

# 열-음향 복합하중에 놓인 등방성 평판의 비선형 응답특성 Nonlinear Transient Responses of Isotropic Plates Under Thermo-Acoustic Load

성태홍† · \*오일권

Cheng Tai Hong, Il kwon Oh

**Key Words** : Single mode(싱글 모드), Thermo-acoustic(열-음향), Random(랜덤), Snap-through(스냅-스루)

## ABSTRACT

For high-speed aircraft and high-speed civil transport planes, certain structural skin components are subjected to very large acoustic loads in an elevated thermal environment. In this study, we used the single-mode Fokker-Panck distribution to predict displacements of isotropic plates subject to thermo-acoustic combined load. The single mode was formulated to predict the nonlinear dynamic responses of postbuckled plates under acoustic random excitation. Acoustic random excitation was used with Gauss distribution. Some important effects of the snap-through motion on the dynamic responses of the postbuckled plates are described.

### 기호설명

$q$  : Transverse displacement  
 $s$  : Thermal buckling parameter  
 $\alpha_T$  : Thermal expansion coefficient  
 $\beta$  :  $L_y / L_x$   
 $t_0$  : Uniform temperature  
 $\delta v, \delta g$  : Scaling factors for temperature variation and gradient  
 $\mu$  : Poisson's ratio  
 $E$  : Young's modulus  
 $\rho$  : Mass density of plate  
 $\zeta$  : Damping coefficient  
 $\alpha$  : Cubic nonlinear coefficient  
 $T_c$  : Buckling temperature

## 1. 서론

초고속 비행체는 난류유동, 고출력엔진 등으로부터 유발되는 소음과 공력 가열에 의한 복합적으로 존재하는 가혹한 환경에서 운용되며, 특히 비행 중 발생하는 국부적인 박리현상, 충격파, 화학반응(chemical reaction), 이에 따른 공력가열은 열-음향(thermal-acoustic)의 영향을 확대시켜 구조물이나 시스템 구성품에 치명적인 손상을 초래할 수 있다. 초고속비행체에서는 구조물에 작용하는 음향학적 하중은 150dB 수준이었으며 엔진 노즐부위는 180dB 이상의 높은 랜덤하중

(Random load) 특성을 보였다. 또한 극초음속 비행체의 추진체 부위는 3000°F 이상의 고온의 열적 환경은 탄성계수와 같은 물성치를 떨어뜨려 하중을 지지할 수 있는 기본적인 구조적 능력을 저하시킨다.

Ng<sup>(1,2,3)</sup> 등은 연구에서 열하중을 받으며 음향학적 하중이 작용하는 문제에 대한 1 자유도의 수학적 모델을 제시하였고 또한 열-음향하중을 받는 알루미늄 평판에 대한 실험적 테스트도 해보았다. Lee<sup>(4)</sup>는 열적으로 좌굴된 패널의 변위화 변형률의 확률적인 통계를 연구하였다. Mei<sup>(5,6)</sup> 등은 최근에 열-음향 환경에 놓인 패널의 비선형 응답 거동을 예측할 수 있는 유한요소해석기법을 정립하였으며 Rizz 와 Przekop<sup>(7)</sup>은 상용소프트웨어를 이용하여 비선형 모달방법에서 기저를 선택에 따른 영향을 연구하였다.

따라서 본 연구에서는 싱글 모드 방정식을 통하여 열-음향 하중을 받는 알루미늄 평판의 응답특성을 살펴 보았다. 좌굴온도 이상의 열하중과 음향학적 랜덤하중이 동시에 작용할 때의 알루미늄 평판의 스냅-스루 응답특성에 대하여 관찰해 보았다.

## 2. 열-음향 싱글 모드 방정식

본 연구에서는 Fig.1 와 같은 경계가 외전히 구속되었을 때의 알루미늄 평판이 열-음향 복합하중을 받을 때의 응답특성을 살펴 보았다. 알루미늄은 항공기 재료로써 적당한 성질을 가지고 있다. steel 에 비해 가볍고 내식성이 강하면 비강도가 강하기 때문에 예로부터 항공기 재료로 많이 사용

† 책임저자; 전남대학교 기계공학과  
 E-mail : cth315@hanmail.net  
 Tel : (062) 530-0076, Fax : (062) 530-1689

\* 전남대학교 기계시스템공학부

되고 있다. 현대에는 많은 부분이 복합재로 대체하고 있다고는 하지만 아직 가공성이나 가격이 급속에 뒤떨어지기 때문에 아직 많은 부분을 알루미늄 자재로 사용하고 있는 실정이다.

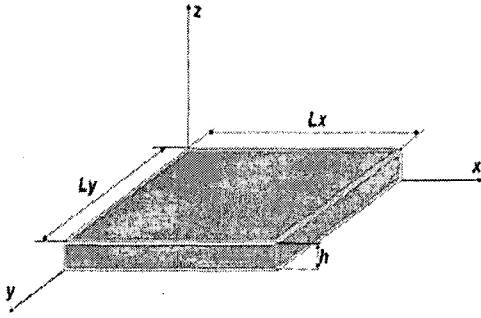


Fig. 1 Geometry of a aluminum plate

열-음향 복합하중을 받는 평판의 싱글모드 (Single mode) 방정식의 표준형은 횡방향 변위  $q$ 에 의하여 다음과 같이 표현 된다. 여기서  $s$ 는 열좌굴 파라미터로써  $s < 0$ 인 경우는 좌굴전 (Prebuckling) 상태를 말하고  $s > 0$ 인 경우는 좌굴후 (Postbuckling)의 상태를 말한다.

또한  $g(t)$ 는 외부에 가해지는 힘을 말하는데 여기서 랜덤한 음향하중을 가르킨다.

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega\dot{q} + \omega^2(1-s)q + \alpha q^3 = f_0 + g(t) \quad (1)$$

여기서 열좌굴 파라미터  $s$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s = t_0 \left( 1 + \delta_v \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} (1-\mu) \left( 1 + \frac{\beta^2}{(1+\beta^2)^2} \right) \right) \right) \quad (2)$$

또한 3 차 비선형 계수  $\alpha$ 는  $\mu, \beta$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = \frac{32}{3}(\beta^4 + 1 + 2\mu\beta^2 + \frac{4}{9}(1-\mu)(\frac{17}{8}(\beta^4 + 1) + \frac{4\beta^4}{(\beta^2 + 1)^2} + \frac{\beta^4}{(\beta^2 + 4)^2} + \frac{\beta^4}{(4\beta^2 + 1)^2})) \quad (3)$$

$f_0$ 는 외부 열 하중으로서 다음과 같은 꼴로 표

현 할 수 있다.

$$f_0 = \left( \frac{t_0 \delta_g}{6} \right) (\beta^4 + \frac{2\beta^2}{3} + 1) \quad (4)$$

### 3. 열-음향 하중을 받는 알루미늄 평판의 응답 특성

#### 3.1 상태공간변환

알루미늄 평판의 변위 응답특성을 살펴보기 위하여 식 (1)을 다음과 같이 상태공간변환식 식 (5)를 통하여 싱글모드 방정식을 상태공간에서 표현 하였으며 식 (7), (8)에서 보여주는 것과 같다.

$$x = [x_1, x_2]^T = [q, \dot{q}]^T \quad (5)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2(s-1) - \alpha q^2 + \frac{f_0 + q(t)}{q} & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

따라서

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (7)$$

$$\dot{x}_2 = \omega^2(s-1)x_1 - \alpha x_1^3 - 2\zeta\omega x_2 + f_0 + q(t) \quad (8)$$

#### 3.2 변위 속도에 대한 시간 응답

Table 1은 본 연구에 사용한 알루미늄 평판의 물성치를 보여주고 있다.

Table 1 Parameters of aluminum plate

Parameters	Numerical values
$\beta, \mu, \zeta, h$	750/400, 0.23, 0.01, 3.15mm
$\alpha$	85.4
$t_0$	10°C
$\rho$	2700kg/m
$E$	69Gpa.

응답해석에서 랜덤함수  $g(t)$  는 MATLAB 에서 백색소음을 산생하는 가우스분포를 따르는 Randn 함수를 사용하였다. 알루미늄 평판의 좌굴온도는 다음 공식에 의하여 계산된다.

$$T_c = \frac{\pi^2 h^2 \left( \frac{3}{L_x^4} + \frac{2}{L_x^2 L_y^2} + \frac{3}{L_y^4} \right)}{9\alpha_T (1 + \mu) \left( \frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} \right)} \quad (8)$$

Table 1 을 통하여 좌굴온도를 계산해보면  $T_c = 2.1677^\circ C$ , 따라서 정확한 후좌굴 해석을 수행하기 위해서는 열하중을  $2.1677^\circ C$  이상으로 놓아야 하며 Table1 에처럼 먼저 열하중을  $10^\circ C$  를 가하였을 때 음향하중이 변화할 때의 응답을 살펴 보았다.

Fig. 2 는 백색소음을 산생하는 가우스분포를 따르는 랜덤한 음향하중을 보여주고 있다.

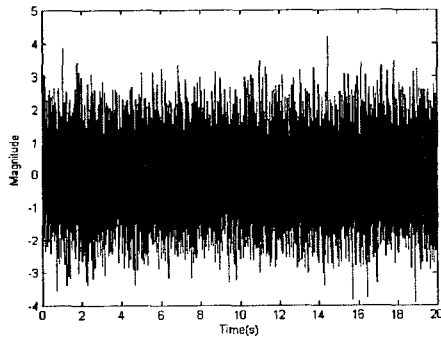


Fig. 2 Acoustic random load (Randn)

Fig. 3, Fig. 5, Fig. 7, Fig. 9, Fig. 10 은 랜덤하중이 작용할 때의 알루미늄 평판의 응답특성을 보여 주고 있다. 그림들을 살펴보면 음압의 레벨이 작을 때는 제한주기운동을 하다가 음압의 레벨이 커지면서 스냅-스루 현상이 발생하는 것을 관찰해 볼 수 있다. 이는 분기좌굴 상태나 불안정좌굴 상태에서 외부에 강한 음향학적 랜덤하중이 작용하게 되면 대양의 형태의 비선형 동적 거동이 발생하게 되는데 정적 수렴점이 급격히 천이하여 동적 스냅-스루 현상이 발생하기 때문이다. 스냅-스루와 같은 비선형 동적 거동은 구조 물의 피로 파괴 수명을 단축시키고 심지어 파괴를 초래할 수도 있다. 또한 스냅-스루 현상은 음압의 레벨이 틀려짐에 따라서 변화한다는 것을 확인해 볼 수 있다.

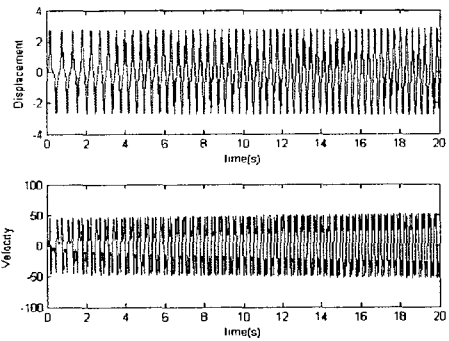


Fig. 3 Time response under acoustic load (Randn)

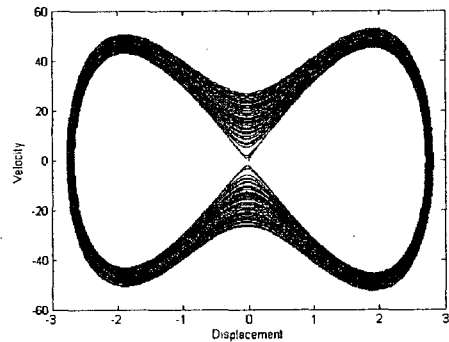


Fig. 4 Phse plot under acoustic load (Randn)

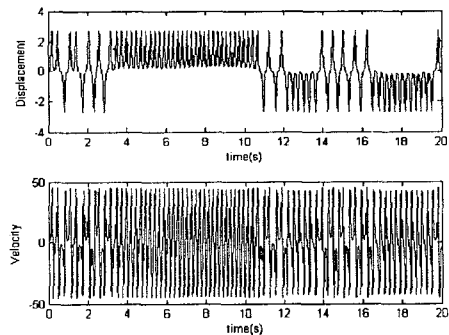


Fig. 5 Time response under acoustic load ( $5 \times \text{Randn}$ )

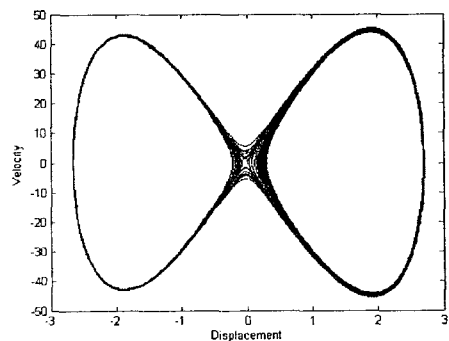


Fig. 6 Phase plot of under acoustic load ( $5 \times \text{Randn}$ )

#### 4. 결론

본 연구에서는 열-음향 복합하중을 받는 알루미늄평판을 상대로 싱글모드 방정식을 사용하여 그 응답 특성을 살펴 보았다. 열적 좌굴된 상태의 구조물에 음향학적 하중이 작용하게 되면 구조물에 치명적인 제한 주기운동과 스냅-스루 현상이 발생한다는 것을 확인 할 수 있었다. 따라서 초음속/극초음속 비행체는 강렬한 음향학적 그리고 열적 환경에 동시에 노출되어 이에 대한 구조물의 정적 및 동적 거동 해석기법 및 피로 파괴 설계 개념이 정립되어야 한다. 향후 연구로 싱글 모드 방정식을 사용한 응답 특성과 유한요소기법을 사용하였을 때의 결과 값과 비교해 볼 예정이다.

#### 후 기

본 연구는 국방과학연구소의 2006 년도 기초연구사업에 의하여 지원되었음.

#### 참고문헌

- (1) C. F. Ng.,1988, "Nonlinear and snap-through response of curved panels to intense acoustic excitation" AIAA, pp. 281 ~287.
- (2) C. F. Ng.,1999, "The nonlinear acoustic response of thermally buckled plates" applied acoustics , pp. 237 ~251.
- (3) C. F. Ng.,1988, "The analysis of nonlinear dynamic behavior (including snap-through) of postbuckled plates by simple analytical solution" NASA.
- (4) Jon Lee., 1995, "Displacement and strain statistics of thermally buckled plates" Journal of aircraft , pp. 104~110.
- (5) Abdel-Motagaly, K., Duan, B. and Mei, C., "Nonlinear Response of Composite Panels Under Combined Acoustic Excitation and Aerodynamic Pressure," AIAA Journal, Vol. 38, No. 9, September 2000, pp. 1534-1542.
- (6) Dhainaut, J.M., Guo, X., Mei, C., Spottswood, S.M., Wolfe, H.F., 2003, "Nonlinear Random Response of Panels in an Elevated Thermal-Acoustic Environment," Journal of Aircraft, Vol. 40, No. 4, pp. 683-691.
- (7) Rizzi, S.A., Przekop, A., 2004, "The Effect of Basis Selection on Thermal-Acoustic Random Response Prediction Using Nonlinear Modal Simulation," 45th AIAA SDM Conference.

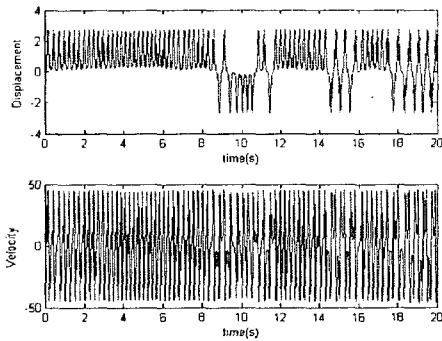


Fig. 7 Time response under acoustic load ( $10 \times \text{Randn}$ )

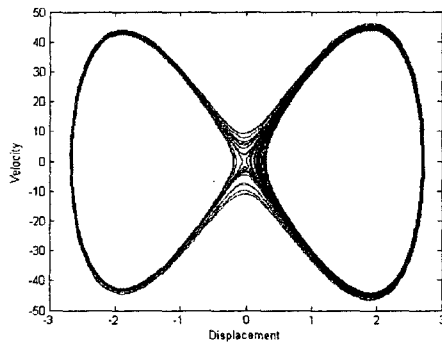


Fig. 8 Phse plot under acoustic load ( $10 \times \text{Randn}$ )

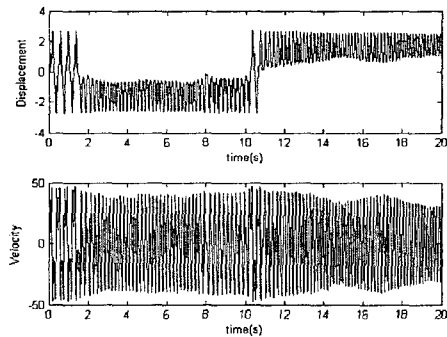


Fig. 9 Time response under acoustic load ( $100 \times \text{Randn}$ )

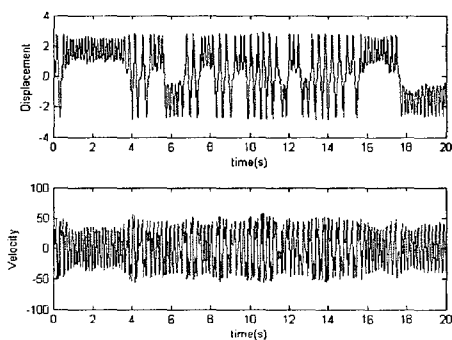


Fig. 10 Time response under acoustic load ( $1000 \times \text{Randn}$ )