

### 3 차원 수직 좌표계의 지반-구조물 상호작용해석을 위한 동적 무한요소의 개발

## 3-DIMENSIONAL DYNAMIC INFINITE ELEMENTS IN CARTESIAN COORDINATES FOR MULTI-LAYERED HALF-SPACE

서 춘 교\*, 윤 정 방\*\*  
Seo, Choon-Gyo, Yun, Chung-Bang

#### ABSTRACT

This paper presents 3D infinite elements in Cartesian coordinates for the elastodynamic problem in multi-layered half-space. Five kinds of infinite elements are developed by using approximate expressions of multiple wave components for the wave function in exterior far-field soil region. They are horizontal, horizontal-corner, vertical, vertical-corner and vertical-horizontal-corner elements. The elements can be used for the multi-wave propagating problem. Numerical example analyses are presented for rigid disk, square footings and embedded footing on homogeneous and layered half-space. The numerical results obtained show the effectiveness of the proposed infinite elements.

#### 1. 서론

지반-구조물 상호작용(Soil-Structure Interaction; SSI) 해석의 핵심 주제중 하나는 무한 영역에 대한 모형화의 문제가 될 것이다. 고전적인 방법으로 유한요소를 이용하여 충분히 원역까지 모형화하고 가장자리에 대해서는 고정경계로 처리하는 방법이었다. 그러나 만족할 만한 결과를 얻기 위해서는 상당히 넓은 영역을 모형화 하여야 하므로 자유도수의 증가를 피할 수 없으며, 특히 동적해석의 경우는 외각경계면에서 내부영역으로 향하는 반사파가 존재하게 되어 실제 물리적 거동과는 상이한 결과를 얻게 된다. 이런 단점을 보완하고 원역에 대한 에너지 방사현상(Energy Radiation)을 표현하는 모사경계와 특수 요소에 대한 여러 가지 방법들이 70 년대 이후로 최근까지 연구되고 있다. 대표적 방법으로 점성경계(Viscous Damper), 전달경계(Transmitting Boundary), 경계해법(Boundary Solution Method), 경계요소법(Boundary Element Method) 그리고 무한요소법(Infinite Element Method) 등이 있다<sup>1-5</sup>.

본 연구에서는 지반-구조물 상호작용을 고려하고 무한영역문제에 대한 효과적인 해석을 위하여 무한요소법을 적용하였다. 무한요소는 유한요소로 모형화하는 내부영역 밖의 영역을 효과적으로 모형화하기 위하여 고안된 요소이다. 이 요소의 대표적 특징으로 정식화 과정과 요소행렬의 유도과정은 유한요소의 그것과 유사하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 무한영역의 거동을 나타낼 수 있는 형상함수의 가정과 정의가 요구되는 어려움 또한 안고 있다. 본 연구에서 다루는 3 차원 동적무한요소는 대표적으로 Chow, Smith & Medina, Taylor 그리고 Zhao 등에 의해 무한 영역의 파동함수를 고려하고, 감쇠형 또는 사상형 무한요소기법을 적용하여 실질적 공학 문제에 응용 가능한 3 차원 동적 무한요소를 개발하였다<sup>5-8</sup>.

반면 국내의 경우, 3 차원 무한요소의 개발과 적용사례를 살펴보면, 2 차원 또는 3 차원 축대칭 무한요소를 개발하였고, 이를 특수한 구조물에 대한 지진응답해석을 수행하였다. 이 방법의 장점으로 비균질 적층지반의 다중 파동함수를 고려하였고 유체의 거동까지 모사할 수 있다. 그러나 이 요소는 해석 구조물이 2 차원 또는 축대칭 기하형상에 국한되어 있는 단점은 여전히 남아 있다<sup>9-12</sup>.

이에 따라 실제 토목구조물의 교량기초나 좀더 복잡한 구조물의 기초부에 대해서 3 차원 모형화 및 해석기법의 필요성이 요구되고 있다. 본 연구에서는 그림 1 과 같이 구조물과 구조물 주변의

\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사과정

\*\* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수

근역지반과 외부의 원역지반으로 구분한 후, 구조물과 근역지반은 3 차원 유한요소를 이용하여 모형화하고, 원역지반은 본 연구에서 개발한 3 차원 무한요소를 이용하여 무한지반의 거동을 모사하였다. 그리고 이 요소의 장점으로 여러 개의 파가 동시에 발생하는 문제들을 효과적으로 해석할 수 있고 교랑기초와 같이 축대칭요소로 모형화하기 곤란한 기하형상과 적층지반에서의 3 차원 지반-구조물 상호작용 해석에 있어 그 적용성을 소개하고자 한다. 이 무한요소의 타당성은 반무한 균질지반과 적층지반상에 놓여 있는 직사각형 강판의 컴플라이언스함수들을 구하여 기 연구자들의 값들과 비교하였고, 문헌 케이스 기초에 대한 임피던스 함수를 구하여 요소성능을 검증하였다.

### 2.3 차원 무한요소의 모형화 및 기하적 사상

본 연구에서 개발할 무한요소는 3 차원 감쇠형 무한요소이며, 그 수치모형화는 그림 2 와 그림 3 과 같다. 즉, 수평적층지반에 대해서는 수평무한요소(HIE), 수평모서리요소(HCIE), 하부의 반무한 영역에서는 수직무한요소(VIE), 수직모서리요소(VCIE), 수평수직무한요소(HVCIE)라고 명명하였다. 그리고 본 무한요소의 기하적 사상은 그림 3 와 표 1 에 자세히 표현되어 있다.

표 1. 각 무한요소의 사상함수

	X	Y	Z
HIE	$x_j(1+\xi)$	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta, \zeta)y_j$	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta, \zeta)z_j$
	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta, \zeta)x_j$	$y_j(1+\xi)$	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta, \zeta)z_j$
VIE	$\sum_{j=1}^N L_j(\xi, \eta)x_j$	$\sum_{j=1}^N L_j(\xi, \eta)y_j$	$z_j - \zeta$
HCIE	$x_j(1+\xi)$	$y_j(1+\eta)$	$\sum_{j=1}^N L_j(\zeta)z_j$
VCIE	$x_j(1+\xi)$	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta)y_j$	$z_j - \zeta$
	$\sum_{j=1}^N L_j(\eta)x_j$	$y_j(1+\xi)$	$z_j - \zeta$
VHCIE	$x_j(1+\xi)$	$y_j(1+\eta)$	$z_j - \zeta$

### 3. 파동함수의 가정

토상 조화하중에 대한 3 차원 반무한 매질의 파동전달문제를 풀기 위해서는 지배방정식을 어떤 좌표계에 두느냐에 일차적 선택이 있다. 즉, 파동의 전달특성과 파면의 형태를 정확히 묘사하기 위하여 과거 많은 연구자들은 원통형 또는 구면 좌표계를 사용하였다<sup>2,3,4,5,6,9,10</sup>. 또한 몇몇 연구자는 수직좌표계에서 평면파의 조합으로 풀기도 하였다<sup>1,8,12</sup>. Navier's 파동방정식의 정확히는 일반적으로 파동의 특성을 고려하여 Bessel Function 또는 Hankel function 으로 나타낼 수 있다<sup>13</sup>. 이 함수들의 접근적 거동을 효과적으로 수치해석에 적용하기 위하여, 과거 연구자들은 지수함수로 나타내어 여러 수치기법과 실제 물리적 문제에 적용하였다<sup>6-12</sup>.

본 연구에서는 3 차원 수직좌표계에서의 무한요소의 정식화를 이루었고, 무한요소의 형상함수를 구성하는 파동함수는 Yun et al. 등이 제시한 지수함수를 사용하였다<sup>9-12</sup>. 그들은 2 차원 또는 원통형 좌표계에서 수치모형화를 이루었고, 적층지반상에서 발생하는 다중적 파동성분을 고려하였다. 즉, 표 2 와 같이 정확해를 근사형 지수함수로 나타내었다. 그림 3 은 x-y 평면에서 원통형 파면과 x-y-z 입체상에서 대칭적 구형 파면을 나타낸 것이며, 이들은 수직좌표계에서 파동함수의 전달 양상을 개념적으로 나타낸 것이다. 그림 4 에서 보듯, 원점에서 외부 영역으로 전달되는 파동은 수직 좌표계에서 조망하면, 파동수가 다른 가운데 빠져나가는 현상을 확인할 수 있다. 본 연구에서는 경계면 너머에서 첫 번째 파장의 길이  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  그리고  $\lambda_z$  을 구하였고, 두개의 원(C1, C2)의 관계에 의해 아래의 식으로 정의 할 수 있다.

$$\lambda_x = \sqrt{(n+1)^2 \lambda^2 - (y_j)^2} - \sqrt{n^2 \lambda^2 - (y_j)^2} \quad \text{in Horizontally Layered Region} \quad (1)$$

$$\lambda_y = \sqrt{(n+1)^2 \lambda^2 - (x_i)^2} - \sqrt{n^2 \lambda^2 - (x_i)^2}$$

$$\lambda_z = \sqrt{(n+1)^2 \lambda^2 - (r_j)^2} - \sqrt{n^2 \lambda^2 - (r_j)^2} \quad \text{in Underlying Halfspace} \quad (2)$$

여기서,  $\lambda (= 2\pi/k)$  와  $k$  는 임의의 파동의 파동길이와 파동수를 나타낸다.  $x_i, x_j, y_i$  그리고  $y_j$  는 경계면상의 임의 점  $(i, j)$  의 좌표값이며,  $r_j (= \sqrt{(x_j)^2 + (y_j)^2})$  는 하부 바닥 경계면상의 임의 점의 반지름을 의미한다. 따라서 보정파동수는  $k_x$  는 아래와 같이 각 방향과 영역별로 나타낼 수 있다. 식(1)과 (2)를 이용하여 원래의 파동수를 보정하는 계수  $\theta$  을 구하여 이를 파동함수에 적용하였다.

$$k_x = k(\lambda/\lambda_x) = \theta_x k, \quad k_y = k(\lambda/\lambda_y) = \theta_y k \quad \text{in Horizontally Layered Region} \quad (3)$$

$$k_z = k(\lambda/\lambda_z) = \theta_z k \quad \text{in Underlying Halfspace}$$

또한, 기하댐핑계수  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  는 아래와 같이 정의된다.

$$\bar{\alpha}_x = \theta_x \alpha, \quad \bar{\beta}_x = \theta_x \beta \quad \text{in Horizontally Layered Region} \quad (4)$$

$$\bar{\beta}_z = \theta_z \beta \quad \text{in Underlying Halfspace}$$

식(4)는 수직좌표계에서 늘어난 파동길이에 대하여 같은 감쇠량을 유지해야 한다는 의미이다. 따라서, 보정파동수  $k_x$  와 기하댐핑계수  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  는 원점에서 경계면까지의 거리에 따라 달라지는 특성을 가지고 있다. 표 2 에서 제안한 파동함수는 상기의 과정을 통해서 구현된 파동수와 댐핑계수를 사용하며, 향후 3 차원 무한요소의 형상함수에도 적용된다. 그림 5 는 위의 보정효과를 잘 보여준 예이다. 원형강판의 Boussinesq 문제(수직 하중)에 대하여 파동이 원역으로 전달되는 파동의 형상을 나타내었다. 즉 그림 5-(a)는 표면파가 가지는 원통 파형을 나타내며, 5-(b)는 물체파의 구면 파형을 나타낸 것이다. 본 연구에서 개발한 무한요소들의 결합과 보정된 파동수를 가진 평면파의 형상함수의 조합이 실제 파동형상을 잘 구현하고 있다고 보아야 할 것이다.

표 2 수직좌표계에서 근사 파동함수

	수평적층영역		하부 반무한영역	
	Exact <sup>13</sup>	Approximate	Exact <sup>13</sup>	Approximate
표면파	$H_m^{(2)}(kr)$	$\{e^{-(\bar{\alpha}_x + ik_x)x}, e^{-(\bar{\alpha}_y + ik_y)y}\}$	$H_m^{(2)}(kr)$	$\{e^{-(\bar{\alpha}_z + ik_z)z}, e^{-i k_{\theta}  z }\}$
압축파	$h_m^{(2)}(kr)$	$\{e^{-(\bar{\beta}_x + ik_x)x}, e^{-(\bar{\beta}_y + ik_y)y}\}$	$h_m^{(2)}(kR)$	$\{e^{-(\bar{\beta}_z + ik_z)z}, e^{-(\bar{\beta}_{\theta} + ik_{\theta})z}\}$

Notes:  $H_m^{(2)}, h_m^{(2)}$  : 제 2 종  $m$  차 원통형 및 구형 Hankel 함수

$\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  : 표면파 및 물체파의 기하댐핑계수

$k_{\alpha x}, k_{\beta x}$  : 보정파동수

$a, b$  : 표면파 및 물체파를 지시하는 아래첨자

$\mu_{\theta a}$  : 반무한영역의 표면파의 파동수  $(= \sqrt{k_a^2 - k_b^2})$

#### 4. 각 무한요소의 형상함수 및 변위장

무한요소의 변위장은 다음과 같이 일반좌표계에서 정의한다.

$$\mathbf{u}(x, y, z; \omega) = \mathbf{N}_p(x, y, z; \omega) \mathbf{p}(\omega) \quad (5)$$

식(5)는 각 무한요소에 대하여 다음과 같이 구체화 할 수 있다.

$$\mathbf{u}(x, y, z; \omega) = \sum_{j=1}^{N_H} \sum_{l=1}^{N_{Hl}} \mathbf{N}_{jl}(x, y, z; \omega) \mathbf{p}_{jl}(\omega) \quad \text{for } \Omega_H \text{ and } \Omega_V \quad (6)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z; \omega) = \sum_{j=1}^{N_V} \sum_{l=1}^{N_{Vl}} \sum_{m=1}^{N_{Vlm}} \mathbf{N}_{jlm}(x, y, z; \omega) \mathbf{p}_{jlm}(\omega) \quad \text{for } \Omega_{HC} \text{ and } \Omega_{VC} \quad (7)$$

$$\mathbf{u}(x, y, z; \omega) = \sum_{l=1}^{N_N} \sum_{m=1}^{N_{N_z}} \sum_{n=1}^{M_{N_z}} \mathbf{N}_{lmn}(x, y, z; \omega) \mathbf{p}_{lmn}(\omega) \text{ for } \Omega_{HVC} \quad (8)$$

여기서  $N_N$ 은 요소의 절점수를 나타내며,  $N_{N_z}$ 은  $i$ -번째 무한방향으로 전달되는 파동함수의 개수를 나타낸다. 그리고  $\mathbf{p}_{lmn}(\omega)$ 은 형상함수  $\mathbf{N}_{lmn}$ 에 대응하는 일반좌표벡터이며, 각 형상함수  $\mathbf{N}_{jl}$ ,  $\mathbf{N}_{ilm}$  그리고  $\mathbf{N}_{lmn}$ 은 다음과 같이 각 요소에 따라 달리 정의된다.

$$N_{jl}(x, y, z; \omega) = \begin{cases} L_j(\eta, \zeta) f_j(\xi; \omega) & : \text{HIE} \\ L_j(\xi, \eta) h_j(\zeta; \omega) & : \text{VIE} \end{cases} \quad (9)$$

$$N_{ilm}(x, y, z; \omega) = \begin{cases} L_j(\zeta) f_i(\xi; \omega) g_m(\eta; \omega) & : \text{HCIE} \\ L_j(\eta) f_i(\xi; \omega) h_m(\zeta; \omega) & : \text{VCIE} \end{cases} \quad (10)$$

$$N_{lmn}(x, y, z; \omega) = f_l(\xi; \omega) g_m(\eta; \omega) h_n(\zeta; \omega) : \text{VHCIE} \quad (11)$$

위의 식에서  $L_j$ 은 Lagrange 보간 다항식이고,  $f_l$ ,  $g_l$  그리고  $h_l$ 은 각 무한방향별 파동함수이다.

$$f_l(\xi, \omega) \in \left\{ e^{-\theta'_l(\beta+ik_x)\xi}, e^{-\theta'_l(\beta+ik_p)\xi}, \left\{ e^{-\theta'_l(\alpha+ik_x)\xi} \right\}_{a=1}^{N_s} \right\} \quad (12)$$

$$g_l(\eta, \omega) \in \left\{ e^{-\theta'_l(\beta+ik_y)\eta}, e^{-\theta'_l(\beta+ik_p)\eta}, \left\{ e^{-\theta'_l(\alpha+ik_y)\eta} \right\}_{a=1}^{N_s} \right\} \quad (13)$$

$$h_l(\zeta, \omega) \in \left\{ e^{-\theta'_l(\beta+ik_z)\zeta}, e^{-\theta'_l(\beta+ik_p)\zeta}, \left\{ e^{-\mu_{\omega}\zeta}, e^{-\mu_{p\omega}\zeta} \right\}_{a=1}^{N_s} \right\} \quad (14)$$

여기서, 또한  $\theta'_x$ ,  $\theta'_y$  그리고  $\theta'_z$ 는 절점  $j$ 에 해당하는 보정계수이다.  $k_x$ 와  $k_p$ 는 전단파와 압축파의 파동수를 나타내며,  $\{k_a\}_{a=1}^{N_s}$ 는 적층 영역에서 다중적으로 나타나는 표면파의 파동수이다<sup>4,10</sup>.  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 기하적 감쇠계수이며 양의 실수 값을 갖는다. 수치 실험을 통하여 물체파의 기하감쇠계수  $\beta$ 는 1.0, 그리고 표면파의 기하감쇠계수  $\alpha$ 는 0.33으로 결정하였다. 한편, 식(5)에서 미지벡터  $\mathbf{p}$ 는 특별한 물리적 의미를 가지지 않은 매개변수이며 일반좌표벡터이므로, 이를 직접 전체 동적강성행렬을 조합할 수 없다. 따라서 3차원 변위형상함수를 절점변위  $\mathbf{u}^d$  (vertex or nodal mode displacement), 모서리변위  $\mathbf{u}^e$  (edge displacement), 평면변위  $\mathbf{u}^f$  (face mode displacement) 그리고 내부변위  $\mathbf{u}^i$  (internal or bubble mode displacement)로 조합하여, 식(5)는 다음과 같이 변위장을 물리적 일반좌표계의 매개변수  $\mathbf{q}$ 로 다시 나타낼 수 있다.

$$\{\mathbf{u}(\mathbf{x}; \omega)\} = \{\mathbf{u}^d(\mathbf{x}; \omega)\} + \{\mathbf{u}^e(\mathbf{x}; \omega)\} + \{\mathbf{u}^f(\mathbf{x}; \omega)\} + \{\mathbf{u}^i(\mathbf{x}; \omega)\} \quad (15)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}; \omega) = \mathbf{N}_q(\mathbf{x}; \omega) \mathbf{q}(\omega)$$

여기서,

$$\mathbf{N}_q(\mathbf{x}; \omega) = [\mathbf{N}_d, \mathbf{N}_e, \mathbf{N}_f, \mathbf{N}_i], \quad \mathbf{q} = \langle \mathbf{d}^T, \mathbf{e}^T, \mathbf{f}^T, \mathbf{i}^T \rangle^T \quad (16)$$

벡터  $\mathbf{q}$ 는 절점( $\mathbf{d}$ ), 모서리( $\mathbf{e}$ ), 평면( $\mathbf{f}$ ) 그리고 내부변위모드( $\mathbf{i}$ )로서 다중모드의 합으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 이 두 개의 일반좌표 매개변수  $\mathbf{p}(\omega)$ 와  $\mathbf{q}(\omega)$ 의 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{p}(\omega) = \mathbf{T}_{pq} \mathbf{q}(\omega) \quad (17)$$

여기서,  $\mathbf{T}_{pq}$ 는 식(14)와 식(26)으로부터 구성할 수 있으며 변환행렬이라고 한다. 따라서 두 개의 형상함수 관계도 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{N}_q(x, y, z; \omega) = \mathbf{N}_p(x, y, z; \omega) \mathbf{T}_{pq} \quad (18)$$

## 5. 요소행렬 및 운동방정식

무한요소의 요소행렬계산은 유한요소의 계산과정과 유사하며, 요소행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_{qq}^{(e)} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_q^T \mathbf{D} \mathbf{B}_q d\Omega, \quad \mathbf{M}_{qq}^{(e)} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_q^T \rho \mathbf{N}_q d\Omega \quad (19)$$

여기서,  $d\Omega = dx dy dz$ ;  $\mathbf{D}$ 는 재료탄성행렬이고  $\mathbf{B}_q$ 는 변형률 행렬이다. 이 식의 적분은 유한방향에 대해서는 통상의 Gauss-Legendre 적분법, 무한방향의 경우 Gauss-Laguerre 적분법을 사용한다. 본

연구에서는 위의 적분법을 일반좌표계에서 적용한 좀 더 효과적인 방법을 이용하였다<sup>10</sup>. 그리고 변환행렬을 곱하여 물리적 의미를 갖는 요소행렬을 구할 수 있다.

$$\mathbf{K}_{pq}^{(e)} = \mathbf{T}_{pq}^T \mathbf{K}_{pp}^{(e)} \mathbf{T}_{pq}, \quad \mathbf{M}_{qq}^{(e)} = \mathbf{T}_{pq}^T \mathbf{M}_{pp}^{(e)} \mathbf{T}_{pq} \quad (20)$$

여기서,  $\mathbf{T}_{pq}$  는 식(17)에서 정의된 변환행렬이다.  $\mathbf{K}_{pp}$  와  $\mathbf{M}_{pp}$  는 매개변수  $\mathbf{p}(\omega)$  와 관련한 요소행렬이며, 이 행렬을 구할 때에는 하나의 파동성분만을 포함하므로 효과적으로 적분 가능하다. 최종적으로 주파수영역에서 강제진동해석이 가능한 운동방정식 다음과 같이 구해낼 수 있으며, 본 연구에서 개발한 무한요소의 검증예제를 수행하였다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{mm}(\omega) & \mathbf{S}_{mi}(\omega) \\ \mathbf{S}_{im}(\omega) & \mathbf{S}_{ii}(\omega) + \mathbf{S}_{ii}^g(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_m(\omega) \\ \mathbf{U}_i(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m(\omega) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{S}^{(e)}(\omega) = (1 + i2\beta_d^{(e)})\mathbf{K}^{(e)}(\omega) - \omega^2\mathbf{M}^{(e)}(\omega) \quad (22)$$

여기서,  $\mathbf{U}(\omega)$  과  $\mathbf{F}(\omega)$  는 변위 및 하중벡터이다;  $\mathbf{S}(\omega)$  은 동적강성행렬을 의미하고,  $\beta_d$  는 히스테리틱 댐핑이다; 위첨자  $e$  는 임의의 무한요소,  $g$  는 원역의 지반을 의미한다; 아래첨자  $n$  은 근역의 구조물과 지반의 자유도 그리고  $i$  는 경계면에서의 자유도를 나타낸다.

## 6. 수치예제

본 장에서는 여러 가지 경우의 검증예제에 대하여 수치해석을 수행하였고, 앞서 개발한 3 차원 무한요소의 타당성을 검토하였다. 적층 반무한 지반상 정사각형 강판과 하부 암반과 탄성지반에 놓인 직사각형 그리고 뒤틀린 케이스 기초의 동적해석을 수행하였다. 그림 6 은 본 수치해석에서 적용된 해석대상의 개념도이고, 해석모형은 그림 7 과 같다. 이 표면기초의 동적 응답함수는 무차원 주파수 ( $a_0 = \omega B / c_{s1}$ )에 의해 결정된다.  $c_{s1}$  는 첫 번째 수평적층의 전단파속도이고,  $B$  는 직사각형 강판의 반지름 또는 반폭을 의미한다. 통상 컴플라이언스 함수는 아래와 같이 정의한다<sup>13</sup>.

$$C_{HH}(a_0) = \frac{GB\Delta_x}{P_0}, \quad C_{VV}(a_0) = \frac{GB\Delta_z}{P_0}, \quad C_{MM}(a_0) = \frac{GB^3\theta_x}{M_x}, \quad C_{HM}(a_0) = \frac{GB^2\Delta_x}{M_x} \quad (23)$$

여기서,  $C_{HH}$  와  $C_{VV}$  는 조화하중  $P_0(\mathbf{H}e^{i\omega t}, \mathbf{V}e^{i\omega t})$  에 대응하는 수평 또는 수직 무차원 컴플라이언스 함수이고,  $\Delta$  와  $\theta$  는 각 방향의 변위와 회전각이다;  $C_{MM}$  와  $C_{HM}$  는 조화모멘트  $M_x(\mathbf{M}e^{i\omega t})$  에 대응하는 무차원 락킹과 커플링 컴플라이언스 함수이다;  $G$  는 전단계수이다; 한편 임피던스 함수는  $\bar{k} = k_a^{*aa}(k_a + ia_a c_a)$  으로 정의된다.  $k_a^{*aa}$  는 임의 형상기초의 정적 강성이며<sup>23</sup>,  $k_a$  는 동적 강성계수 그리고  $c_a$  는 댐핑계수이다.

첫 번째 예제로서 정방형 강판의 컴플라이언스 값을 구하여 기 연구자들의 값과 비교하였다. 프아슨비( $\nu$ )와 댐핑비( $\beta_d$ )는 각각 0.33 와 0.05 으로 하였고, 두 적층지반의 관계조건은 전단파 속도비( $c_{s1}/c_{s2}$ )가 0.8 이고 단위 질량비( $\rho_{s1}/\rho_{s2}$ )는 0.85 이다. 그림 8 은 적층지반상의 정방형 강판의 컴플라이언스 해석이다. 폭깊이비( $h/B$ )가 1.0 일 때, Luco 의 해석적 결과와 비교하였다<sup>3</sup>. 또한 하부영역이 기반암일 때 강판의 동적 거동에 대해서도 살펴보았다. 변장비가 1:2 인 직사각형이고 폭깊이비를  $h = 4B$ ,  $h = 6B$  의 두 경우로 나누어 수행하였다. 그림 9 는 직사각형 강판의 임피던스 함수이며 Chow 의 결과와 비교하였다<sup>7</sup>.

본 연구에서 개발한 3 차원 무한요소의 적용에 있어, 다양한 유용성에 대하여 검증을 하였다. 적용한 예제의 형상과 재료물성은 그림 6-(b)에 제시하였으며, 수치 모형은 그림 10 과 같다. 이 뒤틀린 기초는 표면기초와 달리 커플링 효과가 크게 작용하며, 그림 21 에  $\nu_x R$  과  $\nu_x R^3$  에 의해 무차원화한 값으로 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이, 본 연구의 결과와 Chen 과 Penzien 의 결과가 거의 일치하여 나타남을 알 수 있다<sup>2</sup>.

## 7. 결론

본 연구에서는 3 차원 지반-구조물 상호작용해석을 위한 동적 무한요소의 개발 및 여러 수치예제를 통하여 무한요소의 성능과 사용성에 대하여 검증을 하였다. 외부영역으로 파동전파를 모형화하기 위해서 다섯 종류의 3 차원 동적 무한요소를 개발하였으며, 각각 수평, 수직,

수평모서리, 수직 모서리 그리고 수평수직모서리 무한요소로 나누었다. 형상함수의 파동함수는 탄성파동의 전파형상과 정확해를 기초로 한 지수함수를 사용하였고 다중의 파동성분을 고려하였다. 그리고 파동수를 파의 종류와 경계면의 위치에 따라 보정계수를 적용하여 3 차원에서 파동전달을 용이하게 하였다. 3 차원 무한요소를 검증하기 위하여, 균일지반과 층상지반에 놓인 원형 정방형 그리고 직사각형 표면강체기초에 대하여 컴플라이언스와 임피던스를 계산한 후, 기 연구자들의 결과와 비교를 하였다. 또한 개발한 무한요소의 다양한 적용성을 평가하기 위하여 묻힌 케이슨 기초의 임피던스를 구하여 요소평가에 활용하였다. 즉, 본 연구에서 개발한 무한요소는 표면기초강판과 묻힌 기초의 동적 거동의 결과는 비교적 좋은 결과를 얻을 수가 있었다. 이 성과는 향후 지반-구조계의 복잡한 파동문제를 해결하는데 효과적으로 이용될 것이며, 특히 교량의 기초나 불규칙한 기하형상의 기초를 가진 대형구조물에 대하여 지반-구조물 상호작용을 고려한 지진응답해석을 수행하는데 유용하게 이용될 것이라 본다.

## 참조문헌

1. J.L. Tassoulas, "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered media", Int. J. Numerical Methods Eng., 19, 1005-1032(1983)
2. C.H. Chen and J. Penzien, "Dynamic modeling of axisymmetric foundation", Earthquake Eng. Structural Dynamics, 14, 823-840(1986)
3. J.E. Luco "Tables of impedance functions for square foundations on layered media", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 4, No2, 64-81(1985)
4. G.S. Liou, "Analytical solutions for soil-structure interaction in layered media", Earthquake Eng. Struct. Dyn., 18, 667-686(1989)
5. P. Bettess, "Infinite element", Int. J. Numer. Methods Eng., 11 54-64(1977)
6. F. Medina, "An axisymmetric infinite element", Int. J. Numer. Methods Eng., 17, 1177-1185(1981)
7. Chow, Y.K., "Vertical vibration of three-dimensional rigid foundation on layered media", Earthquake Eng. Struct. Dyn., 15, 585-594(1987)
8. C. Zhao and S. Valliappan, "A Dynamic Infinite Element for Three-Dimensional Infinite Domain Wave Problem". Int. J. Numerical Methods Eng., 36, 2567-2580(1993)
9. S.C. Yang and C.B. Yun, "Axisymmetric Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis", Eng. Struct., 14(6), 361-370(1992)
10. C.B. Yun, J.M. Kim and C.H. Hyun, "Axisymmetric infinite element for multi-layered half- space", Int. J. Numer. Methods Eng. 38. 3723-374(1995)
11. J.S. Choi, C.B. Yun and J.M. Kim, "Earthquake Response Analysis of the Hualien Soil-Structure Interaction System on Based Updated Soil Properties Using Forced Vibration Test Data", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 30, No. 1, P. 1 - 26(2001)
12. D.K., Kim and C.B. Yun "Soil-Structure Interaction Analysis based on Analytical Frequency-Dependent Infinite Element in Time Domain", Structural Engineering and Mechanics, Vol 15, No 6, 717-733(2003)
13. P. Karasudhi, "Foundations of solid mechanics", Kluwer Academic Publisher(1991)

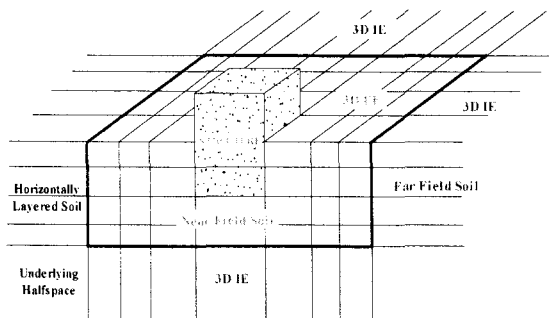


그림 1.3 3차원 적층지반-구조계의 모형화

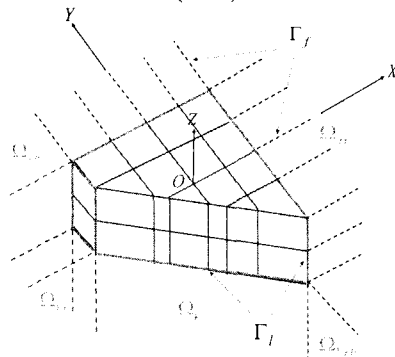
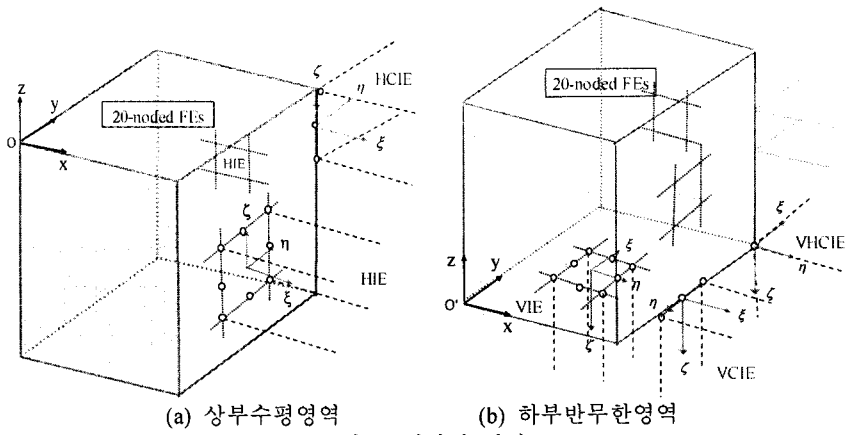
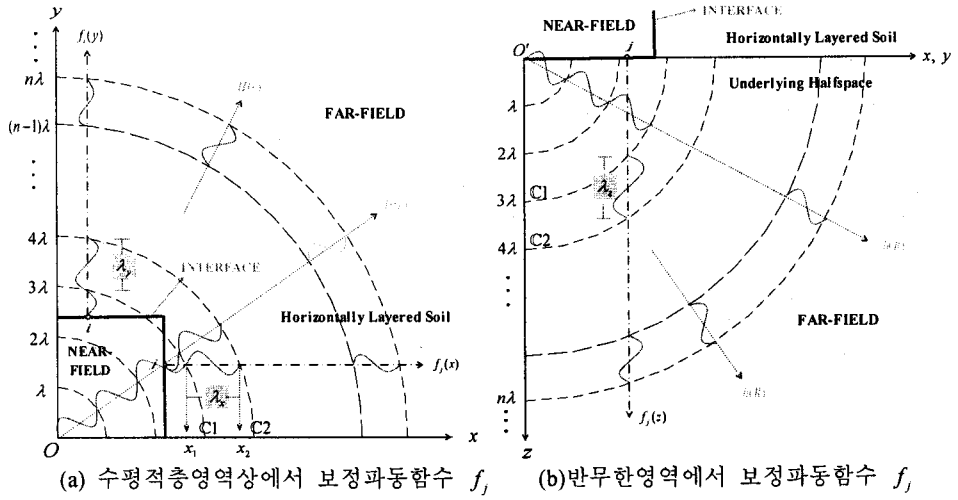


그림 2.3 3차원 무한영역의 구분



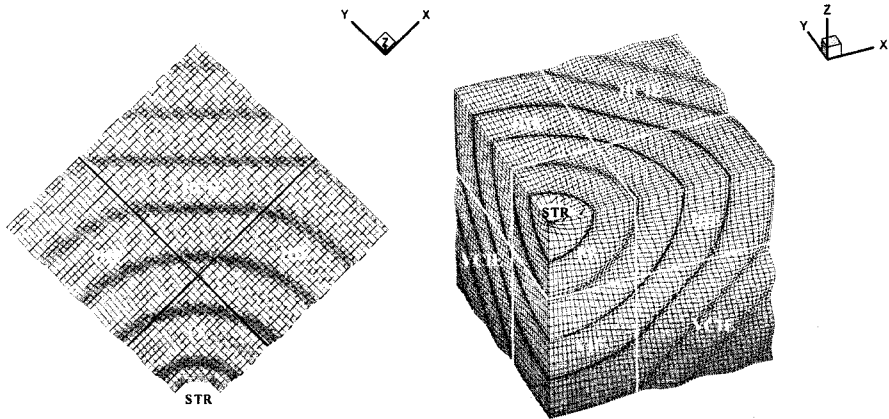
(a) 상부수평영역 (b) 하부반무한영역

그림 3. 기하적 사상



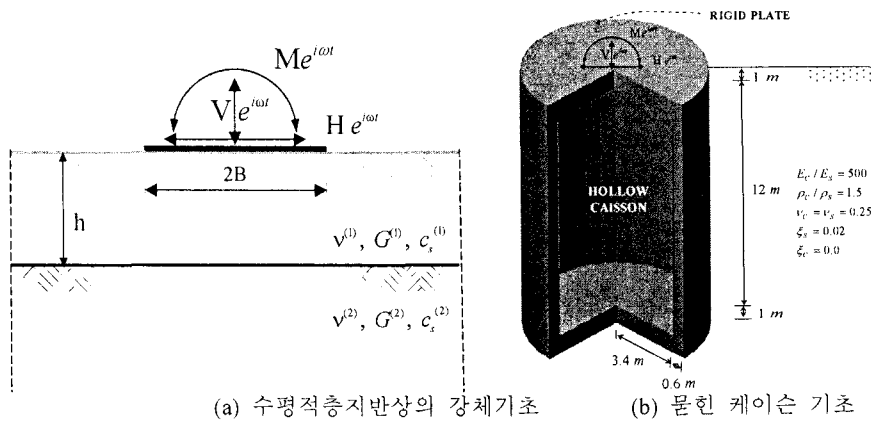
(a) 수평적층영역상에서 보정파동함수  $f_j$  (b) 반무한영역에서 보정파동함수  $f_j$

그림 4. 수직좌표계에서 파동함수



(a) 수평영역에서 표면파의 전달 형상 (b) 균질지반내의 물체파의 전달형상

그림 5. 가지 무한요소를 이용한 파동의 전달 형상



(a) 수평적층지반상의 강체기초 (b) 물힌 케이슨 기초

그림 6. 수치예제의 재료적 및 기하적 정의

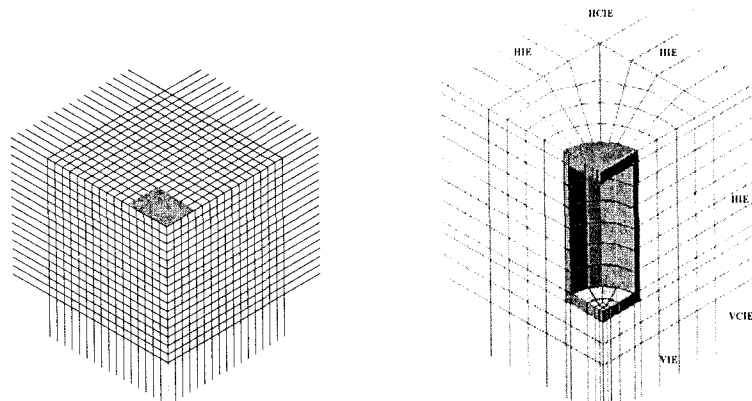
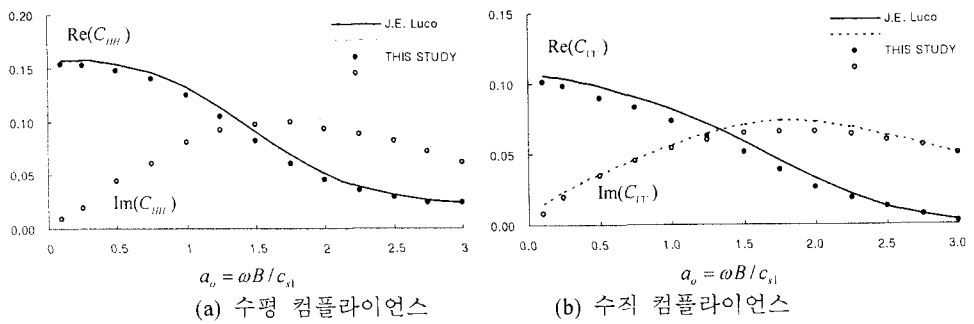


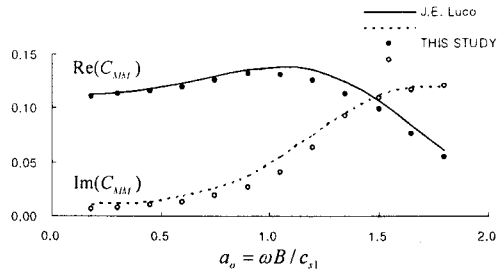
Figure 7. Numerical models for footings



(a) 수평 컴플라이언스

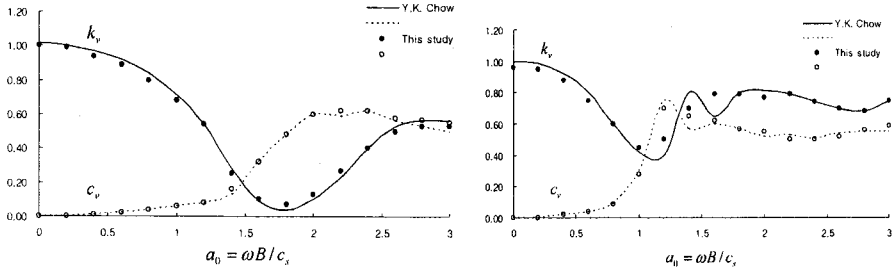
(b) 수직 컴플라이언스





(c) Rocking 컴플라이언스

그림 8. 적층지반상의 강판기초의 컴플라이언스 함수 ( $h/B=1.0$ )



(a) 수직 임피던스 ( $(h/B=4.0, v=0.33, \beta=0.05)$ )

(b) 수직 임피던스 ( $(h/B=6.0, v=0.33, \beta=0.05)$ )

그림 9. 암반층상에 직사각형(변장비=1:2) 강판기초의 수직 임피던스 함수

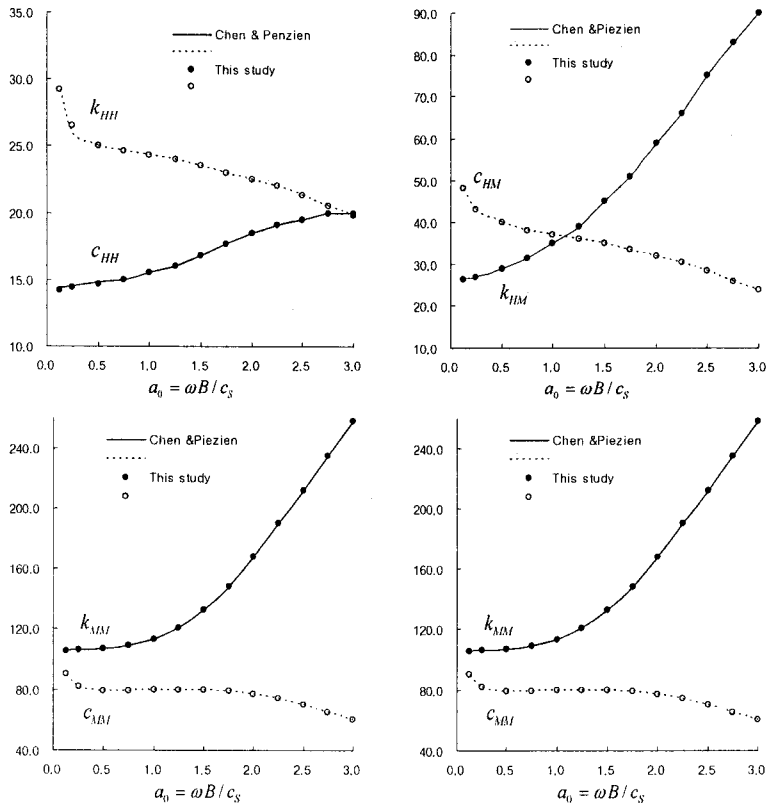


Figure 10. Impedances of rigid disk on an embedded hollow caisson