방법을 유한한 두께를 갖는 1 차원 다층 흡음재의 설계에 적용한다. Fig. 2 에서와 같이 설계 영역은  $x$  방향으로 8cm의 길이를 가지며,  $y$  방향으로는 무한하다고 가정한다 ( $[0, 8 \text{ cm}] \times [-\infty, \infty]$ ).

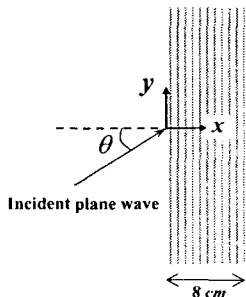


Fig. 2 Design domain for multi-layered acoustic foam design.

이 예제는 1 차원 문제이므로 입사파는 설계영역에 수직으로 입사한다 ( $\theta=0$ ). 설계영역은 80개의 층으로 나뉘어지고 각 층은 다공성 물질이나 공기로 수렴해야 한다. 다공성 물질의 총량은 전체 설계영역의 70% 이하로 제한한다.

Fig. 3(b,c)는 본 연구에서 제안한 다층 흡음재 설계 기법을 이용하여 주파수에 따른 전달손실을 최대화하는 다공성 물질층과 공기층의 최적 배열을 보여준다. Fig. 3(b)는 1.0 kHz의 주파수로 입사되는 음파에 대한 전달손실을 최대화하도록 설계된 최적 배열이고, Fig. 3(c)는 5.0 kHz에 대한 최적 배열이다. Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)의 두 결과에서 모두 설계영역이 여러 개의 다공성 물질층과 공기층으로 나뉘고 그 형상은 좌우 대칭으로 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 설계영역의 좌, 우면이 모두 공기와 맞닿아있는 동일한 경계 조건을 가지기 때문이다.

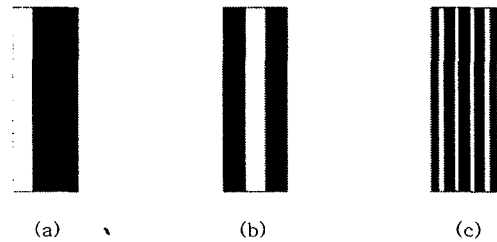


Fig. 3 Comparison topology optimized multi-layered acoustic foams with nominal one-layered foam. (a) A nominal layer filled with poroelastic material as much as 70% of design domain, (b) Optimized multi-layer sequence at 1.0 kHz and (c) Optimized multi-layer sequence at 5.0 kHz.

위상최적화를 통해 얻어진 최적 배열된 다층 흡음재의 성능은 예제와 동일한 양의 다공성 물질을 갖는 Fig. 3(a)의 평범한 단층 흡음재와 비교한다.

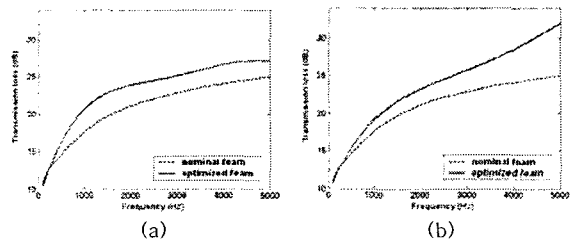


Fig. 4 Improvement on transmission loss by the proposed topology optimization design method for (a) 1.0 kHz and (b) 5.0 kHz.

Fig. 4를 보면, 각 주파수에 대해 위상최적화를 통해 얻어진 다층 흡음재의 최적 배열이 평범한 단층 흡음재에 비해서 큰 전달손실을 나타냄을 알 수 있다. 이는 다공성 물질층 사이의 공기층이

다층 흡음재를 통과하는 음파를 차단하는 능력을 향상시킴을 의미한다.

또한, Fig. 3(b)와 (c)를 통해 고려한 주파수가 1.0 kHz 에서 5.0 kHz 로 증가함에 따라 다공성 물질층의 수는 늘어나는 반면 그 두께는 얇아지는 결과를 도출되는데, 이는 얇고 더 많은 개수의 다공성 물질층의 배열이 고주파에서 큰 효과가 있다고 판단할 수 있으며, Fig. 4(a,b)를 통해서 입증되었다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 전달손실을 최대화하는 1 차원 다층 흡음재 내의 다공성 물질층과 공기층의 최적 배열을 찾는 문제를 위상최적화를 이용하여 정식화하였다. 이를 위해서는 위상최적화의 물성치 보간 기법을 적용하여 다공성 물질층으로 공기층을 표현할 수 있는 새롭게 제안된 해석 기법이 매우 중요하다. 또한, 목적하는 물리량(본 논문에서는 특정 주파수에서의 전달손실)이 설계변수에 따라서 다공성 물질층과 공기층에서의 각각의 값을 나타낼 수 있어야 할 뿐만 아니라, 안정적인 위상최적설계 과정을 위해서 다공성 물질층과 공기층 사이에서도 적절하게 보간 되어야 한다. 예제를 통해서 제안한 설계기법의 유효성을 확인하였고, 향후에는 보다 다양한 다층 흡음재의 설계에 제안한 기법을 적용할 예정이다.

## 후 기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소 를 통해 체결된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2006-033)의 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Bendsoe, M. P., and Sigmund, O., 2003, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer, Germany.
- (2) Allard, J. F., 1993, *Propagation of sound in porous media: modeling sound absorbing materials*, Elsevier Science, New York.
- (3) Bolton, J. S., Shiau, N. -M., and Kang, Y. J., 1996, "Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 191, No. 3, pp. 317~347.
- (4) Biot, M. A., 1956, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol 28, pp.168~191.
- (5) Attenborough, K., 1982, "Acoustical characteristics of porous materials", *Physics Reports*, Vol 82, pp. 179~227.

- (6) Lee, J. S., Kim, E. I., Kim, Y. Y., Kim, J. S., and Kang, Y. J., 2006, "Optimal Poroelastic Layer Sequencing for Transmission Loss Maximization by Topology Optimization", submitted.