

실험적 연구를 통한 모래입자 형상이 토질정수에 미치는 영향 Experimental Study on Effects of Sand Particles Shape on Geotechnical Properties

신은철¹⁾, Eun-Chul, Shin, 김종인²⁾, Jong-In, Kim, 이한진³⁾, Han-Jin, Lee

¹⁾ 인천대학교 토목환경시스템공학과 교수, Professor, Dept. of Civil & Environmental System Engineering, University of Incheon.

²⁾ 인천대학교 토목환경시스템공학과 박사수료, Graduate Student, Dept. of Civil & Environmental System Eng, University of Incheon

³⁾ 인천대학교 토목환경시스템공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil & Environmental System Engineering, University of Incheon.

SYNOPSIS : Several soil parameters such as particle characteristics, geological element, drainage and loading conditions are influenced on the shear strength of soil. The characteristics of soil particles are important factor to the shear strength of soil. However, this component is not well considered in the determination of soil strength in Korea. The particle shape of sand was analyzed by utilizing SEM(Scanning Electron Micrograph) and compared its results in terms of aspect ratio, angularity and roughness. Based on the determined soil parameters, the ultimate bearing capacity of sandy ground was estimated by using Terzaghi bearing capacity equation.

Key words : Aspect ratio, Angularity, Roughness, Formfactor, Particle shape

1. 서 론

지반의 강도에 영향을 미치는 요소에는 입자고유의 특성(견고성, 비중, 형상, 각짐성, 입자크기, 입도분포), 지질학적 요소(모래의 이력, 퇴적조건, 초기의 상대밀도와 구성), 주변 및 하중조건 (배수, 비배수 상태의 하중) 등과 같은 것들이 있다. 이중에 입자 형상에 따른 특성이 있는데, 최근 외국에서는 이러한 입자형상에 대한 중요성이 부각되어 이에 대한 활발한 연구가 진행 중이나(Janoo; Maupin; Chu-Yi and Reed), 아직 국내에서는 이러한 연구가 미비한 실정이다. 본 연구에서는 모래입자 형상에 따른 여러 가지 특성을 파악하기 위해 입자 형상에 대한 3가지 정수, 즉 형상비, 각짐성, 표면 거칠기를 SEM(Scanning Electron Micrograph) 사진을 활용하여 구하고 형상별로 비교하였다. 또한, 입자의 형상, 입경이 다른 모래를 비중, 입도분포, 투수계수시험, 전단강도시험, 안식각에 대한 시험 등을 실시하여 기본적 물성치를 산출, 비교하였다. 여러 실험으로 산출된 모래의 물성치와 입자의 형상에 따른 전단마찰각을 이용하여 극한 지지력을 Terzaghi 지지력 방정식으로 평가하였다.

2. 모래의 물성시험

2.1 시료의 종류

시료로는 자연적으로 형성된 모래와 인공 모래를 사용하였는데, 콘크리트 압축강도용 시험시료로 쓰이는 주문진 표준사와 덕적도 해사, 인천 해사, 인공사를 사용하였고, 입경별로도 구분을 하였다. 그 내용은 다음 표 1과 같다.

표 1. 시험에 사용한 시료의 종류

| 시료명 입경 | 주문진 표준사 | 덕적도 해사 | 인천 해사 | 인공 모래 |
|-----------|---------|--------|-------|-------|
| #40~#60 | | ○ | ○ | |
| #20~#40 | ○ | ○ | ○ | ○ |
| #10~#20 | | | ○ | ○ |
| 자연상태 | | ○ | ○ | |

주문진 표준사의 입도분석결과 #20~#40에 집중되는 모습을 볼 수 있었다. 따라서, 형상별 4가지 시료의 비교는 #20~#40의 입경의 시료로 시험을 실시하였다.

2.2 물성시험

4가지 형태의 모래의 기본 물성치를 산출하기 위하여 입도시험(KS F 2302), 비중시험(KS F 2308), 안식각시험, 직접전단시험(KS F 2343), 정수두 투수시험(KS F 2322)을 실시하였다. 안식각시험은 실제 형상을 축소시킨 모형으로 일정한 양의 모래를 수직으로 낙하하면 그 쌓이는 형상을 이용해 시험하였다. 입도분포 시험은 #4, #8, #10, #20, #40, #60, #80, #100, #140, #200의 체를 사용하여 각각의 입도 경향을 분석하였다. 모래의 입도시험결과는 그림 1에 나타내었으며, 비중은 4가지 경우의 모래가 모두 2.65의 값을 나타내었다.

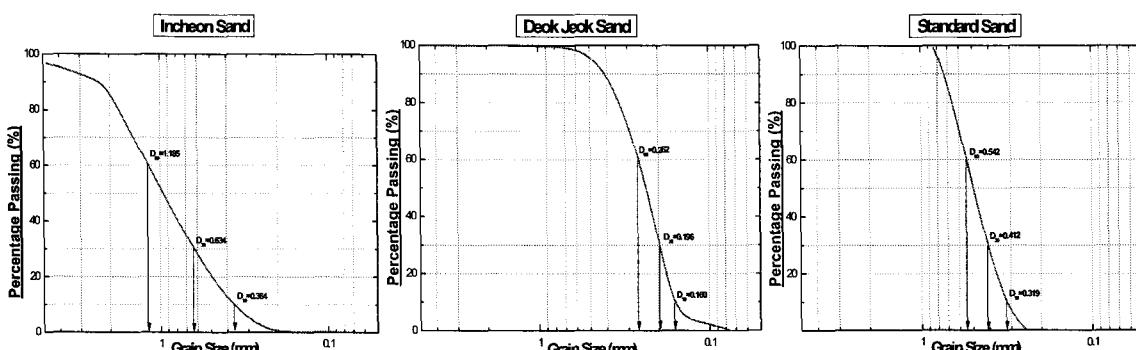


그림 1. 모래의 입도분포 그래프

입도분포 그래프의 결과에서 볼 수 있듯이 균등계수와 곡률계수는 인천해사 $C_u = 3.2555$, $C_c = 0.9319$, 덕적도해사 $C_u = 1.6375$, $C_c = 0.9164$, 주문진 표준사 $C_u = 1.6991$, $C_c = 0.9817$ 의 값을 나타내었다.

안식각은 사면과 수평면이 이룬 자연적인 각도로 물체가 사면에 머물 수 있는 최대각을 일컫는다. 본 시험에서는 각 시료별, 입경별로 높이를 바꾸어 가며 수직으로 낙하시켜 그 형상을 3가지 방법 : ① 각도기를 이용한 방법, ②최정점과 최저점과 그 거리를 이용한 삼각법, ③사진 촬영 후 그 모습을 보고 측

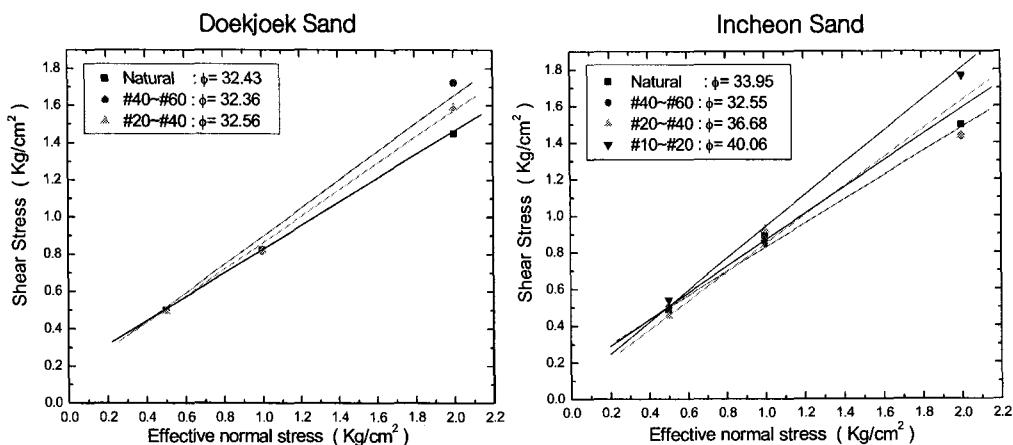
정한 방법을 종합하여 수회 반복 후, 그 결과를 평균하여 결과를 산출하였다. 표 2는 안식각 시험 결과를 나타내고 있다.

표 2. 낙하고별 안식각 결과

| 시료의 종류 | 안식각(°) | | | |
|---------|---------|---------|---------|-------|
| | 20cm 낙하 | 30cm 낙하 | 40cm 낙하 | |
| 인천 해사 | #10~20 | 38.8 | 38.56 | 38.7 |
| | #20~40 | 36.08 | 36.25 | 36.49 |
| | #40~60 | 35.55 | 35.83 | 35.96 |
| | 자연상태 | 35.78 | 35.8 | 35.88 |
| 덕적도 해사 | #20~40 | 35.9 | 36.09 | 36.24 |
| | #40~60 | 34.82 | 35.36 | 35.89 |
| | 자연상태 | 34.86 | 35.64 | 35.91 |
| 주문진 표준사 | #20~40 | 34.7 | 35.17 | 35.83 |
| 인공사 | #10~20 | 41.05 | 42 | 42.75 |
| | #20~40 | 39 | 39.13 | 39.22 |

일반 자연 상태에서 사구는 32~33도의 안식각을 갖는데 이것은 자연적인 여러 현상(바람, 함수비, 우수)에 의한 효과가 내포되나 본 시험에서는 이러한 것을 배제한 절대 건조 상태에서 시험을 하여 전체적으로 큰 값이 나왔다. 위 결과를 분석하여 보면 먼저 시료의 입경이 클수록 안식각이 커짐을 알 수 있다. 또 낙하 높이가 높아질수록 안식각이 크게 나옴을 볼 수 있는데 이것은 위치에너지가 낙하에너지로 변하면서 타격을 주면서 쌓이기 때문이다. 자연 모래보다 인공모래가 월등히 큰 값은 나타내는데 이것은 입자형상이 모가 많이 나고 거칠수록 입자 서로의 맞물림(Inter-locking)효과에 의해 더욱 단단히 결합되기 때문인 것으로 판단된다.

모래의 전단강도는 전단변형시 모래 입자들의 미끄럼마찰(Sliding friction), 입자 재배열 효과(Particle reorientation effect), 부피 팽창 효과(Dilatance effect)에 의한 전단저항으로 발생된다. 전단강도는 모래입자의 마찰저항이 법선력에 비례하기 때문에 구속응력의 증가에 따라 엇물림도 커지게 된다. 또한 입도분포가 좋은 모래일수록 접촉면적이 많아지고 엇물림 상태가 양호해지기 때문에 전단강도의 증가를 가져온다. 모가 난 입자의 경우 둥근 입자에 비해 입자간의 엇물림이 양호하기 때문에 전단강도는 입자의 형상에 영향을 받는다.



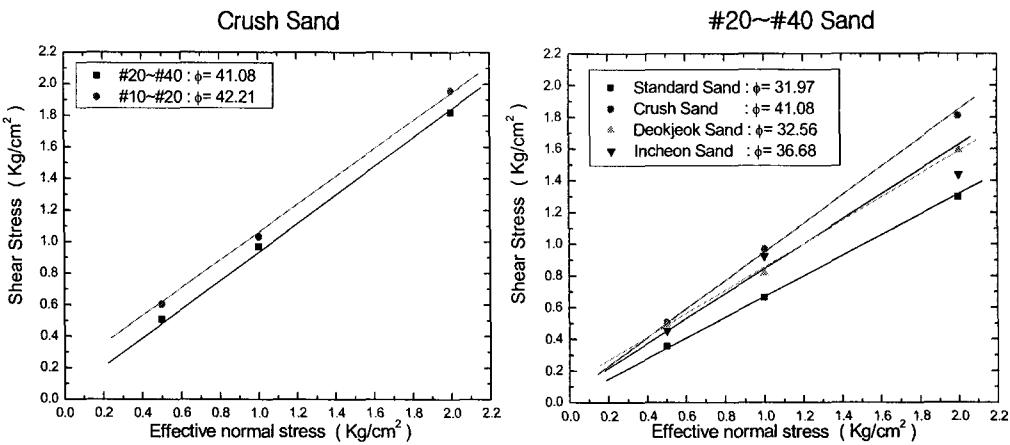


그림 2. 직접전단 시험 결과 그래프

표 3. 시료의 종류별 내부 마찰각(ϕ) 현황

| 시료의 종류 | 내부 마찰각(ϕ) | |
|---------|------------------|-------|
| 인천 해사 | #10~20 | 40.06 |
| | #20~40 | 36.68 |
| | #40~60 | 32.55 |
| | 자연상태 | 33.95 |
| 덕적도 해사 | #20~40 | 32.56 |
| | #40~60 | 32.36 |
| | 자연상태 | 32.43 |
| 주문진 표준사 | #20~40 | 31.97 |
| 인공사 | #10~20 | 42.21 |
| | #20~40 | 41.08 |

직접전단 시험결과는 그림 2와 같고, 표 3은 시료의 종류별 내부마찰각을 표로 나타낸 것이다. 위 결과를 보면 각 시료별로 입경이 클수록 내부마찰각이 크다는 것을 알 수 있다. 또 자연 모래에 비해 인공 모래가 더 큰 것을 볼 수 있다.

투수계수는 물이 흙을 통하여 흐를 수 있는 공간을 측정하는 것으로 유체의 점성, 간극크기의 분포, 입도분포, 간극비, 입자의 거칠기, 흙의 포화도 등에 영향을 받는다. 따라서 지반 내에서의 물의 흐름은 모세관 역할을 하는 상호연결 되어 있는 간극을 통해 이루어진다. 모래에서의 투수계수는 다음과 같은 인자에 의해 영향을 받는다. 먼저, 모래입자의 여러 형상과 크기는 입자 정렬에 대한 접촉면적을 변화시켜 시료를 통과하는 유수의 투수에 영향을 미친다. 또한 간극비는 투수 시 간극을 통해서만 흐르게 되므로 투수계수와 밀접한 관계를 갖는다. 일정한 간극비를 유지하는 시료의 포화도 증가는 이를 통하여 물이 흐를 수 있도록 간극부피가 증가하게 되므로 투수성이 양호해진다.

이번 시험의 목적은 모래의 입자의 형상에 따른 투수성의 차이를 확인하기 위하여, (투수성이 큰 조립토의 투수계수 측정에 적당한) 정수두 투수 시험을 실시하였다.

본 시험목적이 입자형상에 의한 투수계수의 차이를 알아보기 위한 것이므로 투수단면의 간극을 일정하게 맞춘 상태에서 시험을 실시하였다.

표 4. 시료의 종류별 투수계수 현황

| 시료의 종류 | | 투수계수(cm/sec) |
|---------|--------|--------------|
| 인천 해사 | #10~20 | 0.6151 |
| | #20~40 | 0.01246 |
| | #40~60 | 0.0396 |
| | 자연상태 | 0.0738 |
| 덕적도 해사 | #20~40 | 0.1392 |
| | #40~60 | 0.0415 |
| | 자연상태 | 0.0699 |
| 인공사 | #20~40 | 0.1069 |
| 주문진 표준사 | #20~40 | 0.1624 |

본 투수시험 결과, 입자가 커질수록 투수계수가 커지는 결과를 보였고, 같은 입도에서 시료별로 투수계수를 비교해 본 결과 인천해사, 덕적도, 인공모래, 표준사 순으로 작아지는 결과를 확인할 수 있었다. 이 결과는 간극이 같더라도 입자가 큰 모래일수록 간극의 상태가 유로를 형성하기에 좋은 조건이 되어 투수계수가 크게 나온 것으로 판단되며 시료별로는 안식각이나 전단강도가 큰 인공모래, 덕적도, 인천해사 순으로 작아지는 결과를 확인할 수 있었다.

3 형상계수 측정

3.1 형상구조(구성) 지수

입자모양의 형상지수는 입자 크기계수를 합성하고 차원정리를 통해서 구할 수 있다. 문제점은 형상지수를 어떠한 입자에 적용해서 선택하고 구성하느냐하는 방법이다. 골재의 기하학적인 요철이 얼마나 지지력 향상에 영향을 주는지 연구하는 것은 골재의 기하학적인 요철이 확실하게 묘사되어지는 것을 필요로 한다. 바꾸어 말하면 그것은 골재의 형상, 둑글기 정도, 표면거칠기가 반영되어지는 것이다. 또한 이러한 계수는 기술적인 작업과도 연관되어진다. 알고있는 형상지수 중에 $\frac{4\pi \times \text{골재면적}}{\text{골재입자둘레길이}^2}$ 으로 정의되는

형상계수는 가장 많이 사용되는 지수이다. 형상계수가 1에 가까우면 부드러운 둑근 자연상태의 모래이고, 반면에 각지고 거친 인공모래는 형상계수가 1보다 작게 된다. 이것은 형상계수가 사실적으로 동심원의 원주와 골재입자의 둘레길이 사이에 비율이 있다는 것을 보여주고 있다.

$$4\pi \times Area = 4\pi \times \left(\frac{\pi}{4} d_{circle}^2\right) = (\pi \times d_{circle})^2 = (Perimeter_{circle})^2 \quad (1)$$

때문에 형상계수는 $\left(\frac{\text{동심원의 원주}}{\text{입자의 둘레길이}}\right)^2$ 이 된다.

여기서, $d_{circled}$ 은 동심원의 직경이고 $Perimeter_{circle}$ 은 동심원의 원주가 된다. 형상계수가 1보다 큰 값을 가지게 되면 원이 되고 작은 값을 가지게 되면 둑근 모양에서 벗어나거나 입자끝이 거칠게 된다. 형상계수는 명백하게 골재의 형상, 각짐성, 표면 거칠기의 변화를 반영한다. 더욱이 형상계수는 입자모양의 묘사를 위한 훌륭한 지수가 되고, 각각의 지수들은 입자의 형상, 각짐성, 표면 거칠기로 구성되어진다. 골재모양의 첫 번째 요소로 형상을 위해 제안되어진 형상지수는 형상비이다.

$$\text{형상비} = \frac{\text{길이}}{\frac{\text{폭}}{\text{폭}}} \quad (2)$$

형상비는 폭 분에 길이의 비로 정의된다. 형상비가 1에 가까우면 입방체 혹은 둥근 모양의 골재가 되고 1보다 큰 값을 가지게 되면 기다랗고 납작한 골재가 된다. 골재모양의 두 번째 요소로 각짐성의 형상지수는 다음과 같다.

$$\text{각짐성} = \left(\frac{\text{골재입자의 볼록한 부분을 연결한 원주}}{\text{타원의 원주}} \right)^2 \quad (3)$$

여기서 Perimeter_{convex}는 입자의 볼록한 부분을 연결한 원주이고 Perimeter_{ellipse}는 동심타원의 원주이다. 볼록한 부분을 연결한 원주(Perimeter_{convex})는 폐다각형의 원주이고 그것은 입자 경계와 가장 근접하는 요소로 고려되지만 표면 거칠기는 각짐성으로 판단할 수 없다. 동심원의 원주를 대신해서 동심타원의 원주는 원과 타원이 둑근 정도를 판단하는데 고려되기 때문에 사용되어진다. 그것들의 차이점은 그것의 각짐성이 아니라 형상비이다. Mackey는 둑근 정도를 측정하는 여러 방법을 시사하였고 입자 외곽선을 구하는 기초로 한가지 방법을 추천하였다. 그는 “완벽한 타원체”는 둑깎성이 1.0이라고 가정했다. 사실 구는 세축이 동일한 특별한 경우의 타원체이다. 이것의 형상지수인 각짐성은 형상비와 표면거칠기의 효과가 배제된 상태에서 측정되어야 하고 입자모양의 두 번째 요소인 둑글기 정도로 확인한 계수로 고려되어야 한다. 각짐성은 기술적인 문제와 그것을 측정하는 것이 둑글기 정도를 측정하는 것보다 쉽기 때문에 사용되어졌다. 원과 타원 둘 다의 각짐성은 1이 될 것이다. 각진 입자의 경우 그것의 각짐성은 1보다 크게 될 것이다. 그러므로 큰 값의 각짐성은 보다 크게 입자가 각이 지어있는지의 정도를 나타낸다. 입자 모양의 세 번째 요소로, 표면 거칠기의 형상지수는 다음과 같다.

$$\text{거칠기} = \left(\frac{\text{원주}}{\text{볼록한 부분을 연결한 원주}} \right)^2 \quad (4)$$

여기서 Perimeter_{convex}는 폐다각형의 원주가 된다.

요약하면, 형상 지수인 형상비, 각짐성, 거칠기는 골재를 표현하는 형상, 둑글기 정도, 그리고 표면 거칠기를 위해 제안되었다. 대개의 형상지수인 형상계수는 사실적으로 세가지 지수의 합수이다. 타원과 원의 관계를 따르면

$$\text{타원의원주} = \sqrt{\frac{1 + \text{형상비}^2}{2 \times \text{형상비}}} \times \text{동심원의원주} \quad (5)$$

형상계수는 형상비, 각짐성, 거칠기를 포함하는 합수로 균등하게 나타낼수 있다.

$$\frac{1}{\text{형상계수}} = \frac{1 + \text{형상비}^2}{2 \times \text{형상비}} \times \text{각짐성} \times \text{거칠기} \quad (6)$$

위에서 제안된 형상 지수는 물리적인 평균값을 내포하고 형상 분석 체계의 사용으로 매우 쉽게 얻어질수 있다. 입자의 형상, 둑깎성, 표면거칠기 각각의 효과의 능력은 매우 유용하고 골재의

기하학적 유통불통함과 지지력의 향상에 심도 있는 연구를 하는데 유용할 것이라고 판단된다.

3.2 형상계수의 계산

형상비(Aspect ratio)를 구하기 위하여, 입자 형상과 근사한 타원을 그린 후 타원의 중심에서 최장변과 최단변을 구한다. 형상비는 최장변과 최단변의 비로써 나타낼 수 있다. 여기서, Aspect ratio는 형상비, Length는 최장변, Width는 최단변을 나타낸다. 그림 3은 형상비 계산의 예를 보여준다.

$$Aspectratio = \frac{Length}{Width} \quad (7)$$

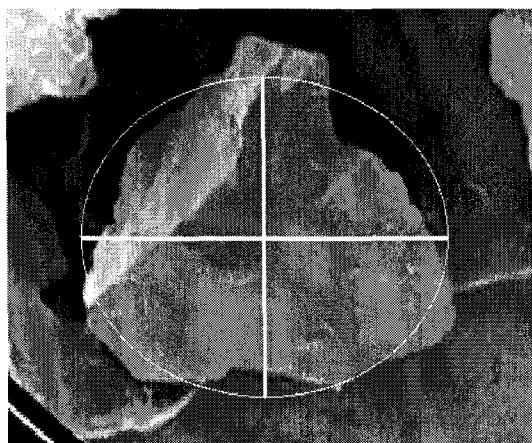


그림 3. 형상비 계산의 예

각점성(Angularity)을 구하기 위해서는 입자 형상에 따라 그림과 같이 입자 둘레의 길이와 면적을 구한다. 동일 면적에 상응하는 원의 원주를 구한다.

$$Perimeter_{ellipse} = \sqrt{\frac{1 + Aspect\ ratio^2}{2 \times Aspect\ Ratio}} \times Perimeter_{circle} \quad (8)$$

여기서, $Perimeter_{ellipse}$: 타원의 원주

$Perimeter_{circle}$: 동일면적에 대한 원의 원주

$Aspect\ ratio$: 형상비

$$Angularity = \left(\frac{Perimeter_{convex}}{Perimeter_{ellipse}} \right)^2 \quad (9)$$

입자의 거칠기(Roughness)는 입자의 불록한 부분을 연결한 폐곡선의 길이(그림 4)와 입자 둘레의 길이(그림 5)로 구한다.

$$Roughness = \left(\frac{Perimeter_{-}}{Perimeter_{convex}} \right)^2 \quad (10)$$

여기서, Roughness : 거칠기

Perimeter : 입자 둘레의 길이

Perimeter_{convex} : 입자의 볼록한 부분을 연결한 폐곡선의 길이

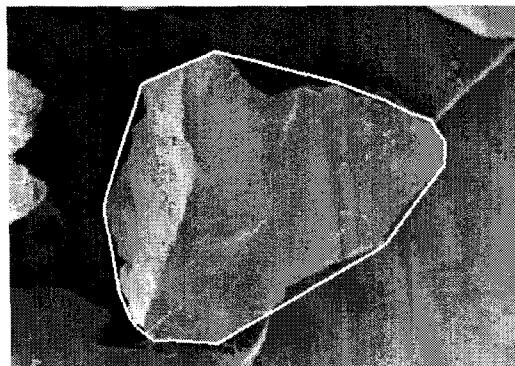


그림 4. 입자의 볼록한 부분을 연결한 폐곡선의 길이

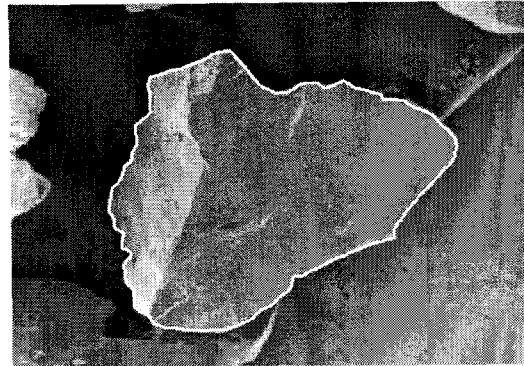


그림 5. 입자 둘레의 길이

위의 각 정수들을 사용하여 다음과 같은 공식을 이용하여 형상계수(Formfactor)를 산출한다.

$$\frac{1}{Formfactor} = \frac{1 + Aspect\ ratio^2}{2 \times Aspect\ ratio} \times Angularity \times Roughness \quad (11)$$

위의 각 방법으로 형상별 SEM 촬영한 사진은 그림 6~그림 9와 같고, 각 계수를 산출, 정리하면 <표 5>와 같다.

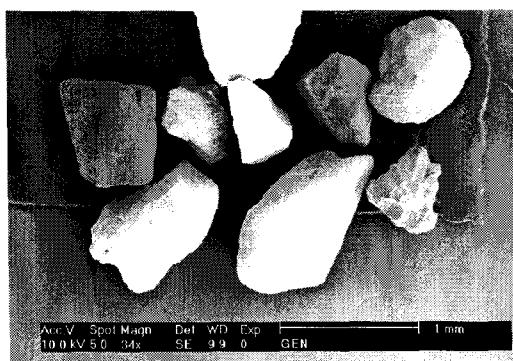


그림 6. 인천 해사 SEM 촬영 사진 (50배)

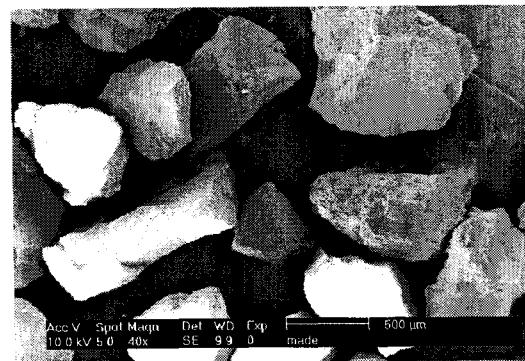


그림 7. 인공사 SEM 촬영 사진 (50배)

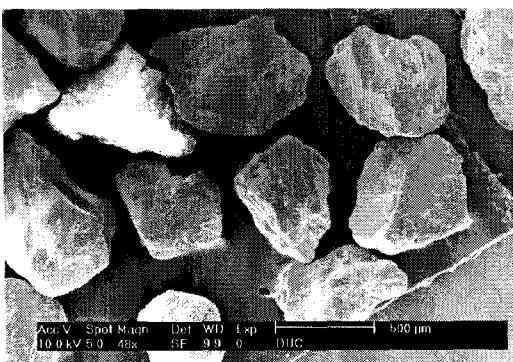


그림 8. 덕적도 해사 SEM 촬영 사진 (50배)

표 5. 형상계수 계산

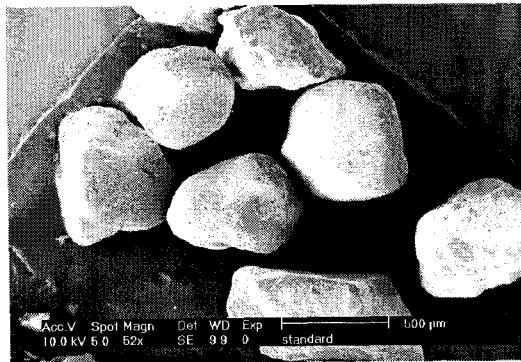


그림 9. 주문진 표준사 SEM 촬영 사진 (50배)

| 형상계수 시료 | Aspect ratio | Angularity | Roughness | FormFactor |
|------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 인천 해사 | 1.6341 (1.3382~2.0656) | 1.1407 (1.0620~1.3435) | 1.0583 (1.0000~1.1710) | 0.7471 (0.6388~0.8297) |
| 인공사 | 1.8360 (1.2037~2.6739) | 1.0612 (0.9619~1.1252) | 1.0658 (1.0397~1.1057) | 0.7229 (0.5988~0.8227) |
| 덕적도 해사 | 1.4982 (1.1316~1.8468) | 1.1045 (0.9217~1.1189) | 1.04284 (1.0095~1.0851) | 0.8387 (0.8026~0.8950) |
| 주문진 표준사 | 1.3839 (1.1034~1.6667) | 1.0534 (1.0356~1.1264) | 1.0198 (1.0000~1.0412) | 0.8851 (0.8432~0.9438) |

4. 지지력 계산

입자의 형상에 따른 전단 마찰각을 이용하여 극한 지지력을 Tezaghi의 방정식으로 구해보았다. 전단 저항각에 의한 지지력 산출 결과(표 6 참조) 형상계수값이 작을수록 지지력 값이 커짐을 확인할 수 있었다.

표 6. 각 시료의 지지력 현황

| 지지력 시료의 종류 | #10~20 | 극한 지지력 q_u (t/m ²) | 허용 지지력 q_a (t/m ²) |
|---------------|--------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 인천 해사 | #20~40 | 60.8100 | 20.2690 |
| | #40~60 | 25.9643 | 8.5648 |
| | 자연상태 | 26.0072 | 8.669 |
| | 자연상태 | 28.9683 | 9.6561 |
| 덕적도 해사 | #20~40 | 40.4979 | 13.4993 |
| | #40~60 | 25.4957 | 8.4986 |
| | 자연상태 | 25.7742 | 8.5913 |
| 주문진 표준사 | #20~40 | 24.4570 | 8.1520 |
| 인공사 | #10~20 | 78.5536 | 26.1485 |
| | #20~40 | 68.5933 | 22.8644 |

5. 결 론

본 연구에서는 모래입자 형상에 따른 여러 가지 특성을 파악하기 위해 입자 형상에 대한 3가지 정수, 즉 형상비, 각짐성, 표면 거칠기를 SEM(Scanning Electron Micrograph)사진을 활용하여 구하고 입자의 형상, 입경이 다른 모래를 여러을 실시하여 기본적 물성치를 산출, 비교하였다. 실험으로 산출된 모래의 물성치와 입자의 형상에 따른 전단 마찰각을 이용하여 극한 지지력을 Terzaghi 지지력 방정식으로 평가한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- (1) 형상계수는 1에 가까울수록 둥근 구형에 가까운 입자 형상을 나타내고 작은 값일수록 납작하고 각진 형상을 나타내는데 이번 실험 결과를 확인해보면 형상계수 값에 따라서 주문진 표준사, 덕적도 해사, 인천 해사, 인공사 순으로 형상이 납작하고 각짐을 확인할 수 있었다.
- (2) 투수계수는 주문진 표준사, 덕적도 해사, 인천 해사, 인공사 순으로 작아짐을 알 수 있었는데. 이것은 입자의 형상이 각지고 납작할수록 유로가 길어지고 저항이 크기 때문이라고 판단된다.
- (3) 안식각 시험 결과 입자의 형상이 납작하고 각진 인공사가 가장 큰 값을 보이고, 가장 구형에 가까운 주문진 표준사가 가장 작은 값을 나타내었다. 이것은 입자의 형상이 납작하고 각질수록 입자 상호간의 맞물림(inter-locking)효과에 의해 더 높은 각을 나타낸다.
- (4) 전단 시험 결과는 형상계수 값이 작을수록 전단 저항각이 크게 나타남을 알 수 있었다.
- (5) 전단 저항각에 의한 지지력 산출 결과 형상계수 값이 작을수록 지지력 값이 커짐을 확인할 수 있었다.

형상계수 값이 작을수록 입자상호 간의 맞물림 효과에 의하여 지반 강도가 다른 모래에 비해 월등함을 확인할 수 있다. 이로써 형상계수 값이 작은 인공사의 경우 구조물의 기초 건설재료용으로 또 지반 개량용으로 사용하면 지반 강도의 증가를 기대할 수 있을 것이라고 판단된다.

참 고 문 헌

1. Chu-Yi Kuo and Reed B. Freeman (2000), "Imaging indices for Quantification of shape, Angularity, and Surface Texture of aggregate", Transportation Research Record 1721, Paper NO. 00-0686
2. Janoo, V. C. (1998) "Qualification of Shape, Angularity and Surface Texture of Base Course Materials". Special Report 98-1. Cold Regions Research and Engineering Laboratory, U.S. Army Corps of Engineers
3. Maupin, G.W., Jr. (1970) "Effect of Particle Shape and Surface Texture on the Fatigue Behavior of Asphalt Concret, In Highway Record 313, HRB, National Research Council, Washington, D.C., pp. 55~62