

균질화법을 이용한 복합지반물질의 역학적 특성 해석 Analysis of Elastic Behavior of Composite Geomaterials Using Homogenization Theory

서용석¹⁾, Yong-Seok Seo, 임성빈²⁾, Sung-Bin Yim, 백용³⁾, Yong Baek, 권오일⁴⁾, O-Il Kwon

- 1) 충북대학교 지구환경과학과 조교수, Assistant Professor, Dept. of Earth & Environmental Sciences, Chungbuk Nat'l University
- 2) 충북대학교 지구환경과학과 박사과정, Graduate Student, Dept. of Earth & Environmental Sciences, Chungbuk Nat'l University
- 3) 한국건설기술연구원 지반연구부 선임연구원, Senior Researcher, Geotech. Engrg. Division, Korea Institute of Construction Technology
- 4) 한국건설기술연구원 지반연구부 연구원, Researcher, Geotech. Engrg. Division, Korea Institute of Construction Technology

SYNOPSIS : Conglomerates and core-stones are the typical composite geomaterials that are composed of a weak matrix and a strong pebble part. In general, we couldn't analyze the composite geomaterials by using empirical rock classification methods. In the study, a series of analyses of elastic behavior of composite geomaterials are carried out by using homogenization theory. 45-case models are made with considering 3 kind of factors such as gravel content, size and strength of matrix. Those are applicable to various composite geomaterials of conglomerates and core-stones. The size of analysis model is large enough to exceed REV.

Key words : Homogenization theory, Composite geomaterials, REV, Elastic modulus

1. 서 론

암반은 일반적으로 생성환경 및 지질학적 조건에 따라 균질하지 못하다. 특히 기질과 역의 성분차이가 심한 역암 또는 각력암이나, 동일한 암석에서의 풍화차에 의해 생성되는 핵석 등은 복합물질로 구성된 불균질 암반에 해당된다. 사면과 터널 및 지하구조물의 설계에 있어서 이들 복합지반물질의 역학적 물성 및 거동 평가 시 지반의 불균질성을 고려한 접근이 필요하다.

일반적으로 사용되는 RMR 분류나 Q분류는 절리면의 발달 정도와 상태에 의존하는 경험적인 암반분류법이다. 그러나 고결상태가 불량한 역암이나 핵석 등은 연장성이 긴 절리의 발달이 없고 내부의 부분적인 균열이 발달해 있어 피상의 약한 암반으로 간주할 수 있으며, 거력층의 경우는 RQD가 과대평가 될 수 있어 이들 경험적인 암반분류법을 사용하기 곤란하다. 따라서 김택곤 등(2004)은 경주지역에 분포하는 제3기 미고결 역암퇴적층을 대상으로 지표지질조사, 물리탐사, 시추조사 등을 통해 지하수에 의한 변질과 강도에 의한 고결도에 따른 역암층의 암반분류를 제시한 바 있다. 그리고 양홍석 등(2002)과 이수곤 등(2004)은 시멘트를 이용하여 핵석 모형을 제작하여 일축압축시험 및 삼축압축시험을 실시하여, 핵석을 포함하는 풍화층의 지반강도정수를 산정하였다. 최근에는 절리를 고려한 암반의 해석을 위해 개별

요소법의 원리를 기본으로 한 PFC2D가 사용되기도 한다(박의섭 등, 2005).

본 연구에서는 역을 포함하는 다양한 압반조건을 가정하여, 이들의 역학적 특성을 산정하기 위하여 균질화법을 사용하였다. 해석에 있어서 역의 함유량과 크기 그리고 기질의 고결도에 따른 역학적 변화에 주목하였으며, 역의 형태나 분급을 고려한 해석은 이어지는 연구에서 제시할 예정이다. 일반적으로 균질화법을 이용하여 복합체의 유효한 탄성계수를 구할 때에는 그 복합체의 특성을 충분히 반영하고 있는 대표요소체적(Representative Elementary Volume, REV)을 설정하고, 이 대표요소에서의 응력-변형을 관계로부터 유효 탄성계수를 구하는 방법을 사용한다. 따라서 본 연구 사용된 모델의 크기는 기존의 연구자들에 의해 연구된 REV를 충분히 초과하는 모델 크기를 적용하였다.

2 수치해석

2.1 균질화법에서의 탄성해석

균질화법은 섭동법(Perturbation method)을 이용하여 변수를 전개함으로써 주기적인 내부구조를 가지는 이질재료 (Heterogeneous material)에서 그 주기가 실제 구조의 크기에 비하여 매우 작은 경우 그 주기적 성질을 이용하여 유효 물성치를 계산하는 이론이다(Sanchez-Palencia, 1980; Seo et al., 2002). 그림 1에 나타난 것처럼 이질적인 구성요소가 규칙적으로 분포된 주기적 구조를 가진 재료는 그 물성치가 규칙적이면서도 미시적으로는 급격히 변화하는 특징이 있다.

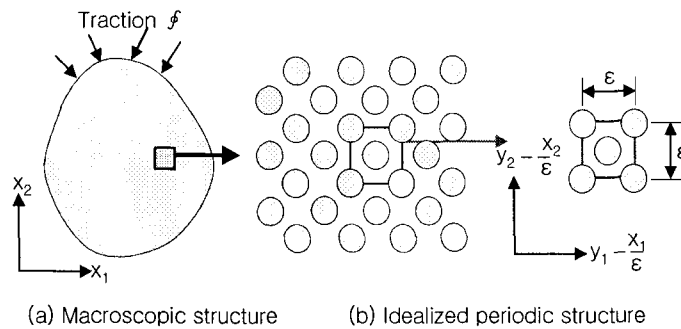


그림 1. Macroscopic and microscopic periodic structure.

먼저 균질화법을 이용하여 해석대상의 물성치를 표현하기 위해 거시적 거동의 표시는 x 좌표로 표현하고, 미시적거동은 y 로 표현한다. 이들 좌표계는 주기 ϵ 에 의하여 다음 식과 같이 표현된다.

$$y_i = \frac{x_i}{\epsilon} \quad (1)$$

여기서, 스케일이 ϵy_i 인 기본구조를 단위 셀이라고 하고, 이때의 ϵ 은 크기를 나타내는 임의의 상수이다. 탄성텐서는 $E^\epsilon(x)$, 물체력은 $f^\epsilon(x)$, 표면력은 t , 그리고 변위는 $u^\epsilon(x)$ 라고 표시하면 정적인 평형방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}^\epsilon(x) \frac{\partial u_k^\epsilon(x)}{\partial x_l} \frac{\partial v_i^\epsilon(x)}{\partial x_j} dx = \int_{\Omega} f_i^\epsilon(x) v_i^\epsilon(x) dx + \int_{\partial\Omega^p} t_i(x) v_i^\epsilon(x) dx \quad (2)$$

여기서, $v(x)$ 는 임의로 설정되는 변위이고, 첨자인 ϵ 은 미시구조에 지배받음을 지시한다. 그 물체가 약

간의 하중과 경계조건만 주어진다. 미시적인 단위 셀이 반복되기 때문에 각각의 점에서 다른 점으로 변형률과 응력이 빠르게 변화하게 된다. 각각의 변화량 중 하나인 거시적인 수준에서는 x , 다른 하나인 미시적인 수준에서는 $y(=\frac{x}{\epsilon})$ 를 변수로 가지게 된다. 두개의 변수를 갖는 $E^{\epsilon}(x)$, $f^{\epsilon}(x)$ 그리고 $u^{\epsilon}(x)$ 인 함수들로 표현된다.

$$\begin{aligned} E_{ijkl}^{\epsilon}(x) &= E_{ijkl}(x, \frac{x}{\epsilon}) = E_{ijkl}(x, y) \\ f_i^{\epsilon}(x) &= f_i(x) = f_i(x, \frac{x}{\epsilon}) = f_i(x, y) \quad (3) \\ u_i^{\epsilon}(x) &= u_i(x, \frac{x}{\epsilon}) = u_i(x, y) \end{aligned}$$

이 함수들은 $y \in Y$ 로의 Y 반복함수이고, 두개의 변수함수를 미분하면 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y_j} \quad (4)$$

함수(2)의 경계조건들로부터 해인 $u^{\epsilon}(x)$ 는 두 가지 형태의 점근식으로 표현된다.

$$u^{\epsilon}(x) = u(x, y) = u^0(x) + \epsilon u^1(x, y) + \epsilon^2 u^2(x, y) + \dots ; y = \frac{x}{\epsilon} \quad (5)$$

$$v^{\epsilon}(x) = v(x, y) = v^0(x) + \epsilon v^1(x, y) + \epsilon^2 v^2(x, y) + \dots \quad (6)$$

여기서, $u^1, u^2 \dots$ 는 변수인 $y \in Y$ 로에 관하여 Y 반복함수로, u^0 는 거시적인 거동을 나타내고, 반면 $u^1, u^2 \dots$ 는 미시적인 거동을 나타낸다. 방정식(2)에 식(3), (4), (5)과 (6)를 대입하고 극한을 취해 $\epsilon \rightarrow 0$ 으로 풀면, u^1 과 u^2 의 식을 얻을 수 있다(Sanchez-Palencia, 1980). 미시구조들의 결과를 표현하는 해인 u^1 은 아래와 같이 쓰여질 수 있다.

$$u_i^1(x, y) = -x_i^{ld}(x, y) \frac{\partial u_k^0(x)}{\partial x_l} + \tilde{u}_l^i(x) \quad (7)$$

여기서, $u_i^l(x)$ 는 y 에서의 임의의 상수이고, $x_i^{ld}(x)$ 에서 지수인 k 와 l 에 관해서는 대칭을 나타내면 아래와 같은 특정방정식으로 표현된다.

$$\int_Y E_{ijpq}(x, y) \frac{\partial x_p^{kl}(x, y)}{\partial y_q} \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dy = \int_Y (-\frac{\partial E^{ijkl}(x, y)}{\partial y_j}) v_i dy = \int_Y E_{ijkl}(x, y) \frac{\partial v_i}{\partial y_j} dy \quad (8)$$

그 다음에, 해 u^0 는 거시적인 구조에 대한 전체적인 평형방정식으로 쓰여질 수 있다.

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}^H(x) \frac{\partial u_k^0(x)}{\partial x_l} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dx = \int_{\Omega} \tilde{f}_i(x) v_i(x) dx + \int_{\partial \Omega'} t_i(x) v_i(x) dx \quad (9)$$

여기서, 균질화된 탄성텐서인 $E_{ijkl}^H(x)$ 는 아래와 같은 식으로 표현된다,

$$E_{ijkl}^H(x) = \frac{1}{|Y|} \int_Y (E_{ijkl}(x, y) - E_{ijpq}(x, y) \frac{\partial x_p^{kl}(x, y)}{\partial y_q}) dy \quad (10)$$

여기서, $|Y|$ 는 단위 셀의 부피이고, 균질화된 물체력인 $f(x)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{|Y|} \int_Y f_i(x, y) dy \quad (11)$$

식(11)에서 x_i^{kl} 은 미시적인 단위 셀로 구성되는 공간적인 반복의 미시구조에 의해 결정되는 벡터함수이고, 특성변형함수이다. 그리고 식(10)과 (11)을 치환하여 u^0 의 평균을 구할 수 있다. 각 점에서의 응력은 다음의 구성방정식으로 다음과 같다.

$$\sigma_{ij}^\epsilon = E_{ijkl}^\epsilon \equiv \sigma_{ij}^0(x, y) + \epsilon \sigma_{ij}^1(x, y) + \dots \quad (12)$$

여기서, 식(12)에 $u^\epsilon = u^0 + \epsilon u^1$ 을 끼워 넣으면 미시적인 단위 셀에서의 국소응력(σ_{ij})을 나타내는 식이 아래와 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij}(x, y) = (E_{ijkl}(x, y) - E_{ijpq}(x, y) \frac{\partial x_p^{kl}(x, y)}{\partial y_q}) \frac{\partial u_k^0(x)}{\partial x_l} \quad (13)$$

이 국소응력 $\sigma_{ij}(x, y)$ 는 미시적인 단위 셀에서 응력장을 보여주고, 단위 셀에서의 평균부피를 아래의 식으로 표현된다.

$$\sigma_{ij}(x) = \frac{1}{|Y|} \int_Y \sigma_{ij}^0(x, y) dy \quad (14)$$

그리고 식 (14)는 아래와 같이 평형방정식을 만족하게 된다.

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dx = \int_{\Omega} f_i v_i dx \quad (15)$$

2.2 해석모델

일반적으로 역암, 각력암 및 핵석 등의 복합지반의 역학적 특성에 영향을 미치는 요인으로는 역의 함유량, 크기, 원마도, 분급, 기질의 고결도 및 풍화도 등 다양한 인자들이 해당된다. 본 연구에서는 균질화법 적용의 타당성을 검토하기 위하여 해석모델을 단순화 하였다. 즉, 이들 중 역의 함유량과 크기, 기질의 상태만을 고려하여 균질화법을 이용한 탄성해석을 실시하였으며, 그 외의 요인들은 고려하지 않았다.

균질화법 해석모델 구성 시 역과 기질의 2종류의 구성 물질로 구분하였으며, 이들의 재료정수는 표 2와 같이 하였다. 역은 일반적으로 신전하기 때문에 견고한 암석으로 하였으며, 풍화도 및 고결도에 따라서 3가지의 기질 상태를 가정하였다. 이 값들은 터널 설계 시 흔히 사용되는 토사, 풍화암, 연암 그리고 경암에 해당하는 지반 물성치이다. 역의 함유량은 20%부터 60%까지 10%씩 증가시키며 모델을 구성하

였으며, 각 모델마다 역의 크기는 상대적으로 큰 것과 보통 그리고 작은 것으로 구분하였다. 따라서 각 인자들의 조합에 의한 해석모델은 총 45개이며, 변수들의 조건에 따라 각 모델들은 견고한 기질과 작은 역을 가진 역암에서부터 미고결 역암, 거력층 및 핵석 등 다양한 조건을 가정할 수 있다.

표 2. The mechanical properties for homogenization analysis

item	soft matrix	medium matrix	hard matrix	gravel
elastic modulus $E (\times 10^3 \text{t/m}^3)$	4	40	60	600
Poisson's ratio ν	0.35	0.3	0.25	0.2

해석모델은 입자경계의 곡선을 비교적 잘 표현할 수 있도록 마름모꼴로 정하였으며, 요소수는 총 1444(38×38)개로 하였다. 상대적으로 크기를 달리한 역의 크기는 작은 것부터 각각 1개, 4개, 28개의 요소를 점하고 가능한 원형에 가까운 형상으로 하였으며, 이들의 배열은 가능한 균일하게 분포시켰다. 모델의 크기는 기존의 REV에 대한 연구(서용석 등, 2000)와 균일한 배열을 고려했을 때 충분한 크기이다. 그림 2는 역 함유량이 50%이며, 상대적으로 큰 역으로 구성된 모델 중 하나이다.

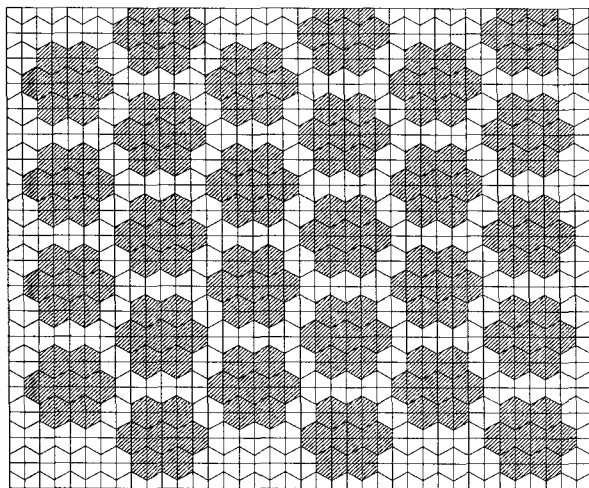


그림 2 A mesh for the homogenization analysis

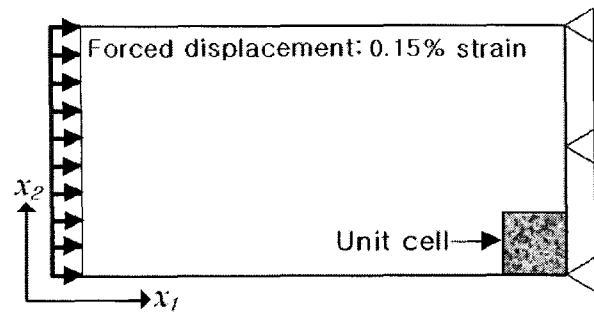


그림 3 Model for the global problem

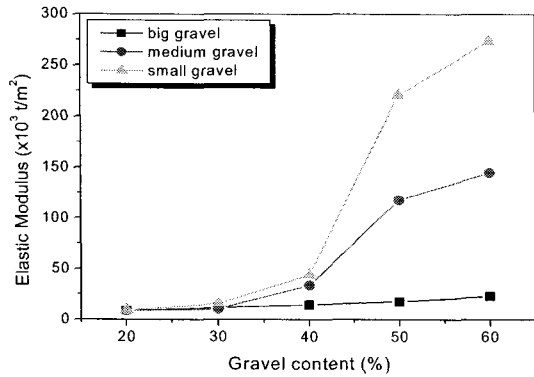
해석의 조건은 일축압축에 의한 이차원 평면변형을 가정하고, 한쪽 가압면에 강제변위 0.15%를 가하여 응력을 측정하였다(그림 3).

3 해석결과

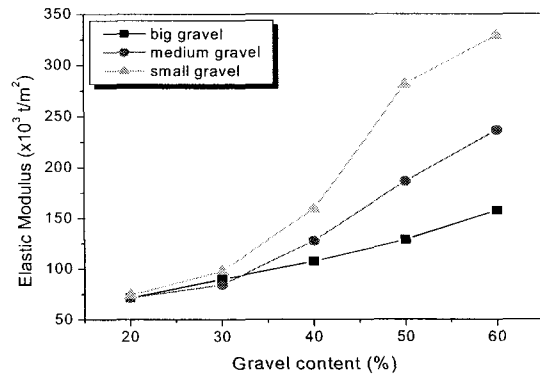
3.1 역의 크기에 따른 역의 함유량과 탄성계수의 비교

균질화법을 이용한 해석결과로서 서로 다른 고결도 및 풍화도의 기질을 가진 모델에 대한 역의 함유량과 탄성계수의 관계를 그림 4에 나타내었다. 모든 경우에서 역의 크기가 작을수록 탄성계수는 크게 나타났으며, 역의 함유량이 높아질수록 탄성계수는 높아진다. 또한 역의 크기가 작을수록 역의 함유량 증가에 따른 탄성계수의 상승폭은 훨씬 커진다. 기질의 고결도가 낮은 경우(soft matrix)에는 상대적으로 큰 역이 분포할 때 역의 함유량이 증가함에 따른 탄성계수의 증가가 미미하며 역의 크기가 상대적으

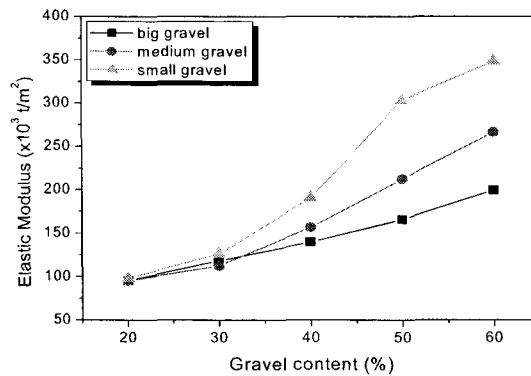
로 작은 경우는 역의 함유량이 40%가 넘어서면서 탄성계수는 급격히 증가한다. 기질이 견고할 때(hard matrix) 큰 역의 경우 작은 역들을 포함할 때보다 탄성계수 증가의 폭이 커지며, 작은 역의 경우는 기질이 견고하지 않은 경우보다 일정하게 증가한다.



(a) Soft matrix



(b) Medium matrix



(b) Hard matrix

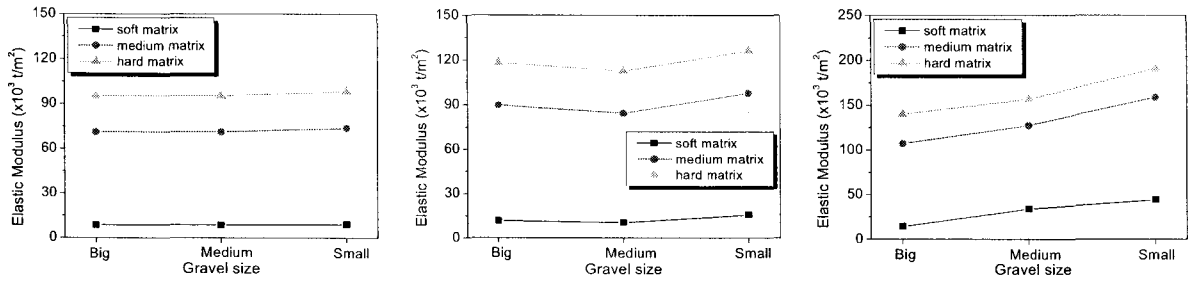
그림 4 Elastic modulus vs gravel content with gravel size in various matrix condition

3.2 기질의 상태에 따른 역의 크기와 탄성계수의 비교

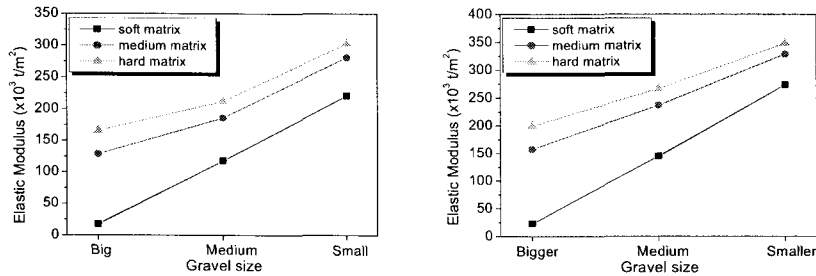
역의 함유량에 따른 역의 크기와 탄성계수와의 관계는 그림 5와 같다. 그림 4와 마찬가지로 역의 크기가 작아질수록 탄성계수는 대체로 증가하는 양상을 보이며, 역의 함유량이 많아질수록 그 증가폭은 커진다. 역의 함유량이 20%일 때 역의 크기가 상대적으로 큰 경우와 보통인 경우는 거의 같은 탄성계수를 보이며, 작은 경우도 증가폭은 매우 작다. 역의 함유량이 30%일 때는 역의 크기가 큰 경우에서 보통인 경우보다 오히려 더 큰 탄성계수를 기록하였으며, 역의 함유량이 40%부터 역의 크기가 작아짐에 따른 탄성계수의 증가가 뚜렷해진다.

3.3 균질화법에 의한 탄성계수 평가의 적용성

일반적으로 역암이나 거력분포 풍화토에서 역으로 분포하는 암종은 그 강도가 경암에 가깝다. 하지만 기질부는 토사에서 부터 사암에 이르기까지 넓은 범위의 강도를 보인다. 이들 지반의 구성요소별 역학치는 실험을 통하여 비교적 정확히 파악할 수 있다. 따라서 역들의 형태학적 그리고 분포학적 특성을



(a) Gravel content of 20% (b) Gravel content of 30% (c) Gravel content of 40%



(d) Gravel content of 50% (e) Gravel content of 60%

그림 5 Elastic modulus vs gravel size with matrix condition in various gravel content

현장에서 파악하여 본 모델에 적용한다면 비교적 현실에 가까운 복합 지반물성치를 산정할 수 있다고 판단된다.

균질화법에 의한 탄성해석 결과 도출된 탄성계수는 기질이 토사인 상태, 역의 함유량 20%, 역의 크기가 상대적으로 큰 경우에서 $8.7 \times 10^3 \text{ t/m}^2$ 로 최저값을 나타내며, 반대로 기질의 상태가 연암, 역의 함유량 60%, 역의 크기가 상대적으로 작은 경우에서 $348.4 \times 10^3 \text{ t/m}^2$ 로 최고값을 보인다.

4 결론

본 연구에서는 경험적인 암반분류법을 적용하기 어려운 복합지반물질의 역학적 특성을 평가하기 위해 역의 함유량과 크기 그리고 기질의 상태를 서로 달리하여 역암, 거력층 및 핵석 등의 다양한 조건을 가정하여 균질화법을 이용한 탄성해석을 실시하였다. 이상의 연구에서 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 동일한 역의 함유량과 기질의 상태인 경우 역의 크기가 작을수록 대체로 탄성계수는 높아지는 경향을 보인다. 또한 역의 크기가 상대적으로 큰 경우는 기질이 견고할수록 역의 함유량에 따른 탄성계수의 증가량이 커지며, 기질의 고결도가 낮은 경우는 역의 크기가 작을 때 역의 함유량이 40%를 넘으면서 탄성계수가 급격히 증가한다.
- (2) 역의 크기가 작을수록 탄성계수가 커지는 경향은 역의 함유량이 많을수록 더욱 커지며, 특히 역의 함유량이 40%를 넘게 되면 그 양상은 뚜렷해진다.
- (3) 본 연구에서의 해석모델에서는 역의 함유량과 크기 그리고 기질 상태의 3개 인자만을 고려하여 균질화법의 적용성을 평가하였다. 향후 실제 현장에서의 정확한 지반 물성치를 적용하고 역의 형상과 물성 및 분급 등의 다양한 인자들을 고려한다면, 사면과 터널 및 지하구조물의 설계에 있어서 복합 물질로 구성된 암반에 대해 더욱 정확한 역학적 물성을 평가할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. 김택곤, 최성순, 정의진(2004), “경주지역 3기 역암퇴적층의 공학적 특성 및 암반분류사례”, 대한지구물리학회지, 제7권, 제4호, pp.293~305.
2. 박의섭, 류창하(2005), “PFC2D를 이용한 절리암반의 역학적 물성 평가연구”, 한국암반공학회지, 제15권, 제2호, pp.119~128.
3. 서용석, 도미란, 오대열, 홍성완, 배규진, 김교원(2000), “균질화법을 이용한 화강암의 대표요소체적(REV) 산정에 관한 연구, 한국암반공학회지, 제10권, 제3호, pp.309~315.
4. 양홍석, 김동은, 이수곤(2002), “핵석 지반에서의 합리적인 지반강도 정수 산정“, 한국암반공학회 2002 춘계학술발표회 논문집, 한국암반공학회, pp.97~102.
5. 이수곤, 김동은, 이천용, 김재현, 양홍석(2004), “핵석 지반의 공학적 특성 연구”, 한국환경복원녹화기술학회지, 제7권, 제1호, pp.68~76.
6. Sanchez-Palencia, E.(1980), "Non-Homogeneous Media and Vibration Theory", Lecture Notes in Physics 127, Springer-Verlag, Berlin.
7. Seo, Y. S., Jeong, G. C., Kim, J. S. and Ichikawa, Y.(2002), "Microscopic observation and contact stress analysis of granite under compression", Engineering Geology, Vol 63, pp.259~275.