

파워흐름유한요소법을 이용한 진동음향 연성해석 연구

Research on Vibro-acoustic Coupled Analysis using Power Flow Finite Element Method

김성희* · 홍석윤† · 권현웅*

Sung-Hee Kim, Suk-Yoon Hong, Hyun-Wung Kwon

Key Words : Power Flow Finite Element Method(파워흐름유한요소법), Vibro-acoustic Analysis(진동음향연성해석)

ABSTRACT

To predict vibrational energy density of simple structural-acoustic coupled systems in medium-to-high frequency ranges, Power Flow Finite Element Method(PFFEM) is used, and PFFEM software, PFADS has been developed for the vibration predictions and analysis of coupled system structures in medium-to-high frequency ranges. However, it needs to consider vibro-acoustic coupled analysis to get more accurate results. Prior to implement vibro-acoustic coupled analysis functions in PFADS, research on vibro-acoustic coupled analysis using PFFEM is performed for simple models. These predictions include the indirect transmission path associated, and also the direct transmission path, and the formulation is extended to structural system model by using appropriate modifications to structural-acoustic and acoustic-acoustic joint matrices. Concerning the waves in plate and acoustic, it is possible to calculate the structural-acoustic full matrix of a model using PFFEM, and the formulations developed are implemented for two rooms surrounded by plates.

1. 서론

일반적으로 진동음향 연성물의 진동문제와 음향장의 해석을 위해 여러 수치해석법이 사용되었다. 그 중에서도 전통적인 유한요소법(traditional finite element method, FEM)과 전통적인 경계요소법(traditional boundary element method, BEM)이 대표적이지만 중고주파 영역에서의 해석에는 많은 시간과 비용이 필요하게 된다. 통계적 에너지해석법(statistical energy analysis, SEA)이 중고주파 영역의 진동음향 연성해석에 사용되고 있기는 하나 복합구조물의 하부구조물 당 하나의 평균된 에너지 값만 제시하기 때문에 구조물 내에서의 에너지의 공간적 변화를 예측하기 어렵고 모델링에 따라 상이한 해석결과를 보이는 등 여러 단점들을 갖고 있다. 이러한 문제점들을 극복할 수 있는 대안으로 제안된 방법이 파워흐름해석법(power flow analysis, PFA)이다.

파워흐름해석법은 정상상태에서의 열전도방정식과 유사한 이차 편미분 형태의 에너지지배방정식이 유도되어서 공간상의 에너지 변화와 파워의 분포를 예측할 수 있다. 서울대학교 선박소음진동연구실에서는 파워흐름해석법에 유한요소기법을

도입한 파워흐름유한요소법(power flow finite element method, PFFEM)을 기반으로 한 진동해석 프로그램인 PFADS를 개발하였으며 복합구조물에 대해 정확한 해석 및 실험과도 일치된 결과를 보여주고 있다. 현재 해석오차 추정 등 다양한 기능들이 추가 개발되고 있지만 복합구조물의 내부 음향장을 고려한 해석은 아직 완벽하게 이루어지지 않고 있다. 내부 음향장을 고려하지 않은 해석은 경우에 따라서 해석 신뢰도에 영향을 줄 수 있는데, 내부 음향장 내에서의 에너지 분포를 알기 위해서는 기존의 PFADS로는 한계가 있다. 특히 자동차나 선박 산업에서 내부 음향장 해석에 관심을 기울이고 있는 만큼 이 분야의 연구가 더욱 필요 시 된다.

본 논문에서는 PFADS를 통해 보다 신뢰할 수 있는 결과를 얻기 위한 선행 작업으로 진동음향 연성해석에 대한 연구를 수행하였다. 단일 음향공동(acoustic cavity)의 음향장에서 파워흐름유한요소법을 고전해와 비교하고, 서로 다른 세 음향공동이 연성된 경우에 대해 파워흐름해석법과 파워흐름유한요소법을 비교했다. 이 때 음향기인소음(air-borne noise)에 대한 경우에 음향장 사이의 직접 연성을 고려했다. 그리고 사방이 평판(plate)로 둘러싸인 인접한 두 음향공동에서의 에너지 분포를 해석해 보았다.

† 책임저자; 서울대학교 공과대학 조선해양공학과

E-mail : syh@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-8757

* 서울대학교 선박소음진동연구실

2. 이론

2.1 음향공동(acoustic cavity)의 음향장에 대한 파워흐름유한요소법

음향공동에서 음파가 진행할 때, 정상상태에서의 파워흐름해석법의 에너지지배방정식은 다음과 같은 이차 편미분방정식 형태로 표현된다.

$$-\frac{C_g^2}{\eta\omega} \nabla^2 \langle e \rangle + \eta\omega \langle e \rangle = \Pi_{in}(x, y, z) \quad (1)$$

여기서 $\langle e \rangle$ 와 C_g 는 공기 중에서의 음파에 대한 에너지 밀도와 에너지 전달속도를 나타낸다. η 와 ω 는 음향장의 내부손실계수와 가진 주파수이며, Π_{in} 는 음향소스에 의한 입력파워를 의미한다.

또한 시공간 평균된 파워는 에너지밀도와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\langle \bar{I} \rangle = -\frac{C_g^2}{\eta\omega} \nabla \langle e \rangle \quad (2)$$

에너지지배방정식을 유한요소법으로 해석하기 위해서 갤러킨 가중잔여법(Galerkin weighted residual method)을 사용하면 다음과 같은 요소행렬식을 얻을 수 있다.

$$[K^{(e)}] \{e^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} + \{Q^{(e)}\} \quad (3)$$

이때 $[K^{(e)}]$ 은 강성행렬과 질량행렬 항을 포함하고 있는 계수행렬이며, $\{F^{(e)}\}$ 은 입력파워에 관한 행렬이고, $\{Q^{(e)}\}$ 은 경계에서의 에너지 흐름을 나타내는 행렬이다.

2.2 연결요소행렬식

위에서 구한 음향장에서의 요소행렬을, 해석하고자 하는 진동음향 연성물에서의 요소의 연결 상태(connectivity of element)에 따라 조립하면 아래의 식과 같은 전체 행렬식(global matrix equation)을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} K_1 & & \\ & \ddots & \\ & & K_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad (4)$$

n 은 구조부재의 파형과 음파를 나타낸다.

위에서 구한 행렬식에 요소간의 에너지밀도의 불연속을 위해 도입된 연결요소를 이용하면 에너지흐름행렬식을 에너지밀도의 항으로 표현할 수 있다. 음향장과 구조물, 음향장과 음향장, 구조물

과 구조물의 경계에서의 에너지 흐름을 나타내는 행렬은 다음으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} Q_{ia} \\ Q_{ks} \end{Bmatrix} = [J_{s-a}]_k^i \begin{Bmatrix} e_{ia} \\ e_{ks} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{ia} \\ Q_{ja} \end{Bmatrix} = [J_{a-a}]_j^i \begin{Bmatrix} e_{ia} \\ e_{ja} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{ks} \\ Q_{ls} \end{Bmatrix} = [J_{s-s}]_l^k \begin{Bmatrix} e_{ks} \\ e_{ls} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

이때 i, j 는 음향요소이고, k, l 은 구조요소이다. 그리고 $[J_{s-a}]$ 는 다음의 관계가 있다.

$$[J_{s-a}] = \begin{bmatrix} (1-r_{ss})(1+r_{aa}) + \tau_{as}\tau_{sa} & -2\tau_{as} \\ -2\tau_{sa} & (1+r_{ss})(1-r_{aa}) + \tau_{as}\tau_{sa} \end{bmatrix} \quad (8)$$

r_{ss}, r_{aa} 는 각각 구조물과 음향장의 파워반사계수를, τ_{sa}, τ_{as} 는 각각 구조물과 음향장 사이에서의 파워투과계수를 의미한다.

위의 관계를 이용하면 최종적으로 다음과 같은 선형 행렬방정식을 얻을 수 있다.

$$[K - J] \{e\} = \{F\} \quad (9)$$

이때 $[J]$ 는 연결요소행렬이다.

3. 검증

3.1 파워흐름유한요소법과 고전해 비교

Fig. 1 과 같은 식(1)을 가지는 육면체의 음향공동의 음향장에서 경계에서의 시공간 평균된 파워가 없을 때 $\langle e \rangle$ 와 Π_{in} 는 다음과 같은 x, y, z 에 관한 푸리에 삼중 급수(triple Fourier cosine series)로 표현할 수 있다.

$$\langle e \rangle = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} g_{lmn} f(x, y, z) \quad (10)$$

$$\Pi_{in} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{lmn} f(x, y, z) \quad (11)$$

단, $f(x, y, z) = \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right)$ 이다.

그리고 g_{lmn} 과 G_{lmn} 사이에는 지배방정식에

의해 다음 관계가 있다.

$$g_{lmm} = \frac{G_{lmm}}{\frac{C_g^2}{\eta\omega} \left[\left(\frac{l\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z} \right)^2 + \left(\frac{\eta\omega}{C_g} \right)^2 \right]} \quad (12)$$

여기서 G_{lmm} 은 푸리에 적분(Fourier integral) 으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_{lmm} = \frac{a}{L_x L_y L_z} \iiint_V \Pi_{in} f(x, y, z) dx dy dz \quad (13)$$

Fig. 2 는 가로, 세로, 높이 1m 인 가상의 음향장 한가운데에 음향소스가 있을 때 파워흐름유한요소법과 고전해의 음향소스가 있는 단면의 비교 결과이다. 두 에너지 값이 dB 단위 소수점 셋째 자리까지 일치함을 확인 할 수 있다. 에너지 분포도 비슷한 경향을 보이고 있다.

3.2 파워흐름유한요소법과 파워흐름해석법 비교

Fig. 3 과 같이 식 (1)을 가지는 세 개의 서로 다른 음향공동이 연성되어 있는 모델의 파워흐름유한요소법과 파워흐름해석법의 에너지 분포를 비교해 보았다. 각각의 음향공동은 가로, 세로, 높이 1m, 밀도는 소스가 있는 음향공동부터 1.3, 1.35, 1.37kg/m³이고, 에너지 전달속도는 330, 340, 350m/s로 임의의 값을 취했다. 음향소스는 왼쪽 음향공동의 한가운데에 위치하고 3000Hz로 입력된다.

Fig. 4 는 음향소스가 있는 부분의 가로방향의 에너지 분포를 비교한 것이다. 결과값이 dB 단위 소수점 첫째 자리까지 일치하고 있음을 볼 수 있다. 파워흐름해석과도 일치하는 결과를 보여주고 있기 때문에 연성된 음향공동에 대한 파워흐름유한요소법의 해석이 제대로 되었음을 알 수 있다.

4. 적용

4.1 인접한 두 방에 대한 파워흐름유한요소법

Fig. 5 과 같이 사방이 평판구조물로 둘러싸인 인접한 두 음향공동에서 하나의 공동에 소스가 있는 경우에 대한 파워흐름유한요소법을 수행하였다. 각 공동은 가로, 세로, 높이 1m, 평판재질은 철(steel), 두께는 2mm, 소스는 3000Hz 로 입력된다. p1, p2, p3 은 모델의 격벽과 평행한 평판으로 왼쪽 평판부터 가리킨다. a1, a2 는 음향공동

을 가리키고 소스가 있는 음향공동은 a1 이다.

Fig. 6 은 음향소스가 있는 평면과 평행하게 자른 모델의 에너지 분포를 나타낸다. 음향공동의 경계마다 급격히 변하는 에너지 분포는 평판의 에너지 분포이다. 소스의 위치하는 음향공동뿐만 아니라 그 음향공동을 둘러싸고 있는 평판의 에너지 밀도가 높은 것을 확인 할 수 있다. 또 p2, p1, p3 의 순서로 전체적인 평판의 에너지 밀도가 높은데 p2 평판은 모델에서 여러 평판에 접해 있어서 에너지가 집적되는 것을 알 수 있다.

5. 결론

파워흐름유한요소법 기반의 프로그램인 기존의 PFADS 의 정확성을 더욱 높이고자 파워흐름유한요소법에 의한 음향장이 고려된 구조물의 에너지 분포를 해석해 보았다. 구조물 내의 음향장까지 고려를 함으로써 복합구조물의 보다 정확한 에너지 흐름뿐만 아니라 음향장 내에서의 에너지 흐름까지도 알 수 있게 되었다. 또한 실내소음 해석에도 유용하게 사용될 수 있으리라 본다.

참고문헌

- (1) Zhang , W. and Raveendra, S. T., 2005, "Interior Noise Prediction Based on Energy Finite Element Method", SEA
- (2) 서성훈, 2005, "다차원 구조부재 연성구조물의 중고주파 진동해석을 위한 파워흐름유한요소법 개발", 공학박사학위논문, 서울대학교
- (3) 서성훈, 2000, "다양한 형상의 평판구조물에 대한 파워흐름유한요소해석", 공학석사학위논문, 서울대학교
- (4) 박영호, 2006, "중고주파 대역에서 진보된 진동해석을 위한 Timoshenko 보와 Mindlin 판의 에너지흐름모델 개발과 에너지흐름유한요소해석법의 확장연구", 공학박사학위논문, 서울대학교
- (5) Cho, P. E., 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", Ph.D. Dissertation, Purdue University
- (6) Bitsie, F., 1993, "The Structural-Acoustic Energy Finite Element Method and Energy Boundary Element Method", Ph.D. Dissertation, Purdue University
- (7) Fahy, F. J., 1985, "Sound and Structural Vibration-radiation, transmission and response", ACADEMIC PRESS INC.
- (8) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., 2000, "The Finite Element Method - volume 1 the basis", fifth edition Butterworth-Heinemann

그림

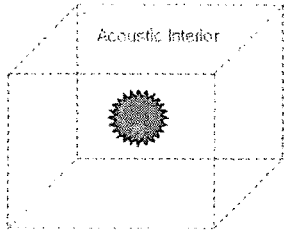


Fig. 1 단일 음향공동 모델

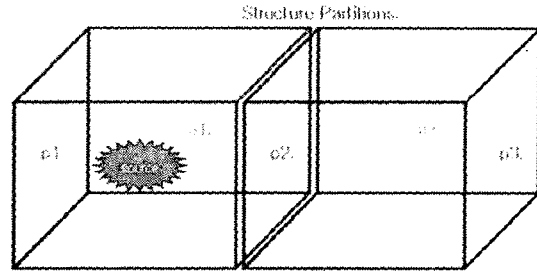


Fig. 5 평판구조물로 둘러싸인 인접한 두 방 모델

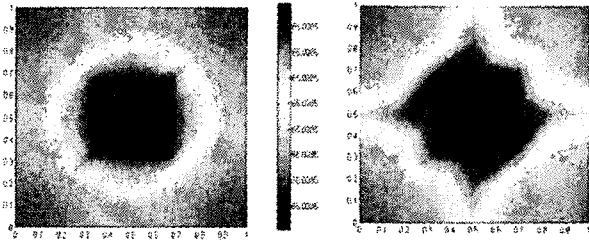


Fig. 2 단일 음향장에서 PPFEM 과 고전해 비교

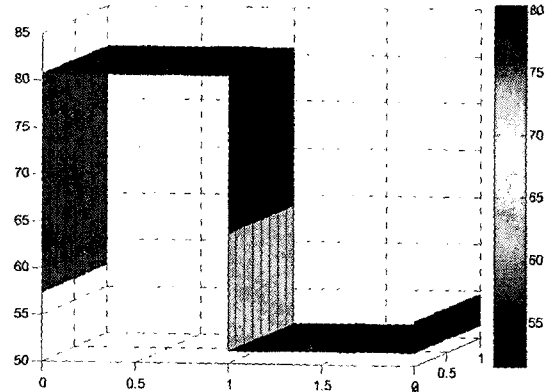


Fig. 6 음향소스가 있는 평면의 에너지 분포

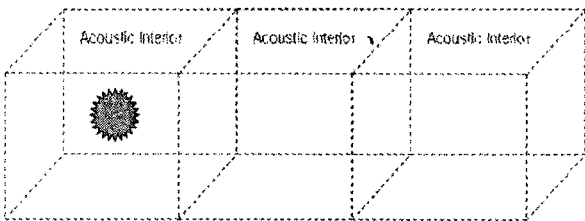


Fig. 3 세 음향공동이 연성된 모델

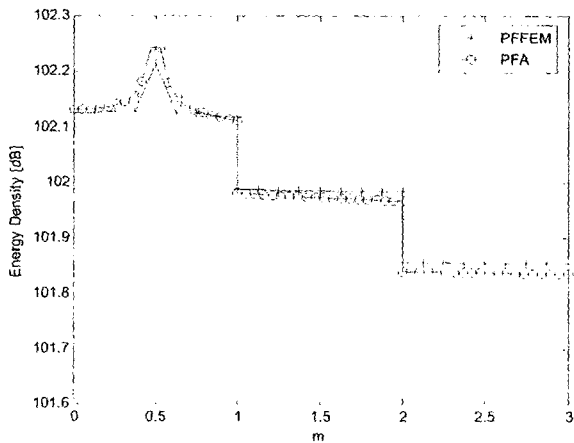


Fig. 4 세 음향공동이 연성되었을 때 PPFEM 과 PFA 비교