

# 위상최적설계를 이용한 다공성 물질의 형상 최적화<sup>(#)</sup>

## Topology Optimization of Poroelastic Acoustic Foams for Absorption Coefficient Maximization

이중석<sup>†</sup> · 김윤영<sup>\*</sup> · 김정수<sup>\*\*</sup> · 강연준<sup>\*\*</sup>

**Joong Seok Lee, Yoon Young Kim, Jung Soo Kim and Yeon June Kang**

**Key Words :** Poroelastic material (다공성 물질), Topology optimization design (위상최적설계), Biot's theory (Biot 의 이론).

### ABSTRACT

This investigation presents a topology formulation to design optimal poroelastic acoustic foams to maximize absorbing ability. For successful formulation, a single set of equations based on Biot's theory is adopted and an appropriate material interpolation strategy is newly developed. Because there was no earlier attempt to solve poroelastic acoustic foam design problems in topology optimization setting, many challenging issues including modeling and interpolation must be addressed. First, the simulation accuracy by a proposed unified model encompassing acoustic air and poroelastic material was checked against analytical and numerical results. Then a material interpolation scheme yielding a distinct acoustic air-poroelastic material distribution was developed. Using the proposed model and interpolation scheme, the topology optimization of a two-dimensional poroelastic acoustic foam for maximizing its absorption coefficient was carried out. Numerical results show that the absorption capacity of an optimized foam layout considerably increases in comparison with a nominal foam layout.

### ———— 기호설명 ————

- u** : vector-field solid displacement
- U** : vector-field fluid displacement
- e** : solid volumetric strain ( $\nabla \cdot \mathbf{u}$ )
- $\varepsilon$**  : fluid volumetric strain ( $\nabla \cdot \mathbf{U}$ )
- N** : elastic shear modulus
- A** : first Lamé constant
- Q, R** : coupling coefficients
- $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$**  : mass coefficients
- b** : viscous coupling coefficient
- $\chi_e$**  : design variable
- $\alpha_n$**  : absorption coefficient for normal incident
- $f_i$**  : incident frequency
- m** : the number of interesting frequencies
- $N_e$**  : the number of design variables
- $w_1, w_2$**  : weighting factors

## 1. 서론

고체와 유체의 두 상으로 이루어진 다공성 물질은 흡차음을 목적으로 기계 및 건축분야에 있어

널리 사용되고 있다. 그러나 목적에 맞는 최적의 다공성 물질의 형상을 설계하는 것은 어려운 일이다. 본 논문은 위상최적화 기법을 이용하여 주어진 주파수 대역에서의 흡음 능력을 최대로 하는 다공성 물질의 형상 설계기법을 제안한다.

지금까지의 다공성 물질에 대한 연구로는 주로 다공성 물질의 특성 파악 및 주어진 형상에 대한 성능의 해석, 그리고 그를 바탕으로 한 성능 개선이 대부분을 차지하였다. 특히, 다공성 물질의 형상 설계에 있어서는 주어진 형상을 바탕으로 반복적인 해석을 통해 수행되었을 뿐, 초기의 형상 없이 원하는 성능을 얻기 위한 다공성 물질의 형상 설계는 보고된 바 없다. 따라서, 본 연구에서는 다공성 물질의 형상 설계를 위상최적설계 문제로 정식화하여 주어진 초기 형상 없이 설계해 낼 수 있는 새로운 방법론을 제시한다.

다공성 물질의 형상 설계를 위해서는, 우선 다공성 물질을 포함하는 음향시스템에 대한 새로운 해석 방법이 필요하다. 기존의 해석방법은 다공성 물질로 이루어진 영역과 음파가 전달되는 공기층을 서로 다른 지배방정식을 이용하여 해석하기 때문에 두 영역간의 경계에서 복잡한 조건이 필요했다. 뿐만 아니라, 경계의 위치가 바뀔 경우 새로운 해석 모델이 필요한데, 이런 모델링 기법으로는 다공성 물질의 형상설계를 수행하기 어렵다.

본 연구에서 다공성 물질을 해석하는데 널리 이용되어온 Biot 의 이론<sup>(1)</sup>을 이용하되, 위상최적 설계에서 사용되는 물성치 보간(material

† 책임저자; 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단  
E-mail : jslee@idealab.snu.ac.kr  
Tel : (02) 880-7130, Fax : (02) 872-5431

\* 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단

\*\* 서울대학교 차세대자동차연구센터

property interpolation) 개념<sup>(2)</sup>을 적용하여 다공성 물질과 공기층을 동일한 지배방정식으로 해석하는 방법을 제안하였다. 이를 위해서 설계영역의 분할된 요소마다 독립적인 설계변수를 부여하고, 다공성 물질의 물성치를 설계변수의 함수로 설정하였다. 이를 통해 각 요소들은 설계변수의 값에 따라 다공성 물질과 공기층을 표현할 수 있게 된다. 제안된 방법을 사용하면, 다공성 물질 영역과 공기층 영역을 다르게 해석할 필요가 없으므로 그 경계에서의 복잡한 경계조건도 필요 없게 된다. 따라서 제안된 해석기법은 무엇보다도 초기 형상의 고려 없이 다공성 물질의 형상을 설계하는데 적합한 해석 기법이라 할 수 있다.

위상최적설계에서 사용되는 물성치 보간 기법의 효과적인 적용은 다공성 물질의 성공적인 형상 설계를 위해서 중요한 과정이며, 그렇지 않을 경우 목적하는 성능을 갖는 다공성 물질의 형상 설계는 어렵다. 이는 다공성 물질의 형상 설계의 어려움에 기인한다.

## 2. 본 연구에서 제안하는 해석 모델

공극이 점성 유체로 채워진 다공성 물질에서의 탄성과 전달에 대해서 Biot 은 다음과 같은 이론을 제시하였다.<sup>(1)</sup> 공기로 채워진 다공성 물질에서의 음파의 전달은 이 이론을 통해서 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 N\nabla^2 \mathbf{u} + \nabla[(A+N)e + Q\varepsilon] &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\mathbf{u} + \rho_{12}\mathbf{U}) + b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \\
 \nabla[Qe + R\varepsilon] &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\mathbf{u} + \rho_{22}\mathbf{U}) - b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U})
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

식(1)은 다공성 물질을 고체상과 유체상으로 나누어 각 상의 거동과 두 상사이의 연성작용을 나타내며, 여러 변수들의 의미는 본 논문 첫 장에 제시되어 있다.

다공성 물질의 특성을 나타내는 계수들은 일반적으로 거시적인 관점에서 정의되며, 벌크 밀도(bulk density)나 벌크 영률(bulk Young's modulus), 공극률(porosity), 유동저항계수(flow resistivity), 구조인자(structural factor), 손실인자(loss factor) 등의 기본적인 물리적 성질에 의해 결정된다. 보다 자세한 설명은 참고문헌<sup>(3-6)</sup>에서 찾아볼 수 있다.

본 연구에서는 다공성 물질의 물리적 특성을 나타내는 물성치를 설계변수의 함수로써 표현하고 이를 통해서 다공성 물질과 공기층 간의 물성치를

보간한다. 물성치 보간 기법에 대해서는 참고문헌(7,8)에 자세하게 기술되어 있다.

## 3. 제안한 해석 모델에 대한 검증

다공성 물질과 공기층으로 이루어진 음향 시스템에 대해서 본 연구에서 제안한 해석 기법은 물성치 보간 기법의 도입을 통해 하나의 지배방정식으로 다공성 물질 영역과 공기층 영역을 함께 표현할 수 있을 뿐만 아니라, 위상최적설계를 통한 다공성 물질의 형상 설계에 효과적으로 적용될 수 있다. 이를 위해서 우선, 제안한 해석 모델의 유효성을 검증하고자 한다.

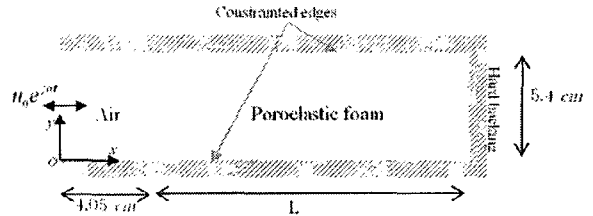


Fig. 1 A test problem to verify the proposed single, unified model encompassing poroelastic material and acoustic air.

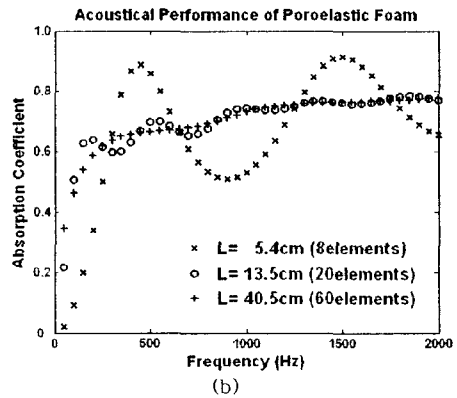
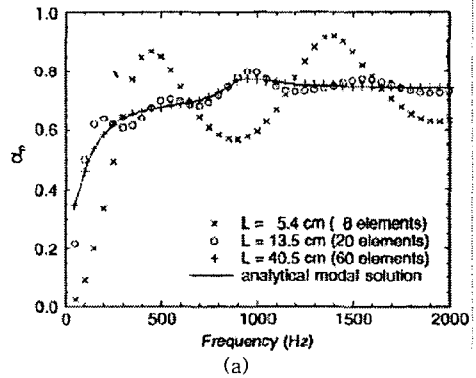


Fig.2 The effect of foam depth with fixed element size on calculated absorption coefficient ( $\alpha_f$ ). (a) Reference data in Ref (6). (b) Results using the proposed unified model.

Fig. 1 은 다공성 물질 영역과 공기층 영역으로 구성된 음향시스템으로서 기존의 연구<sup>(6)</sup>에서 유한요소법을 이용한 결과를 해석해를 바탕으로 검증하는데 쓰인 예제이다. 본 연구에서 제안한 해석 모델에 의한 결과와 기존의 결과<sup>(6)</sup>를 비교해 본다.

Fig. 2(a)는 다공성 물질 영역과 공기층 영역을 서로 다른 지배방정식을 이용하여 해석한 기존의 결과를 보여준다. 반면, Fig. 2(b)는 본 연구에서 제안한 해석 방법 즉, 다공성 물질 영역과 공기층 영역을 하나의 지배방정식으로 해석하는 기법을 이용한 결과를 나타낸다. 두 방법에서 사용된 유한요소의 개수는 각 경우에 대해서 동일하고, 요소 크기도 1.37 cm×2.70 cm 로 같게 하였다. 제안한 해석 모델에 의한 결과는 기존의 검증된 결과와 매우 유사한 것을 확인 할 수 있으며, 이는 곧 본 연구에서 제안한 해석 모델의 유효성을 보여준다.

#### 4. 다공성 물질의 형상 설계 예제

위상최적설계를 이용한 다공성 물질의 형상 설계의 예제로 넓은 주파수 대역에 대한 다공성 물질의 흡음계수를 최대화하는 형상 설계를 수행하였다. 설계영역의 크기는 13.5 cm×5.4 cm 이며, 다공성 물질의 상태에 있는 유한요소로 분할되었다. 설계영역의 오른쪽 면은 고정되었고, 상하면은 y 방향의 변위가 제한되었다. 임피던스튜브를 이용한 실험과 마찬가지로 평면파(plane wave)가 설계영역의 좌측에서 수직 입사되고 다공성 물질로부터의 반사파를 측정하여 흡음계수를 계산하였다. 예제의 목적은 설정된 주파수 영역에 대해 최대의 흡음계수를 갖는 다공성 물질의 형상을 설계하는 것이다. 위상최적설계 문제로서의 정식화를 위하여 다음과 같은 목적함수(L)와 질량제한조건을 부과하였다.

$$L = \min_{\chi_e} \left[ w_1 \cdot \sum_{i=1}^m \frac{1}{\alpha_n(f_i, \chi_e)} + w_2 \cdot \sum_{e=1}^{N_e} \chi_e (1 - \chi_e) \right] \quad (2)$$

subject to  $\sum_{e=1}^{N_e} \chi_e \leq V_0$

목적함수에는  $\sum_{e=1}^{N_e} \chi_e (1 - \chi_e)$  의 벌칙함수(explicit penalty function)를 첨가하여 위상최적설계 과정에서의 수렴성을 증가시켜 보다 안정적인 설계를 가능케 하였다. 그리고 설계영역을 채울 수 있는

다공성 물질의 양을 제한조건에 부과하였다.

Fig. 3(a)는 제안한 해석 모델을 바탕으로 정식화된 위상최적설계를 이용하여 100 Hz 에서 2,000 Hz 영역에서의 흡음계수를 최대화하는 다공성 물질의 형상 설계를 위한 설계 영역을 나타낸다.

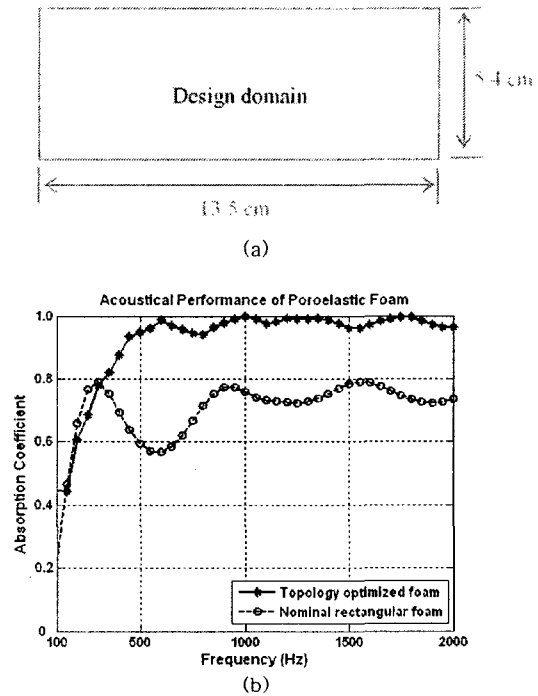


Fig. 3 Topology Optimization of a poroelastic acoustic foam. The design objective is maximization of the absorption coefficient in a frequency range between 100 Hz and 2,000 Hz (mass constraint: 60%). (a) Design domain, (b) Absorption coefficients.

본 연구에서 제안한 기법을 이용하여 설계된 다공성 물질의 최적 형상과 같은 양의 다공성 물질을 포함한 평범한 사각형 형상(nominal rectangular foam)의 주파수 별 흡음계수를 Fig. 3(b)에서 비교하였다. Fig. 3(b)에 나타난 바와 같이 위상최적 설계된 형상의 흡음 성능은 평범한 사각형 형상에 비해서 250 Hz 근방을 제외하고는 고려한 전 주파수 영역에서 월등히 높은 것을 확인할 수 있다. 250 Hz 근방에서 위상최적 설계된 형상의 흡음계수가 약간 낮은 값을 나타내는 것은 특정 주파수에 대한 흡음성능이 아닌, 전 주파수 대역에서의 성능을 목적함수로 고려한 이 예제에서는 큰 중요성을 띠지 않는다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 위상최적설계를 이용하여 고려된 주파수 대역에서 최대의 흡음능력 갖는 다공성

물질의 형상 설계 기법을 제안하였다. 기존의 다공성 물질에 대한 해석 기법과는 달리 하나의 지배방정식으로 다공성 물질 영역과 공기층 영역을 표현할 수 있는 새로운 해석 모델을 제시하고 기존의 수치해 및 해석해와 비교하여 그 유효성을 검증하였다. 이는 위상최적설계의 물성치 보간 기법의 도입을 통한 공기층을 특정한 물성치를 가진 다공성 물질로 표현하는 기법에 바탕을 두며, 결국 원하는 성능을 갖는 다공성 물질의 형상 설계를 가능케 하였다. 제안한 위상최적설계를 이용한 다공성 물질의 형상 설계 기법은 임피던스튜브 실험을 모사한 예제에서 같은 양의 다공성 물질을 갖는 평범한 형상에 비해서 월등히 높은 흡음 성능의 새로운 형상의 설계에 적용되었다. 향후 제안한 기법은 여러 대상 주파수 영역에서 최적의 성능을 발휘할 수 있는 다양한 다공성 물질의 형상 설계에 적용될 수 있다.

## 후 기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소를 통해 체결된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2006-033)의 지원으로 수행되었습니다.

(#)본 논문은 2006년 11월에 중국에서 개최된 The Fourth China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems 에서도 발표됩니다.

## 참고문헌

- (1) Biot, M. A., 1956, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol 28, pp.168~191.
- (2) Bendsøe, M. P., and Sigmund, O., 2003, *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer, Germany.
- (3) Attenborough, K., 1982, "Acoustical characteristics of porous materials", *Physics Reports*, Vol 82, pp. 179~227.
- (4) Bolton, J. S., Shiau, N. -M., and Kang, Y. J., 1996, "Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials", *Journal of Sound and Vibration*, Vol 191, No. 3, pp. 317~347.
- (5) Allard, J. F., 1993, *Propagation of sound in porous media: modeling sound absorbing materials*, Elsevier Science, New York.
- (6) Kang, Y. J., and Bolton, J. S., 1995, "Finite element modeling of isotropic elastic porous materials coupled with acoustical finite elements", *Journal of Acoustical Society of America*, Vol 98, No. 1, pp. 635~643.
- (7) Lee, J. S., Kim, E. I., Kim, Y. Y., Kim, J. S., and Kang, Y. J., 2006, "Optimal Poroelastic Layer Sequencing for Transmission Loss Maximization by Topology Optimization", submitted.

- (8) Lee, J. S., Kim, Y. Y., Kim, J. S., and Kang, Y. J., 2006, "Topology Optimization of Poroelastic Acoustic foams for Absorption Coefficient Maximization", to be submitted.