

각종 매설관의 자유진동거동에 관한 연구

A Study on the Free Vibration Responses of Various Buried Pipelines

정진호¹⁾, Jin-Ho Jeong, 박병호²⁾, Byung-Ho Park, 김성반³⁾, Sung-Ban Kim, 김춘진⁴⁾, Chun-Jin Kim

¹⁾ 부경대학교 공과대학 건설공학부 교수, Professor, Dept. of Civil and Construction Eng., Pukyong National Univ. : geojh@pknu.ac.kr

²⁾ 부경대학교 대학원 토목공학과 박사수료, Ph.D. Candidate, Dept. of Civil Engineering, Pukyong National Univ.

³⁾ 부경대학교 대학원 토목공학과 석사과정, The Master's Course, Dept. of Civil Engineering, Pukyong National Univ.

⁴⁾ 부경대학교 대학원 토목공학과 석사과정, The Master's Course, Dept. of Civil Engineering, Pukyong National Univ.

SYNOPSIS : Dynamic response of buried pipelines both in the axial and the transverse directions on concrete pipe and steel pipe, FRP pipe were investigated through a free vibration analysis. End boundary conditions considered herein consist of free ends, fixed ends, and fixed-free ends in the axial and the transverse direction. Guided ends, simply supported ends, and supported-guided ends were added to the transverse direction. The buried pipeline was regarded as a beam on an elastic foundation and the ground displacement of sinusoidal wave was applied to it. Natural frequencies and mode shapes were determined according to end boundary conditions. In addition, the effects of parameters on the natural frequency were evaluated. The natural frequency is affected most significantly by the soil stiffness and the length of the buried pipelines. The natural frequency increases as the soil stiffness increases while it decreases as the length of the buried pipeline increases. Such behavior appears to be dominant in the axial direction rather than in the transverse direction of the buried pipelines.

Key words : Natural frequency, Free vibration, Axial direction, Transverse direction

1. 서 론

본 연구는 단부 경계조건과 매설관의 종류에 따른 매설관의 자유진동 거동을 규명하기 위해 Larbi(1995)에 의해 수행된 축방향의 양단고정과 축직각방향의 양단자유 및 양단힌지에 대한 자유진동 해석을 수행하고 가능한 모든 관 단부 경계조건을 고려하기 위해 축방향의 일단고정-일단자유와 축직각방향의 양단고정, 일단고정-일단자유 그리고 일단힌지-일단롤러에 대해서도 자유진동 해석을 수행하였다. Clough 등(1979)이 제시한 자유진동에 대한 지배미분방정식을 이용하여 각 경계조건에서의 모드형상 산정식을 결정한 후 고유진동수 산정식을 구하고, 이들을 이용하여 콘크리트관, 강관 그리고 FRP관에 대하여 자유진동 거동 해석을 수행하였다.

2. 매설관의 자유진동 산정식

동적 응답의 기본적인 특성과 매설관의 거동을 입증하기 위해선 우선 매설관의 고유진동수와 진동 모드형상의 결정이 필요하다. Clough 등(1979)이 제시한 자유진동에 대한 지배미분방정식을 이용하여 여러

가지 경계조건에서의 진동 모드형상 및 고유진동수를 산정할 수 있는 식을 유도하였다.

2.1 축방향의 자유진동

매설관을 탄성기초 위에 놓인 보로서 해석하였으며 축방향 자유 진동을 지배하는 미분방정식은 다음과 같다(Clough 등, 1975; Zerva 등, 1988; Larbi, 1995).

$$m \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial t^2} + C_A \frac{\partial v(y,t)}{\partial t} + K_A v(y,t) - E_p A \frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

여기서,

v (m) : 매설관을 따라 좌표 y (m)와 시간 t (sec)의 함수인 축방향 변위

m (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량

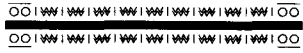

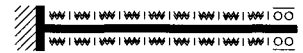
C_A (N.sec/m/m), K_A (N/m/m) : 지반과 Winkler 기초에 대한 단위 길이당 감쇠계수와 축방향 강성

E_p (N/m²), A (m²) : 매설관의 탄성계수와 단면적

축방향 지배미분방정식은 질량과 감쇠계수, 축방향강성 그리고 축방향 전파로 인해 발생하는 보의 내부력의 향으로 구성되며 변위함수를 통해 모드형상과 고유진동수의 일반해를 산출한다. 이후 단부경계조건에 대해 경계조건을 대입하여 모드형상과 고유진동수 산정식을 구한다.

축방향 자유진동에서 고려된 양단자유, 양단고정, 일단고정-일단자유 경계조건에 대한 모드형상과 고유진동수에 대한 산정식은 표 1과 같다.

표 1. 축방향 자유진동에서의 모드형상 과 고유진동수 산정식

| 단부 경계조건 | 경 계 모 델 | 모드형상, $\phi_k(y)$ |
|-----------------------|---|--|
| | 경 계 값 | 고유진동수, ω_k |
| 양단자유 (Larbi, 1995) |  | $\phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L}; k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi'(0) = 0, \phi'(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^2 \right\}}$ |
| 양단고정 (Larbi, 1995) |  | $\phi_k(y) = \sin \frac{k\pi y}{L}; k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi(0) = 0, \phi(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 \right\}}$ |
| 일단고정 일단자유 |  | $\phi_k(y) = \sin \frac{(2k-1)\pi y}{2L}; k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi(0) = 0, \phi'(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_A}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p A}{K_A} \left(\frac{(2k-1)\pi}{2L} \right)^2 \right\}}$ |

2.2 축직각방향의 자유진동

축직각방향 자유진동에 대해 지배적인 미분방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$m \frac{\partial^2 w(y,t)}{\partial t^2} + C_T \frac{\partial w(y,t)}{\partial t} + K_T w(y,t) + E_p I \frac{\partial^4 w(y,t)}{\partial y^4} = 0 \quad (2)$$

여기서,

w (m) : 매설관을 따라 좌표 y (m)와 시간 t (sec)의 함수인 축직각방향 변위

m (kg/m) : 매설관의 단위 길이당 질량







C_T (N·sec/m/m), K_T (N/m/m) : 지반과 Winkler 기초에 대한 단위 길이당 감쇠계수와 축직각방향 강성

E_p (N/m²) : 매설관의 탄성계수

I (m⁴) : 매설관의 관성모멘트

표 2에서는 축방향 자유진동과 동일한 방법으로 축직각 방향 자유진동에서 고려되는 양단자유, 양단고정, 일단고정-일단자유, 양단롤러, 양단힌지, 일단힌지-일단롤러 단부 경계조건에 대해 고유진동수와 모드형상 산정식을 나타내었다.

표 2. 축직각방향 자유진동에서의 모드형상과 고유진동수 산정식

| 단부경계조건 | 경 계 모 델 | 모드형상, $\Phi_k(y)$ |
|-----------------------|---|--|
| | 경 계 값 | 고유진동수, ω_k |
| 양단자유 (Larbi, 1995) |  | $\Phi_k(y) = \frac{\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)} \{ \cosh(\beta y) + \cos(\beta y) \} + \sinh(\beta y) + \sin(\beta y)$ |
| | $\phi''(0) = \phi''(L) = 0$ $\phi'''(0) = \phi'''(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right\}}$ |
| 양단고정 |  | $\Phi_k(y) = \frac{\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)} \{ \cosh(\beta y) - \cos(\beta y) \} + \sinh(\beta y) - \sin(\beta y)$ |
| | $\phi(0) = \phi(L) = 0$ $\phi'(0) = \phi'(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right\}}$ |
| 일단고정 일단자유 |  | $\Phi_k(y) = -\frac{\sin(\beta L) + \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) + \cos(\beta L)} \{ \cosh(\beta y) - \cos(\beta y) \} + \sinh(\beta y) - \sin(\beta y)$ |
| | $\phi(0) = \phi''(L) = 0$ $\phi'(0) = \phi'''(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \beta_k^4 \right\}}$ |
| 양단롤러 (Larbi, 1995) |  | $\Phi_k(y) = \cos \frac{(k-1)\pi y}{L}; k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi'(0) = \phi'(L) = 0$ $\phi'''(0) = \phi'''(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \left(\frac{(k-1)\pi}{L} \right)^4 \right\}}$ |
| 양단힌지 (Larbi, 1995) |  | $\Phi_k(y) = \sin \frac{k\pi y}{L}; k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi(0) = \phi(L) = 0$ $\phi''(0) = \phi''(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \left(\frac{k\pi}{L} \right)^2 \right\}}$ |
| 일단힌지 일단롤러 |  | $\Phi_k(y) = \sin \left(\frac{(2k-1)\pi}{2L} y \right); k = 1, 2, 3, \dots$ |
| | $\phi(0) = \phi'(0) = 0$ $\phi'(L) = \phi'''(L) = 0$ | $\omega_k = \sqrt{\frac{K_T}{m} \left\{ 1 + \frac{E_p I}{K_T} \left(\frac{(2k-1)\pi}{2L} \right)^4 \right\}}$ |

3. 고유진동수의 매개변수 영향

구조물의 동적응답에 영향을 미치는 가장 중요한 변수는 고유진동수다. 고유진동수는 지반의 강성뿐 아니라 매설관의 단위길이당 질량, 강성(축방향 및 축직각방향), 길이와 재료의 물성치 등과 같은 변수에 영향을 받는다. 이러한 영향을 평가하기 위해 콘크리트관과 강관, FRP관에 대하여 해석하였다. 이러한 해석은 어느 변수가 고유진동수에 가장 큰 영향을 미치는가를 알 수 있게 해주며 매설관의 종류에 따른 영향을 확인할 수 있다. 축방향 및 축직각방향 지반강성은 연약지반에 대한 값을 택하여 해석에 적용하였다(Larbi, 1995). 결과를 나타내는 그래프는 일단고정-일단자유 단부경계조건에 대하여 대표적으로 나타내었다.

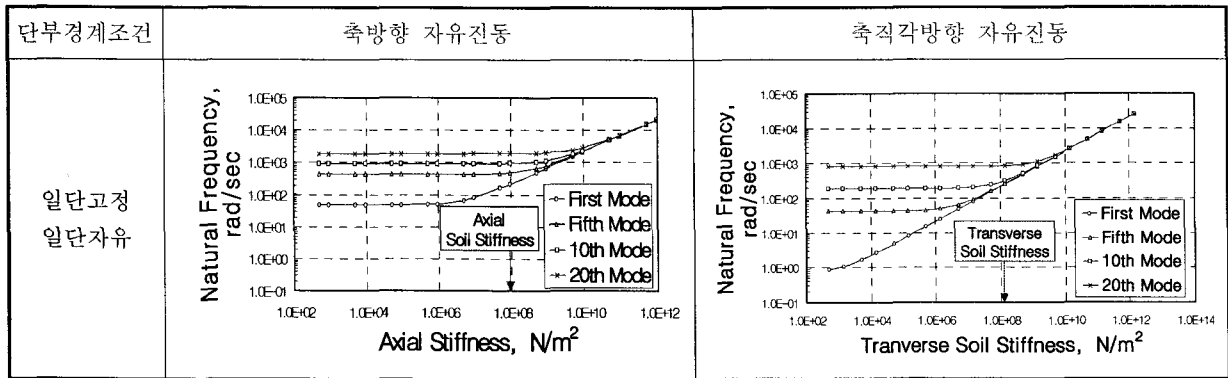
표 3. 지반강성과 각종 매설관의 재원

| 구 분 | | 기호 (단위) | 콘크리트관 | 강 관 | FRP 관 |
|-----|------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
| 매설관 | 탄 성 계 수 | E_p (N/m ²) | 2.07×10^{10} | 2.10×10^{11} | 2.20×10^9 |
| | 길 이 | L (m) | 100 | 100 | 100 |
| | 평 균 반 경 | R (m) | 1 | 1 | 1 |
| | 두 겜 | t (m) | 0.15 | 0.018 | 0.04 |
| | 단 면 적 | A (m ²) | 0.94248 | 0.11389 | 0.25635 |
| | 관성모멘트 | I (m ⁴) | 0.47389 | 0.05775 | 0.13341 |
| | 단위길이당 질량 | m (kg/m) | 2.0735×10^3 | 0.894×10^3 | 0.467×10^3 |
| 지반 | 축방향 지반강성 | K_A (N/m/m) | 9.34×10^7 | | |
| | 축직각방향 지반강성 | K_T (N/m/m) | 14.01×10^7 | | |

3.1 지반강성의 영향

지반 강성은 매설관을 지지하는 탄성기초를 나타낸다. 축방향 및 축직각방향 진동에 관한 그림 1로부터, 지반강성이 1×10^{10} N/m/m이상에서 지반의 강성이 증가함에 따라 고유진동수도 증가한다는 것을 알 수 있다. 반면, 지반강성이 1×10^{10} N/m/m이하에서 고유진동수는 어느 한계를 넘어서는 일정하게 유지되고 모드수가 증가할수록 고유진동수는 증가한다. 지반강성이 1×10^{10} N/m/m이하에서, 축방향 고유진동수는 축직각방향 진동수보다 높다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

그림 1. 지반강성에 따른 고유진동수의 변화

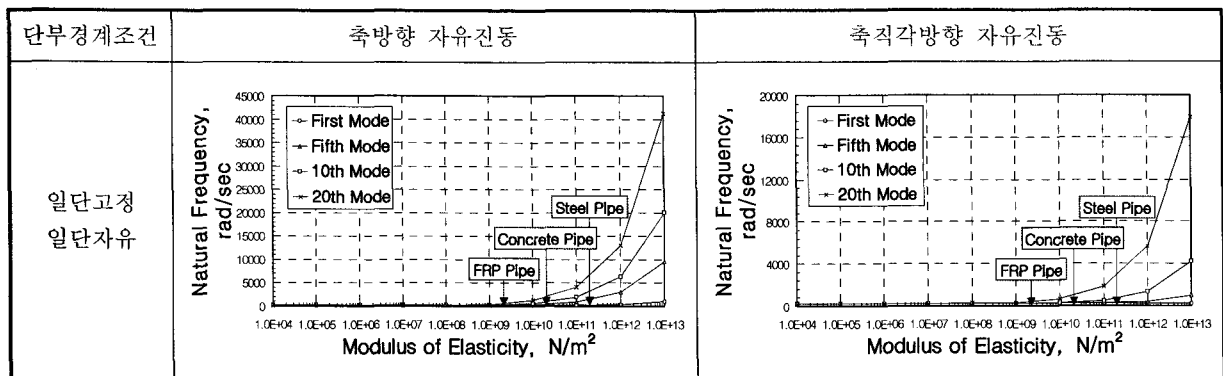


3.2 매설관의 탄성계수 영향

그림 1에서 보는 바와 같이, 고유진동수는 탄성계수 $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 을 경계로 낮은 값에서는 고유진동수의 증가가 없으며 그 이상의 값의 범위에서는 탄성계수의 증가와 함께 증가하는 것을 알 수 있다. FRP관의 경우 $2.20 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ 이라는 탄성계수 값을 가지므로 탄성계수로 인한 고유진동수의 증가는 없는 것으로 나타난다. 콘크리트관($2.07 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$)과 강관($2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)의 탄성계수 값은 고유진동수에 영향을 미침을 알 수 있다.

그림 1에서 탄성계수가 $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 보다 작거나 같은 강성을 가진 재료에 있어 탄성계수는 결정적인 요소가 아니라는 것을 적어도 처음 10개의 모드에서는 사실임을 알 수 있다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

그림 2. 탄성계수에 따른 고유진동수의 변화

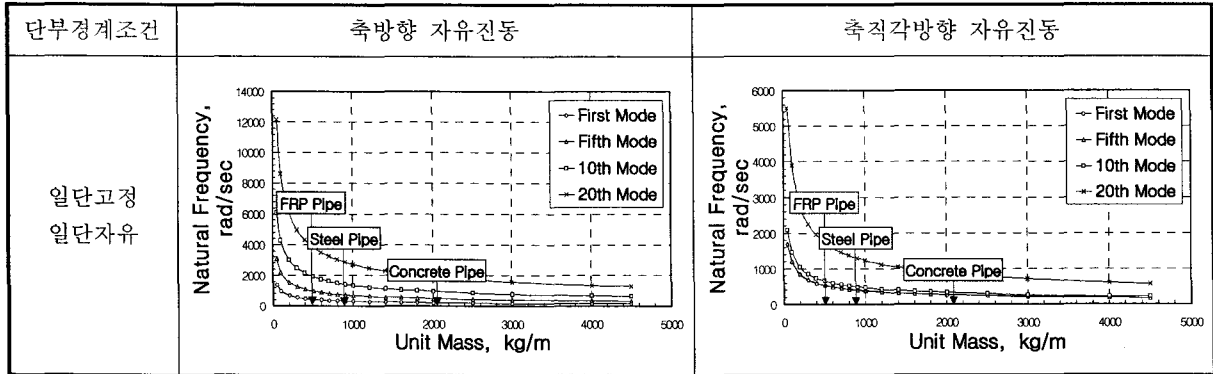


3.3 매설관의 질량 영향

그림 3에서는 고유진동수에 대해 매설관 질량의 영향을 나타내고 있다. 질량의 영향은 낮은 질량에서 크게 나타나는 것을 알 수 있으며 질량이 증가함에 따라 영향은 작아진다. FRP관의 경우 강관과 콘크리트관에 비해 매우 낮은 단위 질량($0.467 \times 10^3 \text{ kg/m}$)을 가지므로 질량으로 인한 고유진동수의 증가가 큰 것으로 나타난다. 콘크리트관은 강관과 FRP관에 비해 비교적 큰 단위 질량($2.074 \times 10^3 \text{ kg/m}$)을 가지므로 질량으로 인한 고유진동수의 증가는 가장 작은 것을 확인할 수 있다. 고려된 처음 4개의 모드와 단위 질량에 대한 대부분의 값들의 범위에 있어, 축방향 진동의 고유진동수는 축직각방향 진동에 대한 것보다 낮은 값을 나타내지만 질량을 고려한 전체 범위와 높은 모드에 대해서 반대 경향이 나타난다. 결과적으로 고유진동수에 대한 매설관의 질량에 의한 전반적인 영향은 축방향 및 축직각방향 진동, 모

두에 대해 유사하게 나타난다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

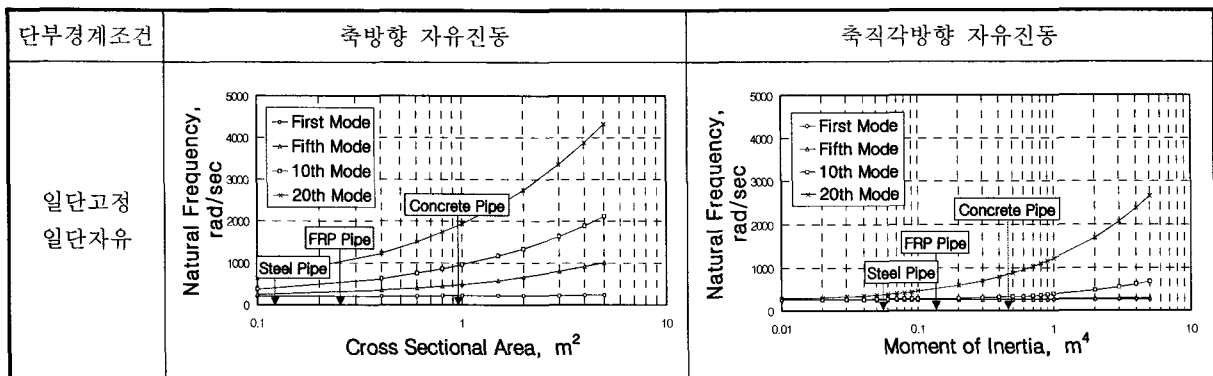
그림 3. 매설관의 단위질량에 따른 고유진동수의 변화



3.4 매설관의 횡단면적 및 관성모멘트의 영향

그림 4에서 고유진동수는 관 횡단면적과 관성 모멘트의 증가와 함께 증가한다. 증가비율은 두 경우의 모두 기본적인 고유진동수를 제외하고는 모든 모드에 대해 같은 경향을 보이고 있다. FRP관($t=0.04m$)과 강관($t=0.018m$)에 비해 콘크리트관은 두께가 $0.15m$ 로 관의 횡단면적과 관성 모멘트가 상대적으로 크며 고유진동수 또한 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

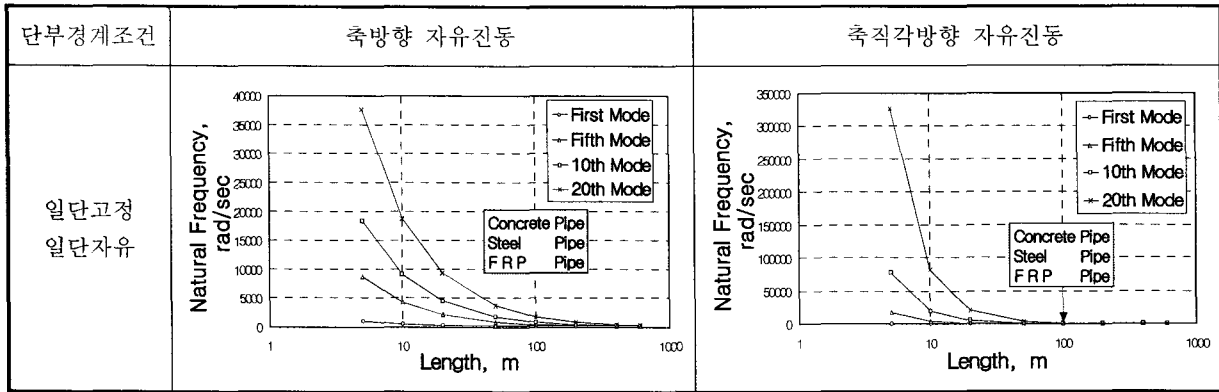
그림 4. 매설관의 횡단면적과 관성모멘트에 따른 고유진동수의 변화



3.5 매설관의 길이 영향

고유진동수에 대한 매설관의 길이에 의한 영향은 그림 5에 나타나 있다. 고유진동수는 매설관의 길이가 짧을수록 높은 값을 가지며 특히 매설관의 길이가 $100m$ 이하일 때 그런 경향이 뚜렷이 나타난다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.

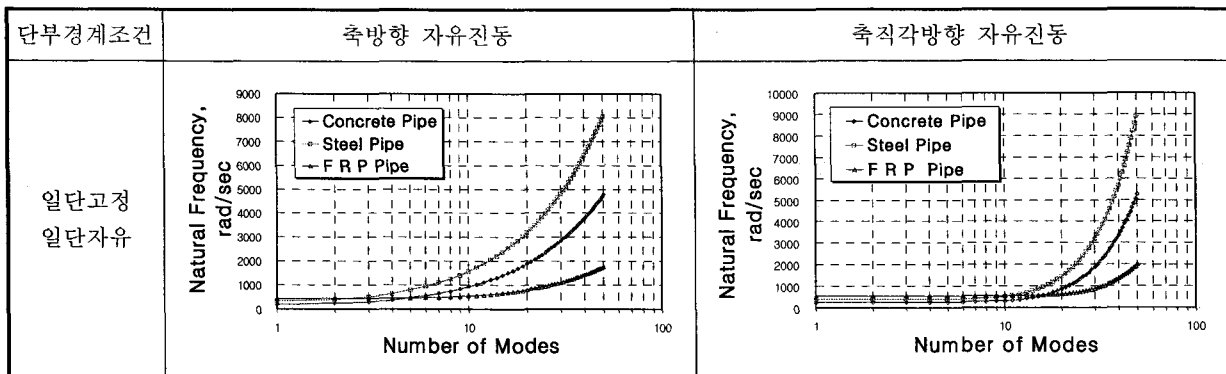
그림 5. 매설관의 길이에 따른 고유진동수의 변화



3.6 해석에 적용한 관종에 따른 영향

그림 6에 나타난 콘크리트관과 강관, FRP관의 제원에 대해서 모드수에 따른 고유진동수의 변화를 나타내었다. 관의 종류에 관계없이 축방향 진동에 비해 축직각방향 진동에서 고유진동수가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었으며 FRP관 < 콘크리트관 < 강관의 순서로 고유진동수가 크게 나타남을 알 수 있다.

그림 6. 관종에 따른 고유진동수의 변화



4. 결론

이상과 같은 고유진동수의 매개변수 영향 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 지반강성이 1×10^{10} N/m/m 이상에서 지반강성이 증가함에 따라 고유진동수는 증가하며 지반강성이 낮은 경우 ($< 1 \times 10^{10}$ N/m/m)에는 어느 한계 값까지 일정하게 유지되며 모드수가 증가할수록 증가한다.
- 2) 관의 탄성계수는 1×10^{10} N/m² 보다 작은 값에서는 고유진동수에 미치는 영향이 없으며 FRP관이 이 경우에 해당된다. 1×10^{10} N/m² 보다 높은 값일 경우에는 고유진동수가 증가하며 모드수가 증가할수록 고유진동수는 급격히 증가하고 강관과 콘크리트관이 이에 해당한다. 이러한 경향은 축직각방향에 비해 축방향 자유진동에서 뚜렷이 나타난다.
- 3) 매설관의 질량이 작은 FRP관에서 질량의 영향이 가장 뚜렷하게 나타나며 모드수가 낮을수록 질량이 클수록 고유진동수는 낮아지며 축방향에서 그 경향이 뚜렷이 나타난다.
- 4) 관의 횡단면적과 관성모멘트가 증가함에 따라 고유진동수는 증가하며 동일한 외경에 대해 두께가 가장 두꺼운 콘크리트관에서 고유진동수에 대한 영향이 뚜렷하게 나타난다.

- 5) 고유진동수는 매설관의 길이가 짧을수록 높은 값을 가지며 특히 매설관의 길이가 100m이하일 때 그런 경향이 뚜렷이 나타난다. 이러한 경향은 관 단부 경계조건의 변화에 관계없이 동일한 경향을 나타낸다.
- 6) 관의 종류에 관계없이 축방향 진동에 비해 축직각방향 진동에서 고유진동수가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었으며 FRP관 < 콘크리트관 < 강관의 순서로 고유진동수가 크게 나타남을 알 수 있다.

참 고 문 헌

1. 김성반, 정진호, 이병길 (2004), 매설관의 동적거동에 관한 연구(1), 대한토목학회학술발표회논문집, pp.5428-5433.
2. 정진호, 이병길, 장봉현, 박병호 (2005), 일단고정-일단자유 경계조건을 가진 매설관의 동적거동에 관한 연구, 대한토목학회논문집, 제25권 제1C호 pp.15-25.
3. 정진호, 이병길, 박병호 (2005), 단부 경계조건을 고려한 매설관의 동적응답해석(I), 한국지반공학회 학술논문집, pp.1148-1158.
4. Ahcene Larbi (1995), *Earthquake Resistance of Buried Pipelines*, A Thesis Submitted to the Faculty of Drexel University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, pp. 23-43.
5. Datta, T. K. and Mashally, E. A. (1986), *Pipeline Response to Random Ground Motion by Discrete Model*, Earthquake Engineering and Structural Dynamic, Vol. 14, pp. 559-572
6. Ogawa, Y. and Koike T. (2001), *Structural design of buried pipelines for severe earthquake*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering Vol. 21, pp.199-209.