

고무와 압전작동기를 이용한 하이브리드 마운트의 설계 및 진동제어 응용

Design of Hybrid Mount Using Rubber Element and Piezoelectric Actuator with Application to Vibration Control

육지용*·최승복†

Ji-Yong Yook, Seung-Bok Choi

Key Words : Hybrid Mount(하이브리드 마운트), Rubber Element(고무 요소), Piezostack Actuator(적층형 압전작동기), Active Vibration Control(능동진동제어)

ABSTRACT

This paper presents active vibration control using a hybrid mount which consists of rubber element and the piezostack actuator. After identifying stiffness and damping properties of the rubber element and piezoelectric elements, a mechanical model of the hybrid mount is established. The mount model is then incorporated with the vibration system, and the governing equation of motion is obtained in a state space. A sliding mode controller and LQG controller are designed in order to actively attenuate the vibration of the system subjected to high frequency and small magnitude excitations. Control responses such as acceleration and force transmission through the hybrid mount are evaluated by computer simulation.

1. 서론

기계류에서 발생하는 진동을 감소시키기 위해서는 성능이 우수한 마운트의 적용이 요구된다. 기계류의 진동 감쇠에 널리 적용되고 있는 고무마운트는 강성과 댐핑을 갖고 있는 고무재료로 제작되어 정 하중 지지와 진동감쇠특성을 동시에 지니고 있다. 또한, 댐핑이 작은 특성으로 인해 고주파수의 비공진 주파수 대역에서 매우 우수한 진동절연성능을 보이고 있다. 그러나, 공진주파수 대역에서는 효과적인 진동절연의 한계를 가지고 있다[1]. 이러한 기존 고무마운트의 댐핑이 작은 단점을 보완하기 위하여 제안된 유체 마운트는 고무의 강성을 이용하여 정하중을 지지하고, 유체점성과 관성트랙의 형상을 조절하여 공진주파수대역에서의 우수한 진동절연효과를 얻을 수 있다. 그러나, 비공진 주파수 대역에서는 진동절연성능이 저하될 수 있다[2]. 고무마운트나 유체마운트와 같은 수동형 마운트가 특정 주파수영역에서만 효과적인 진동절연특성을 갖는 한계를 극복하기 위하여 지능재료를 이용한 진동제어에 관한 연구가 활발히 수행되고 있다. 기존의 수동형 고무 마운트를 기본으로 하여 진동 및 소음원의 진동신호에

따라 능동적으로 적절한 제어력을 지능재료를 통해 마운트에 부가함으로써 진동 및 소음 저감성능을 크게 향상시키고, 내충격 성능을 갖는 능동 하이브리드 마운트(hybrid mount) 시스템이 개발되고 있다[3,4]. 지능재료 중 하나인 압전재료(piezoelectric material)는 전기장 부하를 통하여 변위 및 힘 제어가 가능하며, 수십 micro sec의 빠른 응답특성을 가지는 능동재료이다. 따라서, 큰 힘을 발생시킬 수 있는 적층형 압전작동기 이용하여 능동 마운트에 제어력을 부가할 수 있는 작동기로 사용하기도 한다[5,6,7]. 압전작동기만을 이용한 마운트의 경우는 비교적 높은 주파수 영역에서는 매우 우수한 진동제어 성능을 보이지만, 저주파수의 큰 가진변위에 대해서는 제어성능에 한계를 가지고 있다.

본 연구에서는 고무 요소와 압전작동기를 이용한 능동 하이브리드 마운트를 제안하였다. 하이브리드 마운트의 고무요소는 정하중 지지기능과 전주파수 대역에서의 진동절연효과를 얻기 위한 것이며, 압전작동기는 특별히 고주파수대역에서 작은 가진 변위에 대한 진동제어를 수행하는 역할을 한다. 하이브리드 마운트는 구조는 고무요소와 압전작동기가 직렬로 연결되어 있는 형태이다. 이러한 하이브리드 마운트의 진동 제어 성능을 확인하기 위하여 질량과 하이브리드 마운트가 고려된 2자유도 시스템의 수학적 지배방정식을 유도하였다. 효과적인 진동제어를 위해 SMC(sliding mode controller)와 LQG(linear quadratic gaussian)

† 책임저자; 종신회원, 인하대학교 기계공학부

E-mail : seungbok@inha.ac.kr

Tel : (032) 860-7310, Fax : (032) 868-1716

* 인하대학교 대학원 기계공학과

Controller 를 설계하였으며, 두 제어기를 이용한 시뮬레이션을 통해 상부질량의 가속도와 힘전달률 등을 비교, 평가하였다.

2. 하이브리드 마운트의 설계 및 모델링

고무 요소와 압전작동기가 직렬로 구성된 하이브리드마운트의 개략도를 Fig. 1 에 나타내었다. 하이브리드 마운트는 상부고정판, 압전작동기, 작동기 고정부, 고무 요소, 하부고정판, 중심고정판으로 구성된다. 상부고정판과 중심고정판을 통해 구조물과 하이브리드 마운트를 체결한다. 또한 하이브리드 마운트는 중심고정판으로 인하여 하이브리드 마운트가 인장 하중을 받는 상태에서도 고무 요소에 압축하중이 발생하게 된다. 이러한 특성은 하이브리드 마운트에 과도한 인장 하중이 발생시 고무 요소의 파괴를 억제하게 된다. 고무 요소와 압전작동기는 직렬로 연결되어 하이브리드 마운트 전체의 강성은 고무에 의한 강성이 지배적으로 영향을 미치게 된다. 이러한 구성 방식은 압전작동기가 파괴되어 제어력을 발생시킬 수 없을 경우, 하이브리드 마운트는 일반 고무 마운트의 특성을 갖게 되어 진동을 저감하게 된다. 또한 하부고정판을 통하여 하이브리드 마운트는 바닥에 고정시키게 된다. 하이브리드 마운트의 지배방정식을 도출하기 위하여 고무 요소와 압전작동기 각각에 대한 모델링을 수행하였다. 일반적으로 고무의 동특성은 지지하중, 가진조건 등에 의하여 변동하는 특성을 갖고 있다. Kelvin-Voigt 모델로 가정된 고무의 동강성($k_d(j\omega)$)은 다음 식으로 표현된다.

$$k_d(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{X(j\omega)} = k_r + j\omega b_r \quad (1)$$

여기서, k_r 과 b_r 은 고무의 강성과 댐핑을 의미하여 k_r 과 b_r 의 값은 각각 103571N/m 와 300Nsec/m 으로 가정한다.

본 연구에서 적용한 압전재료는 폴링방향(poling axis)과 전기장방향이 동일하게 제작되었으며, 다음과 같이 압전재료의 전기적인 상태와 기계적인 상태를 나타내는 두 식으로 표현된다

$$D = \epsilon_{33}E + d_{33}T \quad (2)$$

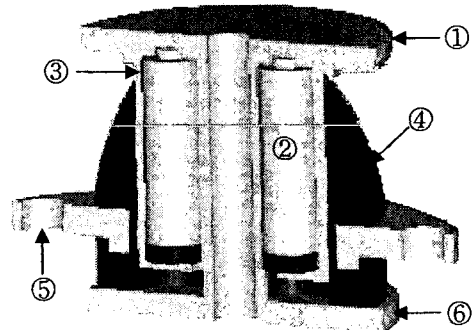
$$S = d_{33}E + \frac{1}{c}T \quad (3)$$

여기서, D 는 전기변위(electric displacement), d_{33} 는 압전전하상수(piezoelectric charge constant), T 는 응력, ϵ_{33} 는 유전상수(dielectric constant), E 는 전기장, S 는 변형률, c 는 탄성계수를 나타낸

다. n 개의 압전디스크를 적층한 작동기의 지배방정식은 압전재료의 기계적 상태를 나타내는 식 (3)을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_p &= AT = AcS - Acd_{33}E \\ &= \frac{Ac}{l}(y_h - y_b) - Acd_{33}\frac{n}{l}V \\ &= k_p(y_h - y_b) - \alpha V \\ &= k_p(y_h - y_b) - f_a \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 f_p 는 적층형 압전작동기에 가해지는 힘을 의미하며, A 는 압전디스크의 단면적, l 은 압전작동기의 길이, V 는 압전작동기에 가해지는 부하전압, $k_p(= Ac/l)$ 는 압전작동기의 스프링상수, $\alpha(= Acd_{33}n/l)$ 는 압전작동기 계인, $f_a(= \alpha V)$ 는 부하전압 V 로 조절되는 압전작동기의 힘을 나타낸다. $y_h(t)$ 는 압전작동기 상단의 변위를, $y_b(t)$ 는 압전작동기의 하단의 변위를 나타낸다. 본 연구에서 제작된 압전작동기의 k_p 와 α 의 값은 각각 90MN/m 와 9N/V 이다



Part	Name
①	Top plate
②	Piezostack Actuator
③	Intermediate plate
④	Rubber element
⑤	Insert plate
⑥	Center plate

Fig. 1 Configuration of the hybrid mount

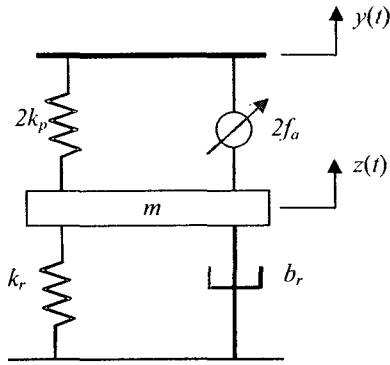


Fig.2 Mechanical model of the hybrid mount

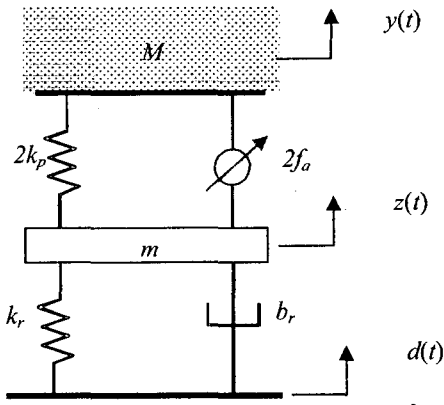


Fig.3 Mechanical model of the vibration System

본 연구에서 사용된 압전작동기는 기존의 unipolar 형 압전작동기와 달리 bipolar 형 압전작동기이다. bipolar 형 압전작동기는 부하전압을 양과 음의 같은 양으로 가할 수 있고, 그에 따라 발생하는 변위의 양도 거의 같은 성능을 나타내게 된다.

고무 요소와 2 개의 압전작동기로 구성된 하이브리드 마운트의 기계적모델은 Fig. 2 와 같이 나타낼 수 있으며, 이로부터 하이브리드 마운트의 지배방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$m\ddot{z}(t) + b_r\dot{z}(t) + k_r z(t) + 2k_p(z(t) - y(t)) + 2f_a(t) = 0 \quad (5)$$

여기서, m 은 작동기 고정부의 질량이다. 이 부분의 질량을 매개질량이라고 명명한다. 이 질량은 압전작동기에서 발생하는 변위와 힘이 구조물로 효과적으로 작용하기 위한 것이다. 본 연구에서는 매개질량의 질량을 4.5kg 으로 설정하였다. 식(5)의 $z(t)$ 는 매개질량의 변위를 나타낸다.

진동제어를 위해 도입된 2 자유도 시스템을 Fig. 3 에 나타내었다. 하이브리드 마운트의 하부로부터 진동이 전달되면, 이때의 하부 가진 변위 ($d(t)$)에 의하여 하이브리드 마운트에 설치된 상부 질량(M)은 진동하게 된다. 식(5)의 하이브리드 마운트에 대한 지배방정식을 연계하여, 다음과 같이 2 자유도 시스템의 수학적 모델을 구성할 수 있다

$$\begin{aligned} M\ddot{y}(t) &= -2k_p(y(t) - z(t)) + 2f_a(t) \\ m\ddot{z}(t) &= 2k_p(y(t) - z(t)) + k_r(-z(t) + d(t)) \\ &\quad + b_r(-\dot{z}(t) + \dot{d}(t)) - 2f_a \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 M 은 하이브리드 마운트 위에 설치된 질량이며, $f_a(t)$ 는 압전작동기에 의해 발생하는 제어력이다.

압전작동기의 시상수를 고려하기 위하여 다음과 같은 식을 구성하였다.

$$\tau \frac{d}{dt} f_a + f_a = \alpha V(t) \quad (7)$$

본 연구에서 사용된 압전작동기의 시상수 τ 는 10msec 로 설정하였다.

한편, 하이브리드 마운트의 하부 가진 변위에 의한 상부 질량으로의 전달력 $F_T(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_T(t) = M\ddot{y}(t) \quad (8)$$

따라서, 시스템의 상태 공간 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{\Gamma}D(t) \quad (9)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [y(t) \quad \dot{y}(t) \quad z(t) \quad \dot{z}(t) \quad f_a(t)]^T \\ u(t) &= V(t) \\ \mathbf{D}(t) &= [d(t) \quad \dot{d}(t)]^T \end{aligned} \quad (10)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-2k_p}{M} & 0 & \frac{2k_p}{M} & 0 & \frac{2}{M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{2k_p}{m} & 0 & \frac{-(2k_p+k_r)}{m} & \frac{-b_r}{m} & \frac{-2}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{a}{r} \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_r}{m} & \frac{b_r}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

와 같다.

3. 제어기 설계

3.1 Sliding Mode Controller

본 연구에서는 제어 시스템의 파라미터 변화와 외란에 대하여 강건한 슬라이딩 모드 제어기를 설계하여 하이브리드 마운트의 진동 제어를 수행하였다. 하이브리드 마운트에 들어가는 제어입력을 구하기 위하여 다음과 같이 슬라이딩 서피스를 설정한다[3].

$$s = \mathbf{G}\mathbf{x}(t) \quad (12)$$

여기서, $\mathbf{G} = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4 \ g_5]$ 는 슬라이딩 서피스의 기울기를 나타내는 벡터이고, 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$u(t) = -(\mathbf{GB})^{-1}(\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + k \cdot \text{sgn}(s(t))) \quad (13)$$

, ($k > 0$)

식(13)을 만족하는 슬라이딩 모드 제어기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$u(t) = -(\mathbf{GB})^{-1}(\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + k \cdot \text{sgn}(s(t))) \quad , (k > 0) \quad (14)$$

여기서, k 는 불연속 계인을 나타내고, 식(14)의 슬라이딩모드 제어기는 다음과 같이 식(15)의 슬라이딩모드 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} s(t)^2 &= s(t)\mathbf{G}\dot{\mathbf{x}}(t) \\ &= s(t)\mathbf{G}(\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{\Gamma}\mathbf{D}(t)) \\ &= s(t)(\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{GB}(\mathbf{GB})^{-1}\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) \\ &\quad - \mathbf{GB}(\mathbf{GB})^{-1}k \text{sgn}(s(t)) + \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{D}(t)) \\ &= s(t)(-k \text{sgn}(s(t)) + \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{D}(t)) \\ &\leq -\eta |s(t)| \quad , \quad (\eta > \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{D}(t)) \end{aligned} \quad (15)$$

그러나 이와 같은 불연속 제어기는 채터링을 발생

시키므로 정해진 경계조건영역 (ε) 안에서 불연속 제어기를 연속 제어기로 근사화하여 다음과 같은 포화 함수로 대체한다.

$$\text{sat}(s(t)) = \begin{cases} s(t)/\varepsilon, & |s(t)| \leq \varepsilon \\ \text{sgn}(s(t)), & |s(t)| > \varepsilon \end{cases} \quad (16)$$

3.2 LQG Controller

일반적으로 LQR 제어 기법에서 가정하듯, 시스템의 모든 상태를 측정하는 것은 불가능하다. 만일 이것이 가능하다 할 지라도, 측정값은 측정 잡음에 의해 정확하지 않게 된다. 따라서, 본 연구에서는 하이브리드 마운트의 진동 제어를 위해서 LQG 제어 기법을 적용하였다. 외란과 측정 잡음을 고려한 LQG 이론을 사용하여 상태공간 운동 방정식은 다음과 같이 쓰여질 수 있다[8].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{\Gamma}w(t), \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + v(t) \quad (17)$$

여기서 $\mathbf{x}(t)$ 는 상태 변수 벡터, $u(t)$ 는 입력 벡터, $\mathbf{y}(t)$ 는 출력 벡터이고 \mathbf{A} 는 시스템 행렬, \mathbf{B} 입력 행렬, \mathbf{C} 는 출력 행렬이다. 외란 $w(t)$ 와 측정잡음 $v(t)$ 는 모두 변동없는 영평균을 가지는 Gaussian 백색 잡음으로 가정하고, 다음과 같은 공분산을 가진다.

$$\begin{aligned} E\{w(t)w^T(l)\} &= \mathbf{W}\delta(t-l), \\ E\{v(t)v^T(l)\} &= \mathbf{V}\delta(t-l), \quad E\{w(t)v^T(l)\} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $E[\bullet]$ 는 기대치, δ 는 Kronecker delta 함수를 나타내며, \mathbf{W} 와 \mathbf{V} 는 외란과 측정 잡음의 세기를 나타내는 양한정 행렬이다.

LQG 제어기는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}[\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)] \\ \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $\hat{\mathbf{x}}$ 은 예측된 상태를 나타내며, \mathbf{K} 는 제어 이득 행렬, \mathbf{L} 은 Kalman filter 의 이득 행렬이다. 제어 입력은 다음과 같이 표현되는 성능 지수를 최소화하는 값으로 결정되게 된다.

$$J = E \sum_{t=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + u^T(t)\mathbf{R}u(t)] \quad (20)$$

여기서 가중치 행렬 \mathbf{Q} 와 \mathbf{R} 은 양반한정이다. 최적 되먹임 제어 이득 행렬 \mathbf{K} 와 Kalman filter 이

득 행렬 L 은 다음과 같이 얻어진다.

$$K = (R + B^T P B) B^T P A$$

$$L = A \Sigma C^T (C \Sigma C^T + V)^{-1} \quad (21)$$

여기서 P 와 Σ 는 Riccati 방정식의 양 한정 해이다

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 앞에서 설계한 Sliding mode Controller 와 LQG Controller 를 이용하여 능동 진동 제어 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 평가하였다. 하이브리드 마운트의 하부로부터 입력되는 정현파형의 가진 변위는 100Hz 일때는 진폭 0.5mm, 200Hz 일때는 진폭 0.2mm 이라 가정 후 시뮬레이션을 통한 진동제어 성능을 비교하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 하이브리드 마운트의 하부로부터 전달되는 가진 변위에 의한 상부질량으로의 가속도 및 전달력을 평가하였다. 사용된 제어기 개인 값들은 각각 Table 1 과 Table 2 에 나타내었다

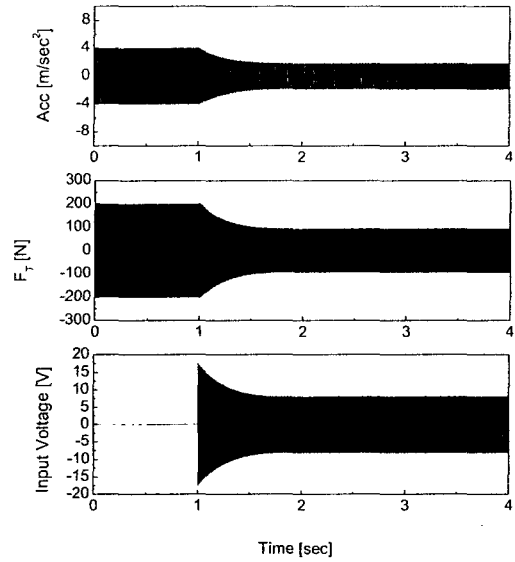


Fig.4 Time response of system with LQG Controller (100Hz)

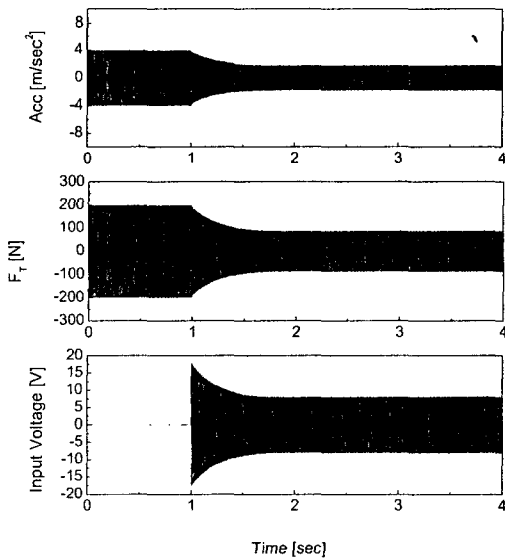


Fig.3 Time response of system with SMC (100Hz)

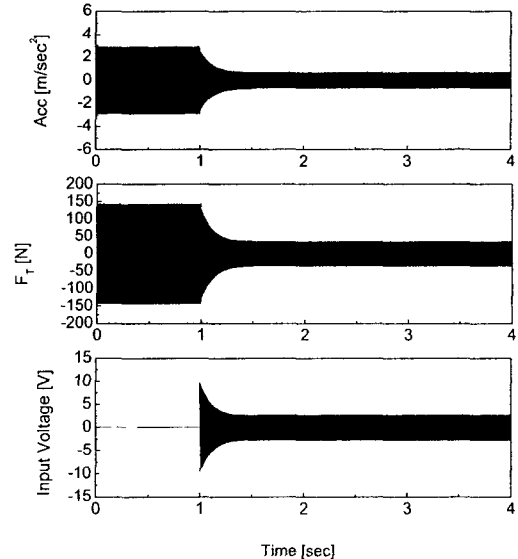


Fig.5 Time response of system with SMC (200Hz)

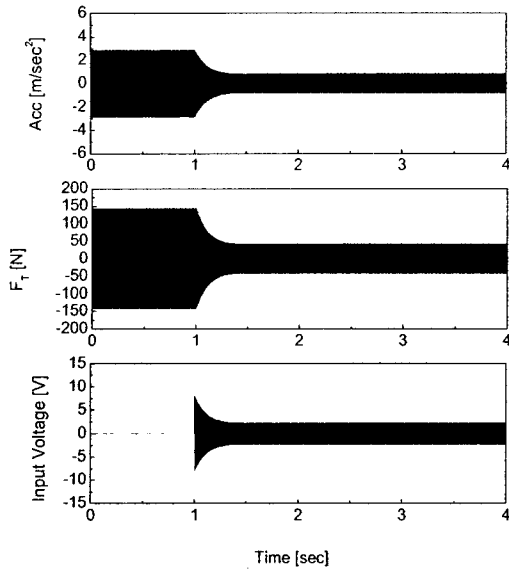


Fig.3 Time response of system with LQG Controller (200Hz)

Table 1 Sliding Mode Controller Parameter

Parameter	Value(100Hz)	Value(200Hz)
g1	0.98	1.23
g2	1.1	1.5
g3	0.9	0.82
g4	-0.165	-0.172
g5	1	1
k	18	15
ϵ	3.9	3.5

Table 2 LQG Controller Parameter

Parameter	Value(100Hz)	Value(200Hz)
Q	$diag(Q)=109e2$	$diag(Q)=151e2$
R	$diag(R)=1$	$diag(R)=1$

5. 결론

본 연구에서는 적층형 압전작동기와 고무 요소를 이용한 하이브리드마운트를 제안하였다. 고무 요소와 압전 작동기의 파라미터를 도출하였고, 하이브리드 마운트의 지배방정식을 유도하였으며, 하이브리드 마운트가 고려된 구조물의 동적모델링을 수행하였다. 시스템의 진동제어를 위하여, 외란에 강건한 Sliding Mode Controller 와 LQG Controller 를 설계 후 컴퓨터 시뮬레이션 통해 시스템의 가

속도 및 마운트의 전달력을 통해 제어기의 진동 제어 성능을 평가하였다. 그 결과 Sliding Mode Controller 가 LQG Controller 에 비해 조금 더 우수한 진동 제어 성능을 보여주는 것을 알 수 있었다. 향후 실험을 통하여 컴퓨터 시뮬레이션과 실험 결과를 비교할 예정이다.

후 기

본 연구는 민군 겸용 기술사업의 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다

참고문헌

- (1) Rivin, E. E., 1984, "Passive Engine Mounts : Some Directions for Further Development", SAE Technical Paper Series 940259.
- (2) Singh, R., Kim,G. and Pavindra P.V., 1992, "Linear Analysis of Automotive Hydro-Mechanical Mount with Emphasis on Decoupler Characteristics", Journal of Sound and Vibration, Vol.158, No.2, pp. 219~243.
- (3) 김승환, 홍성룡, 최승복, 2002, "하이브리드 마운트를 이용한 빔 구조물의 진동제어", 추계학술대회 논문집, 한국 소음 진동 공학회, pp. 440~445.
- (4) S. B. Choi and S. R. Hong, 2004, "Dynamic Modeling and Vibration Control of Electrorheological Mounts", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 126, No.4, October 2004, pp. 537~541.
- (5) 김중선, 1992, "압전소자를 액추에이터로 이용한 탄성보 진동의 능동제어", 한국소음진동공학회지, 2 권, 3 호, pp. 173~180.
- (6) Andrew J. Young and Colin H. Hansen, 1996, "Control of Flexural Vibration in Stiffened Structures Using Multiple Piezoceramic Actuators", Applied Acoustics, Vol.49, No.1, pp. 17~48.
- (7) Takayoshi Kamada, Takafumi Fujita, Takayoshi Hatayama, Takeo Arikabe, Nobuyoshi Murai, Satoru Aizawa and Kohtarō Tohyama, 1997, "Active Vibration Control of Frame Structures with Smart Structures using Piezoelectric Actuators (Vibration Control by Control of Bending Moments of Columns)", Smart Mater. Struct. Vol.6, pp. 448~456.
- (8) 손정우, 김홍수, 최승복, 2006, "스마트 Hull 구조물의 동적모델링 및 능동진동제어", 한국소음진동공학회 논문집, 제 16 권 87 호, pp. 840~847.