

유체장 변화에 따른 사각형 탱크의 진동에 관한 연구

Case study on hydroelastic vibration of plate for various bounded fluid field .

김극수†·최수현**·조현동**
K.S.Kim, S.H.Choi, H.D.Jo

Key Words : Hydroelastic vibration (유탄성진동), Fluid field(유체장)

ABSTRACT

In this paper, a numerical case study is carried out on the hydroelastic vibration of rectangular plate with various fluid field. It is assumed that the tank wall is clamped along the plate edges. The VMM(Virtual Mass Method) of Nastran is used for the simulation of fluid domain and calculating natural frequency of fluid-coupled structure. In this paper, natural frequencies are calculated and compared for rectangular plates with various fluid field such as infinite fluid and finite fluid, length change of finite fluid field and various fluid contacting conditions.

1. Introduction

최근 구조물이 유체와 접하는 경우 유체-구조 연성문제를 해석하기 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히 선박에는 물이나 연료로 가득 채워진 탱크 등이 많이 존재하고 있으며, 선박의 주기진원과 유체로 인하여 고유진동수가 낮아진 구조물과의 공진가능성이 항상 내재하고 있다. 이에 접수 탱크의 공진회피 설계가 고품질 저진동 선박구조를 위한 핵심 기술로 평가 되어 있다. (2005 김병희)

접수진동에 대한 연구로는 사각형 판에 대한 진동을 김극천(1979)은 무한유체에서의 평판의 고유진동수를 계산하였고, 한상보와 곽문규(1996), 이호섭(1984), 최수현(2002)등은 실험적으로 원판, 유공판 및 직사각형 탱크의 접수진동에 대하여 연구하였고, 탱크의 접수진동에서는 수위에 따른 탱크의 고유진동수 변화를 검토하고 부가수 질량을 실험적으로 산정하였다. 이론적인 연구로는 이동연(2000)은 슬로싱 연구에서 사각형 탱크의 유체 구조 연성에 대해 연구하였고, Zhou(2000), 김병희(2005)는 담과 같이 길이 방향으로 무한한 유체에 접한 평판 및 보강판의 고유진동수추정에 대한 연구를 하였다. 김극수등(2005)은 사각형 탱크의 보강판에 대한 유체구조 연성문제를 Rayleigh-Ritz 방법과 경계요소법을 사용하여 계산하였다. 또한 정정훈(2003,2004)은 마주보는 2 개의 동일한 원판 및 사각판 사이에 유체가 연성되어 있는 경우에 대한 이론적인 고유진동수를 구하였다.

한편 배성용(2003)은 자체 개발한 유한요소 프

로그래를 이용하여 보강판 탱크구조의 접수진동을 해석하였다.

이러한 접수 문제는 특정한 유체장에 한정하여 구조물의 접수 고유진동수를 해석하였다. 하지만 동일 한 구조물에 대하여 유체장의 변화, 즉 유체장을 결정하는 경계조건의 변화에 따른 구조물의 고유진동수의 변화에 대한 연구는 거의 없다. 따라서, 본 연구에서는 접수의 위치와 방향 그리고 접수되는 유체장의 크기에 따른 영향(유체경계조건)에 대해 동일한 판 구조물 고유진동수가 어떻게 변화 할 것인지를 관찰하고자 한다.

본 연구에서는 다양한 유체장을 모델링하기에 편리한 상용 해석 프로그램인 Nastran 을 이용하여 유체장 변화에 따른 사각형 판의 고유진동수 변화를 관찰하고자 한다. 먼저 무한 유체장의 경우와 유한 유체장의 경우에 대하여 평판의 고유진동수의 차이와 유체장의 길이 와 폭, 높이 변화에 따른 고유진동수 변화를 보고, 유체장이 측면 하부 상부에서 구조물과 연성되는 경우에 대해 각각의 고유진동수 차이를 비교하고자 한다.

2. 운동방정식

유체 구조 상호작용으로 인한 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M_s]\{\ddot{X}(t)\} + [K_s]\{X(t)\} = F_s(t) \quad (1)$$

여기서 M_s, K_s 는 구조물의 질량, 강성행렬이며, F_s 는 유체력이다.

이 유체력에서 가속도에 비례하는 항을 계산한 후, 이 유체에 의해 구조물에 부가 되는 질량을 구조물의 질량에 합하여 접수구조물의 고유진동수를 계산하게 된다.

간단한 접수 평판 모델을 이용하여 부가수 질

† 김극수: 대우조선해양(주) 진동소음연구팀
E-mail : kuksu@dsme.co.kr
Tel : (055) 680-5548, Fax : (055) 680-2174
* 대우조선해양(주) 진동소음연구팀

량을 계산하는 과정을 살펴 보면 다음과 같다.

Fig. 1 와 같이 사각형 탱크에 유체가 차 있을 경우 측면 평판에 가해지는 유체의 부가수 질량효과를 계산하는 과정은 다음과 같다. 여기서 a, b, H, L 각각 측면 평판의 폭과 높이 그리고 유체의 높이 탱크의 길이이다. 여기서 빗금친 부분이 측면 평판이있는 부분이다.

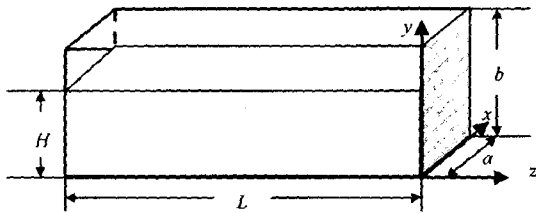


Fig. 1 A rectangular tank filled with fluid

비압축성, 비점성 이상유체에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

여기서 Φ 는 속도 포텐셜로 유체장에 적용되는 경계조건에 의해서 계산 할 수 있다. 여기서 대상 측면 평판을 제외한 나머지 벽면을 강체로 가정하면, 벽면에서는 수직 방향의 속도가 0 이고, 자유수면에서는 포텐셜이 0 이며, 측면 판과 접하고 있는 유체의 경우는 판과 같이 진동하는 것으로 가정할 수 있다.

측면 판에 작용하는 유체력은 속도 포텐셜에 Bernoulli's equation 을 적용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (3)$$

측면 판에 작용하는 유체력은 위에서 계산한 압력을 판의 면적에 대해 적분하여 식 (4)와 같이 계산할 수 있다.

$$F_s = \iint p \, dx \, dy \quad (4)$$

식 (4)에 의해 계산된 유체력 중에서 가속도에 비례하는 항이 유체에 의해 판에 부가되는 질량의 항으로 식 (5)같다.

$$F_s = M_f \ddot{x}(t) \quad (5)$$

지금까지 계산한 유체력에 의해 판에 부가되는 질량 M_f 를 유체구조 상호작용으로 인한 운동방정식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$[M_s + M_f] \{\ddot{X}(t)\} + [K_s] \{X(t)\} = F_s(t) \quad (6)$$

3. 유한유체장과 무한유체장의 접수 수위에 따른 고유진동수 비교

아래 그림과 같이 무한유체장과 유한유체장에 의한 부가수 질량 효과를 비교하기 위하여 Nastran 을 이용하여 평판의 한쪽 측면이 접수 될 경우, 즉 평판이 무한유체장에 놓이는 경우와 탱크를 모델링하여 계산하는 경우를 비교해 보았다.

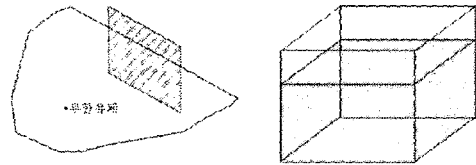


Fig. 2 무한유체장과 유한유체장

3.1 Nastran 진동해석 모델

Nastran 에서 탱크해석에 사용한 모델은 Fig. 3 과 같이 측면 평판의 두께는 1.4mm 로하고 다른 부분의 평판 두께를 20mm 로 한 다음 고정경계조건을 고려하기 위하여 측면 평판을 제외한 모든 평판을 고정경계조건으로 잡았다. 그리고 탱크 내부에 유체가 갇혀 있는 것을 고려하기 위해 평판의 Normal vector 의 방향을 탱크의 내부로 향하도록 하였다. 측면 평판에 무한유체장이 접하는 경우는 탱크의 Boundary 를 없애고, 측면 평판만 따로 떼어 접수진동 해석을 수행하였다.

Nastran 에서 접수효과를 고려하는 Card 인 MFLUID 를 사용하였다.

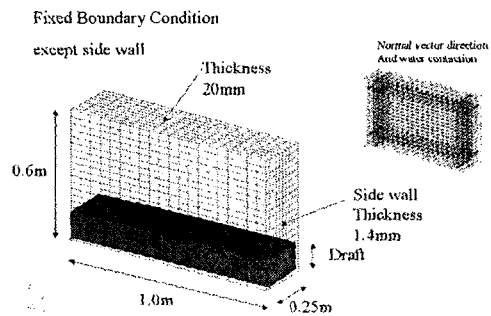


Fig. 3 F.E. model of Tank

3.2 탱크 모델(유한 유체장)과 측면 평판 단독 모델(무한 유체장)의 수위별 고유진동수 비교

Nastran 의 탱크 모델과 측면 평판단독 모델의 접수 고유진동수를 수위별로 계산하여 비교한 결

과는 Table 1 과 같고 상호 비교한 오차율은 Fig. 4 에 나타내었다. 결과를 보면, 탱크 모델의 고유진동수가 평판 모델의 고유진동수 보다 낮다. 아울러 접수 수위가 높아 질수록 차이가 커지는 것을 알 수 있다. 특히 평판이 90% 잠겼을 경우는 탱크 모델(유한유체장)의 고유진동수가 평판 모델(무한유체장)의 고유진동수 보다 50%정도 낮게 나타난다. 이는 탱크 내에 갇혀있는 유체와 무한유체의 포텐셜이 다르기 때문이다. 따라서 탱크를 둘러 싸고 있는 보강판을 해석할 경우에는 평판만 모델링하여 접수효과를 고려할 것이 아니라 탱크를 전부 모델링하여 갇힌 유체 효과를 고려하여야 한다. 차수별 오차는 1차 고유진동수의 오차가 가장 크고 고차 진동수로 갈수록 대체로 줄어 드는 경향이 있다.

Table 1 Natural frequencies from different modeling

Def M	A(0%)			0.06(0%)			0.15(25%)		
	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)
1차	128.0	128.1	- 0.1	127.9	127.9	- 0.0	87.0	93.1	- 7.1
2차	151.0	151.3	- 0.2	150.2	150.3	- 0.1	132.0	132.9	- 0.7
3차	191.0	191.5	- 0.3	190.9	191.3	- 0.2	167.0	168.6	- 1.0
4차	239.0	239.2	- 0.1	239.1	239.1	- 0.0	221.0	224.2	- 1.9
5차	345.0	341.0	1.2	327.4	332.2	- 0.5	214.0	225.4	- 5.3

Def M	0.36(0%)			0.45(75%)			0.54(00%)		
	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)	NAS Tark	NAS Plate	ERR (%)
1차	44.6	54.4	- 22.0	32.8	45.6	- 38.9	29.1	43.4	- 49.3
2차	91.7	96.0	- 6.9	60.5	66.6	- 10.0	52.6	59.3	- 12.7
3차	143.0	145.0	- 1.4	97.2	102.3	- 5.2	81.3	86.5	- 6.4
4차	180.0	172.6	7.9	149.0	156.0	- 4.0	122.6	128.2	- 4.6
5차	182.0	187.0	- 2.7	149.0	162.0	- 8.7	145.7	159.4	- 9.4

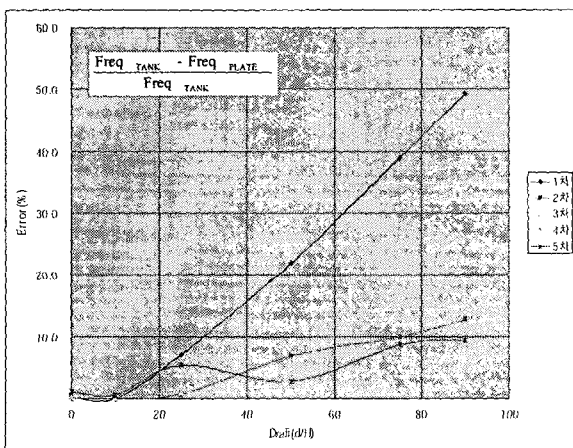


Fig. 4 Calculated for various filling depth

4. 유체장의 길이 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화

아래 그림과 같이 측면판에 사각형 유한 유체장이 접하고 있는 경우에 대하여 사각형 유체장의

길이(L)의 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수의 변화를 조사하였다.

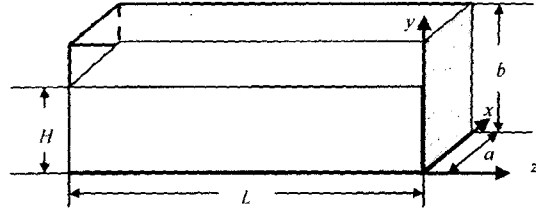


Fig.5 유체장의 길이(L) 변화 모델

유체장의 길이 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수변화는 Fig.5 와 같다. 측면 평판의 고유진동수는 그림에서 보는 바와 같이 유체장의 길이가 길어 질수록 높아진다. 이는 부가수 질량이 유체장의 길이가 짧을수록, 다시 말하면 두 마주보는 평판사이의 거리 L 이 가까울수록, 커지기 때문이다. 또한 유체장의 길이가 길어질수록 높아지다가 유체장의 길이(L)가 유체장의 높이(H)와 비슷해질 때 수렴하는 특성을 보인다. 길이에 따른 부가수 질량효과를 나타내는 식은 아래와 같다

$$R_y = \frac{1}{\lambda_y \cdot \tanh \lambda_y L} \tag{7}$$

L, λ_y 는 각각 유체장의 길이, 유체장의 속도 포텐셜의 특성치이다. Fig.8은 유체장의 높이가 0.6m 일 경우 유체장의 길이의 변화에 따른 저차 모드 의 고유진동수 변화를 보여주고 있다.

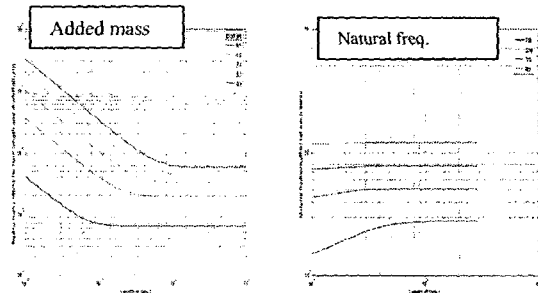


Fig.6 Added mass effect for various tank length

5. 유체장의 폭 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화

아래 그림과 같이 측면판에 사각형 탱크와 같은 유체장이 접하고 있는 경우 사각형 유체장의 폭의 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화를 조사하였다. 여기서 사각형 유체장의 폭은 a+2c 이

며 a 는 사각형 평판의 폭이다. 여기서 a, b, L 은 각각 $0.25, 0.6, 0.6\text{m}$ 이며 두께는 1.4mm 이고, 평판을 제외한 나머지 부분은 고정경계로 하였다.

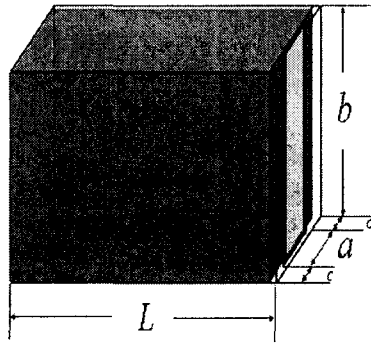


Fig.7 유체장의 폭 변화 모델

유체장의 폭이 증가함에 따라 Table 2 와 같이 측면 평판의 고유진동수는 높아지는 경향을 보이며, 이러한 영향은 저차 모드일수록 크다.

Table 2 유체장의 폭 변화에 따른 고유진동수 변화

Length of c \ Mode	0	a/4	a/2	a	5a
1	27.2	31.1	33.5	35.8	37.8
2	51.7	54.7	55.7	56.2	56.4
3	80.5	82.8	83.3	83.6	83.8
4	123.4	125.4	125.8	126.0	126.2

6. 유체접수부위에 따른 평판의 고유진동수 변화

아래 그림과 같이 사각형 탱크에 유체장이 접하고 있는 경우, 측면판과 바닥판 그리고 상부판의 고유진동수를 비교하였고 결과를 Table 3 에 정리하였다. 해석 결과에 따르면 유체가 판의 바닥판에 접한 경우의 고유진동수가 판의 측면에 접한 경우의 고유진동수가 보다 낮으며, 유체가 상부판에 접하는 경우의 고유진동수는 다른 경우에 비해 현저히 낮다. 이는 측면판과 바닥판은 자유수면이 존재하고있으나 상부판의 접수진동을 계산할 경우 상부판이 접수가 되어야 하므로 탱크 상부면에 Air vent 를 만들어 탱크의 높이 보다 1.5% 높게 접수높이를 부여 하여 자유수면이 거의 없어지므로 이러한 현상이 나타나는 것으로 판단된다. 상부판이 접수될 경우 측면판과 바닥판 및 상부판의 고유진동수는 거의 유사하다.

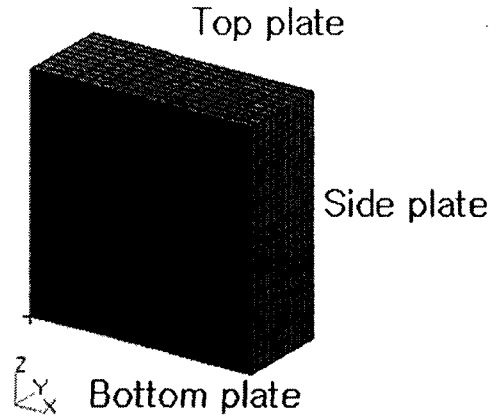


Fig.8 접수 부위가 다른 유체장 모델

Table 3 접수 부위에 따른 고유진동수 변화

Mode \ 접수부위	측면판 (상부판 비접수)	바닥판 (상부판 비접수)	상부판 (상부판 접수)
1	27.2	23.0	8.6
2	51.7	47.4	48.5
3	80.5	76.2	77.1
4	123.4	118.6	120.7

Mode \ 접수부위	측면판 (상부판 접수)	바닥판 (상부판 접수)	상부판 (상부판 접수)
1	8.2	8.2	8.6
2	47.2	47.3	48.5
3	75.4	75.5	77.1
4	118.6	118.6	120.7

7. 유체장의 높이 변화에 따른 상부판의 고유진동수 변화

아래 그림과 같이 유체장의 높이가 변하는 경우 상부판의 고유진동수 변화를 계산하였다. 계산한 결과는 Table 4 에서와 같이 탱크의 높이가 낮아 짐에 따라 상부판의 고유진동수가 낮아지는 경향을 보인다.

참고문헌

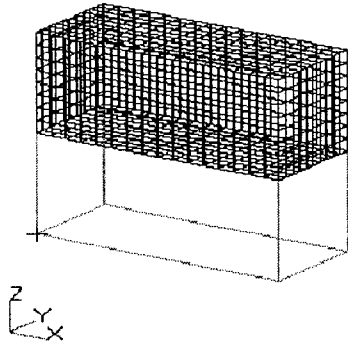


Fig.9 높이 변화에 따른 유체장 모델

Table 3 유체장의 높이 변화에 따른 상부판의 고유진동수 변화

접수부 위 Mode	b	b/4	b/8	b/16
1	8.6	8.4	7.9	7.1
2	48.5	42.2	34.4	26.9
3	77.1	75.3	68.0	55.6
4	120.7	118.8	112.6	97.2

8. 결론

지금까지 계산한 유체장의 변화에 따른 평판의 고유진동수 변화를 정리하면 다음과 같다.

- 평판의 고유진동수는 무한유체장보다 탱크의 형상을 모델링한 유한유체장에서의 고유진동수가 상당히 더 낮다.
- 유체장의 길이가 짧아 지면 평판의 고유진동수는 낮아진다.
- 유체장의 폭이 넓어짐에 따라 평판의 고유진동수는 높아진다.
- 탱크의 높이가 낮아지면 상부판의 고유진동수도 낮아진다.
- 측면판 보다는 하부판의 고유진동수가 낮다.

본 연구에서는 유체장의 변화에 따른 단순 사각 평판의 고유진동수변화를 정리하였고, 결과를 통해 접수진동해석시 유체장의 영향을 이해하는데 참고가 될 수 있을 것으로 판단된다.

[1] K.C.Kim, The effect of the boundary condition on the added mass of a rectangular plate, Journal of the society of naval architects of Korea, Vol. 15, No. 2, June 1978

[2] H.S.Lee, Transverse vibration of rectangular plates having an inner cutout in water, Journal of the society of naval architects of Korea, Vol. 21, No. 1, March 1984

[3] K.H.Jeong, Hydroelastic vibration of two identical rectangular plates, Journal of sound and vibration 272 (2004) 539-555

[4] K.H.Jeong, Free vibration of two identical circular plates coupled with bounded fluid, Journal of Sound and Vibration 260, 2003

[5] D.Y.Lee, A study on the sloshing of cargo tanks including hydroelastic effects, Journal of the society of naval architects of Korea, Vol. 35, No. 4, November 1998

[6] K.C.Kim, Vibration of rectangular plates, Journal of the society of naval architects of Korea, Vol. 14, No.14, March 1977,

[7] S.Y.Han, Vibration analysis of stiffened plates having a resiliently mounted of concentrated mass, Journal of the society of naval architects of Korea, Vol. 23, No.1, March 1986,

[8] S.Y.Han, Development of local vibration analysis program, Proceeding of the Korean society for noise and vibration engineering, August 2000, pp311-321

[9] L.Meirovitch, Analytical methods in vibration, 1967

[10] Leissa, A.W. ,VIBRATION OF PLATES, National Technical Information Service, 1969

[11] Timoshenko, S.P. & Woinowsky-Krieger, S., Theory of Plates and Shells, McGraw, 2nd edition, 1959

[12] Ding Zhou and Y. K. Cheung, Vibration of vertical rectangular plate in contact with water on one side, Earthquake engineering and structural dynamics, 2000;29:693-710

[13] 김병희, 조대승, 진동과형가정방법을 이용한 선박 탱크 측면 접수 보강판의 고유진동해석, 대한 조선학회 논문집 42 권 제 4 호, 2005 년 8 월, pp396-401

[14] K.S.Kim, D.W.Kim, Y.B.Lee, S.H.Choi, Y.S.Kim, Hydroelasticity vibration of a rectangular tank wall, ASME 2005 international design engineering technical conferences, DETC2005-84222, 2005

[15] 김극천, 이기표, 이현엽, 보강판의 접수진동, 대한조선학회 논문집, 1980, 제 17 권 제 2 호, pp.11-16

[16] 이호섭, 김극천, 유공직사각 평판의 접수진동, 대한조선학회 논문집, 1984, 제 21 권, 제 1 호, pp. 21-34

[17] 배성용, 접수 탱크 구조의 진동특성에 관한 연구, 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 4 호, pp.46-52

[18] 최수현, 김극수, 손성완, 사각형 탱크 구조의 접수 진동에 관한 연구, 2002, 한국소음진동공학회 논문집, 제 12 권, 제 3 호, pp. 195-203

[19] 김극천, 정태영, 직사각형 판의 진동해석, 1977, 대한 조선학회지, 제 14 권, 1 호

[20] 조대승, 김병희, 김진형, Timoshenko 보 함수 성질을 갖는 다항식을 이용한 보강판의 고유진동해석, 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집, 2004, pp. 623-628

[21] 정정훈, 정태영, 김극천, Timoshenko 보 함수 성

길을 갖는 다항식을 이용한 Mindlin 판 유추 구조계의 진동해석, 대한 조선학회논문집, 1992, 제 29 권, 제 1 호, pp. 158-172

[22] 한상보,곽문규,원환판의 점수진동 해석에 대한 실험적 연구,한국소음진동학회 추계학술대회논문집, 1996, pp.431~437