

지진원 영상화를 위한 엇갈린 격자 유한 차분법을 이용한
지진파 역행 전파 모의

Imaging of seismic sources by time-reversed wave propagation
with staggered-grid finite-difference method

신동훈* 황의홍* 류용규* 윤용훈**
Sheen, Dong-Hoon Hwang, Eui-Hong Ryoo, Yong Gyu Youn, Yong-Hoon

ABSTRACT

We present a imaging method of seismic sources by time reversal propagation of seismic waves. Time-reversal wave propagation is actively used in medical imaging, non destructive testing and waveform tomography. Time-reversal wave propagation is based on the time-reversal invariance and the spatial reciprocity of the wave equation. A signal is recorded by an array of receivers, time-reversed and then back-propagated into the medium. The time-reversed signal propagates back into the same medium and the energy refocuses back at the source location.

The increasing power of computers and numerical methods makes it possible to simulate more accurately the propagation of seismic waves in heterogenous media. In this work, a staggered-grid finite-difference solution of the elastic wave equation is employed for the wave propagation simulation. With numerical experiments, we show that the time-reversal imaging will enable us to explore the spatio-temporal history of complex earthquake.

1. 서론

지진파를 비롯한 파동의 공간적인 상반관계(reciprocity)는 널리 알려진 물리학적 현상이며(Aki and Richards, 1980) 다양한 지구물리 탐사 기법에 적용되어져 왔다(Rodi, 1976; Sasaki, 1989; Shin et al, 2001, Sheen and Baag, 2005). 그리고 파동의 또 다른 성질인 시간 반전의 불변성(time-reversal invariance)을 이용한 연구가 여러 분야에 걸쳐 활발히 진행되고 있다(Tarantola,

* 정회원, 기상연구소, 기상연구소

** 기상연구소, 기상연구소

1984; Mora, 1987; Fink, 1992; Borcea et al., 2002). 지금까지 시간반전의 불변성을 이용한 연구는 주로 반사파나 굴절파를 일으키는 물질을 영상화하는데 집중되어 있었으며, 이러한 연구 결과는 의학적으로 사용되는 CT (Computed Tomography) imaging을 비롯하여 비파괴 검사 등에 사용되어왔다. 또한 탄성과 파형역산에 적용되어 매질의 속도구조를 파악하는데 사용되기도 한다(Tarantola, 1986; Mora, 1987).

시간 반전의 불변성을 이용한 또 다른 연구는 파원을 영상화하는데 사용될 수 있으며, 이를 위해서는 파동이 전파하는 매질의 특성에 관해 이미 알고 있어야 한다. 즉 이미 속성이 알려진 매질을 통과한 파형을 시간의 역순으로 전파시키면 에너지가 파원의 위치에 집중하게 되어, 파동이 발생하기 시작한 시간에 에너지가 집중되는 현상이 영상화되는 원리이다. 이러한 원리를 이용하여, SEM (Spectral Element Method)을 이용한 전 지구적인 수치모의를 통해 2004년 수마트라 지진의 단층 파열 과정을 재현하기도 하였다(Larmat et al., 2005; Montagner et al., 2005). 전 지구적인 수치모의에 필요한 방대한 양을 계산하기에는 아직까지도 계산능력의 한계가 있다. 이들은 이러한 한계를 고려하여 200초 이상의 초장주기 파형을 시간의 역순으로 전 지구 모델에 전파시켜 지진이 발생한 시간으로 되돌려 수마트라 지진의 단층 파열 과정을 재현하였으며 그 결과가 다른 연구 결과와도 잘 일치함을 보여주었다.

본 연구에서는 1차원적인 한반도 지각구조 모델에 근거하여 2차원 모델을 구성하였으며, 이 모델로부터 합성 지진파를 계산하였다. 이를 위해 국지지진 수치모의에 적합한 엇갈린 격자 유한 차분법을 사용하여 정확한 합성 지진파 계산을 수행하였다(Graves, 1996, 강태섭·박창업, 2000). 이 방법은 차후 3차원 모델에 적용하였을 경우 병렬화된 슈퍼컴퓨터에 적용이 용이한 장점이 있다 (Sheen et al, 2006). 임의의 지진원으로부터 전파되어 얻은 합성 지진파를 시간 반전시킨 후, 이를 지진원으로 사용하여 시간 역행 파동 전파 모의를 수행하였다. 이러한 과정을 거치면서 방출되었던 에너지가 어느 순간 한곳에 집중하게 되어 최초 수치모의의 지진원 위치와 발생시간을 유추할 수 있었다.

2. 본 론

2.1 시간반전의 불변성 및 공간에서의 상반정리

등방 완전 탄성 매질에서 탄성파의 파동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} \quad (1)$$

이 식에서 ρ, λ, μ 는 각각 매질의 밀도, 탄성 계수(bulk modulus), 전단 탄성 계수(shear modulus) 이며, $\mathbf{u}(r, t)$ 는 변위이다. 이 식을 주파수 영역으로 푸리에 변환(fourier transform)을 수행하면 다음과 같은 주파수 영역에서 탄성파의 파동 방정식을 얻게 된다.

$$-\rho \omega^2 \mathbf{U} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{U} - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{U} \quad (2)$$

이 식에서 $\mathbf{U}(r, \omega)$ 는 주파수 영역에서의 변위이다. 시간영역에서의 시간 반전은 주파수 영역에서는 켈레복소수(complex conjugate)로 표현 가능하다. 따라서 식 (2)은 다음과 같이 표현된다.

$$-\rho \omega^2 \mathbf{U}^* = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{U}^* - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{U}^* \quad (3)$$

\mathbf{U}^* 는 \mathbf{U} 의 켈레 복소수이다. 식 (3) 또한 식 (2)과 같이 파동 방정식의 형태를 유지하며, 따라

서 시간 역행에 대한 해 $u(r, -t)$ 가 존재함을 보여준다(Stolk and De Hoop, 2002). 식 (2)는 단위 지진원에 의한 응답을 나타내는 Green 함수, $G(r, r')$ 로 표현 가능하며, 상반정리(reciprocity theorem)는 지진원과 관측점의 위치를 바꿀 수 있음을 보여준다(Aki & Richards, 1980).

$$G(r, r') = G(r', r) \quad (4)$$

2.2 엇갈린 격자 유한 차분법

식 (1)로 표현된 탄성파의 파동 방정식은 아래와 같은 1차 편미분 방정식들로 나타낼 수 있다(Graves, 1996).

$$\rho \dot{v}_i = \tau_{ij,j} + F_i, \quad \dot{\tau}_{ij} = \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) + \lambda \delta_{ij} v_{k,k} + G_{ij} \quad (5)$$

위 식에서 v 는 변위의 미분 값인 속도, τ 는 응력이며, F 와 G 는 각각 지진원이 될 수 있다. 2차원의 모델을 고려했을 경우, 식 (5)를 엇갈린 격자 유한 차분법으로 풀기 위해 유한 차분식으로 정리하면 다음과 같이 이산화 할 수 있으며(그림 1),

$$\begin{aligned} v_x \Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2} &= v_x \Big|_{i+1/2,j}^{n-1/2} + dt b_x (\Delta_x \tau_{xx} + \Delta_z \tau_{xz}) \Big|_{i+1/2,j}^n, \\ v_z \Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} &= v_z \Big|_{i,j+1/2}^{n-1/2} + dt b_y (\Delta_x \tau_{xz} + \Delta_z \tau_{zz}) \Big|_{i,j+1/2}^n, \\ \tau_{xx} \Big|_{i,j}^{n+1} &= \tau_{xx} \Big|_{i,j}^n + dt [(\lambda + 2\mu) \Delta_x v_x + \lambda \Delta_z v_z] \Big|_{i,j}^{n+1/2}, \\ \tau_{zz} \Big|_{i,j}^{n+1} &= \tau_{zz} \Big|_{i,j}^n + dt [\lambda \Delta_x v_x + (\lambda + 2\mu) \Delta_z v_z] \Big|_{i,j}^{n+1/2}, \\ \tau_{xz} \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} &= \tau_{xz} \Big|_{i+1/2,j+1/2}^n + dt \underline{\mu} (\Delta_z v_x + \Delta_x v_z) \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

위 첨자는 시간격자를, 아래 첨자는 공간격자를 나타낸다. 그리고 $b_x, b_y, \underline{\mu}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_{i,j}} + \frac{1}{\rho_{i+1,j}} \right), \quad b_y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_{i,j}} + \frac{1}{\rho_{i,j+1}} \right), \\ \underline{\mu} &= \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_{i,j}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j}} + \frac{1}{\mu_{i,j+1}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j+1}} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

공간에서의 유한 차분 전개를 나타내는 Δ_x, Δ_z 는 아래와 같이 정의된다.

$$\Delta_x v_x \Big|_{i,j} = \frac{27(v_x \Big|_{i+1/2,j} - v_x \Big|_{i-1/2,j}) - (v_x \Big|_{i+3/2,j} - v_x \Big|_{i-3/2,j})}{24dh}$$

이때 엇갈린 격자 유한 차분법은 시간영역에서는 2차의, 공간영역에서는 4차의 정확도를 가진다.

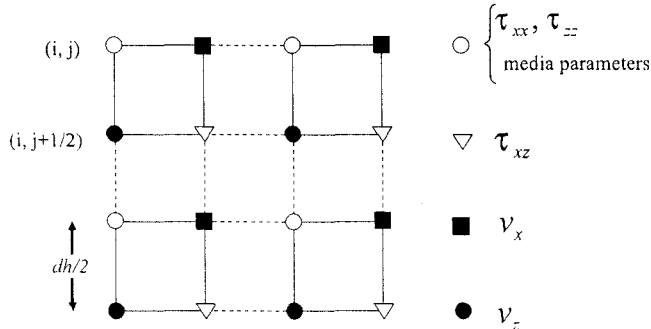


그림 1. 엇갈린 격자의 구성과 변수의 분포. i, j 는 공간격자의 인덱스들, dh 는 격자 간격을 의미한다.

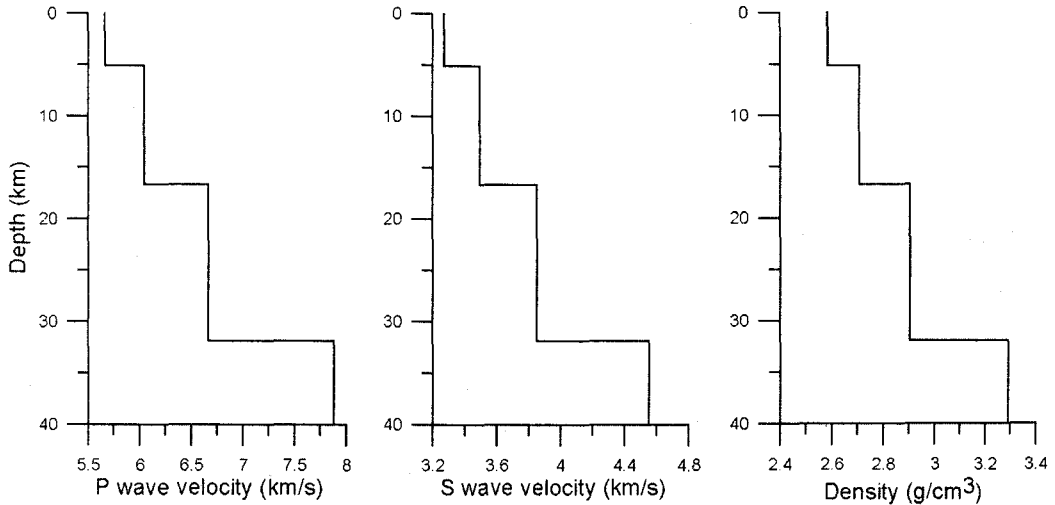


그림 2. 수치모의에 사용한 지각 속도 구조 모델

식 (6)로 표현된 파동 방정식을 유한한 모델에서 해를 구하고자 할 때 고려해야할 경계조건은 두 가지가 있다. 첫 번째는 자유 표면에서의 경계조건이고, 두 번째는 유한한 모델의 가장자리에 서 발생할 수 있는 인위적인 반사파를 제거하기 위한 경계조건이다. 자유 표면에서의 경계조건은 무응력 방법(zero-stress formulation; Graves, 1996)을 사용하였다. 흡수 경계조건 중 하나인 PML법(Perfectly Matched Layer Method; Sheen et al., 2006)을 적용하여 계산영역의 가장자리에서 발생할 수 있는 인위적인 반사파를 제거하도록 하였다.

2.3 2차원 모델에서의 수치모의

한반도 2차원 지각구조 모델을 만들기 위해 Chang and Baag (2006)의 1차원 지각 속도구조 모델을 이용하였으며, 매질이 포아송 매질임을 가정하여 S 파의 속도를 구하였다. 매질의 밀도는 Berteussen (1977)을 따랐다(그림 2). 지진원은 지하 15 km에 위치한 것으로 가정하였으며, 단순한 파동 전파 양상을 모사하기 위해 모든 방향으로 동일한 크기의 파동이 전파하는 폭발진원을 사용하였고, 1 Hz의 차단주파수를 가지는 가우시안 웨이블렛의 1차 도함수를 진원 시간함수로 사용하였다(그림 3). 전체 모델의 크기는 150 km × 52.5 km 이며, 공간격자 간격은 150 m, 시간 격자 간격은 0.01초를 사용하여, 20초까지 파동 전파 모의를 수행하였다.

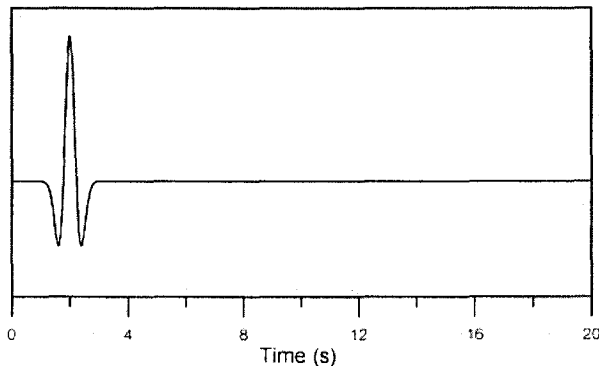


그림 3. 파동 전파 수치 모의에 사용한 진원 시간 함수

실험 1. 지진파 전파 양상을 세밀하게 기록하기 위해 900 m 간격으로 설치된 101개의 관측점에서 수평/수직 성분의 지진파를 기록하였다. 이렇게 기록된 지진파를 시간의 역순으로 바꾼 후 진원 시간함수로 사용하여 시간 역행 파동 전파를 모의하였다(그림 4).

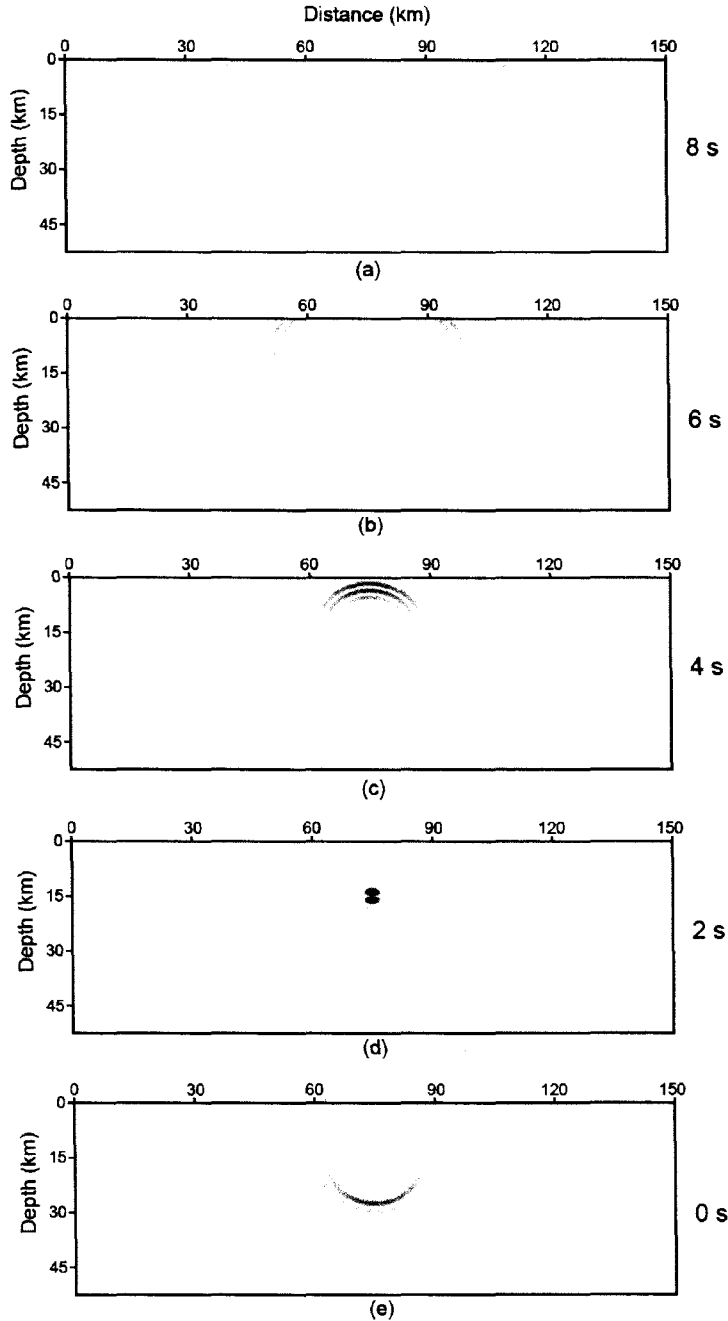


그림 4. 시간에 따른 시간 역행 파동 전파의 수직 성분 스냅샷.

진원 시간 함수(그림 3)가 2초일 때 가장 큰 값을 가지는데 역행전파 결과에서도 2초(그림 4d)일 때 에너지가 한곳으로 모여 큰 값을 가지는 것을 알 수 있고, 이는 시간 역행 파동 전파를 통

해 진원시간, 진원의 위치를 유추할 수 있음을 보여준다.

실험 2. 임의의 간격으로 설치된 15개의 관측점에서 기록된 수평/수직 성분의 지진파를 사용하여 시간 역행 파동 전파를 모의하였다(그림 5).

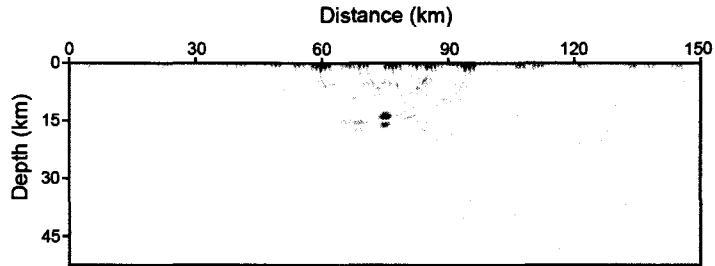


그림 5. 15개의 관측점에 기록된 지진파를 이용한 시간 역행 파동 전파의 2초일 때의 수직 성분 스냅샷

실험 1에 비해 적은 수의 관측점을 사용했기 때문에 지진원의 영상화 정도가 약하게 나타난다. 그리고 여러 지점에서 시작한 파동 전파 양상이 나타나는데 이는 각 관측점이 하나의 지진원으로 작용하기 때문이다. 이러한 현상이 이전 실험에서 보이지 않았던 이유는 실험 1에서 사용된 관측점 수가 매우 많아서 서로 다른 방향으로 전파되는 파동의 간섭으로 인해 상쇄되었기 때문으로 생각된다. 실험 1에서는 폭발진원의 특성 또한 잘 관찰 되었으나 실험 2와 같이 불균등한 위치에 관측점이 분포할 경우 진원의 영상이 왜곡되었다. 이는 영상화된 진원의 특성이 관측소의 분포에 의존함을 보여준다. 따라서 지진파 역행 전파를 통해 지진 발진기구를 파악하는 것은 어렵다고 판단된다.

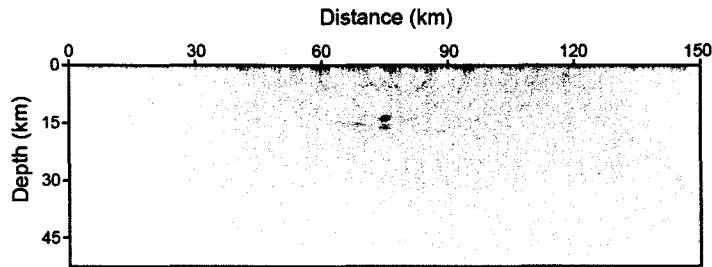


그림 6. 50%의 가우시안 잡음을 삽입한 지진파를 이용한 시간 역행 파동 전파의 2초일 때의 수직 성분 스냅샷

실험 3. 실험 2에서 사용한 지진파에 50%의 가우시안 분포를 가지는 무작위 잡음을 삽입하여 시간 역행 파동 전파를 모의하였다(그림 6).

잡음을 포함한 지진파를 진원 시간 함수로 사용하였기 때문에 시간 역행 파동 전파 결과에서도 지진원의 신호가 잡음에 기인한 파동 전파가 진행되는 것이 관찰되지만 지진원의 영상화에는 크게 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

3. 결 론

본 연구에서는 시간 반전의 불변성을 이용해 시간 역행 파동 전파를 수행하였다. 정확하고 신속한 파동 전파 수치 모의를 위해 엇갈린 격자 유한 차분법을 사용해 2차원 파동 방정식을 풀었다. 이 방법은 차후 3차원 수치모의에도 쉽게 적용할 수 있으며, 병렬화된 슈퍼컴퓨터에 적용 또한 용이하다는 장점이 있다. 시간 역행 파동 전파 수치 모의를 통해서 진원 시간에 진원의 위치에서 지진원 영상화가 이루어짐을 확인 하였다. 이때 관측소의 수가 많은 것이 지진원 영상화에 유리함을 알 수 있었으며, 지진원의 영상이 관측소의 분포에 의존하기 때문에 실제 지진의 발진 기구를 유추하는 것은 힘들다고 판단된다.

앞으로는 병렬 컴퓨터를 사용한 3차원 수치 모의를 통해 3차원에서 지진파 역행 모의를 통한 지진원 영상화의 가능성을 확인해야 할 것이며, 국내 관측망에서 관측된 국지지진 자료와 한반도 지각구조를 사용하여 실제 지진원의 영상화를 시도할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 기상연구소 “한반도 지진재해 평가기반기술 개발” 과제의 일환으로 수행되었다.

참고 문헌

1. Aki, K. and Richards, P. G., Quantitative seismology: Theory and methods, Vol. 1., W. H. Freeman and Company, 1980.
2. Rodi, W. L., 1976, A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data, Geophys. J. R. Astr. Soc., 44, 483-506.
3. Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, Geophysics, 54, 254-262.
4. Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S., and Shin, S., 2001, Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion, Geophysics, 66, 1856-1863.
5. Sheen, D.-H. and Baag, C.-E., Improved implementation of seismic waveform inversion using Gauss-Newton method in elastic media, Eos Trans. AGU, 86(52), Fall Meet. Suppl., Abstract NG43B-0582.
6. Tarantola, A., 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, Geophysics, 49, 1259-1266.
7. Mora, P., 1987. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data, Geophysics, 52, 1211-1228.
8. Fink, M., 1992, Time reversal of ultrasonic fields: part I. Basic principles, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 39, 555-66.
9. Borcea, L., Papanicolaou, G., Tsogka, C., and Berryman, J., 2002, Imaging and time reversal in random media, Inverse Problems, 18, 1247-79.
10. Larmat, C., Montagner, J., Fink, M., Capdeville, Y., Clevede, E., and Tourin, A., Time

- reversal imaging of seismic sources by the spectral element method, Eos Trans. AGU, 86(52), Fall Meet. Suppl., Abstract NG43B-0579.
11. Montagner, J., Larmat, C., Fink, M., Capdeville, Y., Clevede, E., and Tourin, A., Time reversal of seismic waves and the great Sumatra earthquake, Eos Trans. AGU, 86(52), Fall Meet. Suppl., Abstract U11B-0836.
12. Graves, R., W., 1996, Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite difference, Bull. Sseism. Soc. Am., 86, 1091-1106.
13. 강태섭, 박창엽, 2000, 유한차분법을 이용한 3차원 지진파 전파 모의, 한국지진공학회 2000년도 추계학술대회 논문집, 81-88.
14. Sheen, D.-H., Tuncay, K., Baag, C.-E., and Ortoleva, P. J., 2006, Parallel implementation of a velocity-stress staggered-grid finite-difference method for 2-D poroelastic wave propagation, Computers and Geosciences, In press.
15. Stolk, C. C. and De Hoop, M. V., 2002, Microlocal analysis of seismic inverse scattering in anisotropic elastic media, Communications on Pure and Applied Mathematics, 55, 261-301.
16. Chang, S.-J. and Baag, C.-E., 2006, Crustal Structure in Southern Korea from Joint Analysis of Regional Broadband Waveforms and Travel Times , Bull. Sseism. Soc. Am., 96, In press.
17. Berteussen, K. A., 1977. Moho depth determinations based on spectral ratio analysis of NORSAR long-period P waves, Phys. Earth Planet. Inter. 15, 13-27.