

## 공간적 변이성을 고려한 지진파 생성 Spatially variable ground motion simulation

박두희<sup>1)</sup>, Duhee Park, 유세프 하샤시<sup>2)</sup>, Youssef M.A. Hashash, 이승찬<sup>3)</sup>, Seung-Chan Lee, 이현우<sup>3)</sup>, Hyun-Woo Lee, 천병식<sup>4)</sup>, Byung-sik Chun

- 1) 한양대학교 공과대학 토목공학과 전임강사, Full-time Lecturer, Dept. of Civil Engineering, Hanyang Univ.
- 2) 일리노이 주립대학 토목환경공학과 부교수, Associate Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Univ. of Illinois
- 3) 한양대학교 공과대학 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Engineering, Hanyang Univ.
- 4) 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Engineering, Hanyang Univ.

**SYNOPSIS** : Spatial variability of ground motions has significant influence on dynamic response of longitudinal structures such as bridges and tunnels. The coherency function, which quantifies the degree of positive or negative correlation between two ground motions, is often used to describe the spatially variable ground motions. This paper compares two available procedures for developing spatially variable ground time histories from a given coherency function. Hao's method shows serious limitation, resulting in unrealistic decrease in coherency with increase in distance. Abrahamason's method, on the other hand, preserves important characteristics of the reference ground motion. Therefore, the Abrahamason's method is recommended to be used in developing spatially varying ground motions.

**Key words** : Coherency, Spatial variation, Ground motion, Frequency, Separation distance

### 1. 서론

지진파의 공간적 변이성은 종방향 길이가 긴 구조물에 큰 영향을 미친다(Abdel-Ghaffar와 Rubin, 1982). 지진파의 공간적 변이성은 여러 요인들로부터 발생한다(Kramer, 1996). 첫 번째는 전파경로 효과이다. 그림1-(a)와 같이 파면(Wave front)이 수직방향이 아닌 경우 지진파가 지표면에 도달하는 시간이 각각 다르며 이를 전파경로효과라고 한다. 두 번째 요인은 지진원이 대상 부지의 근거리에 있을 경우 지진원과 부지의 상대적인 기하학적 형상에 따라서 도착 시간차를 유발시키며 이를 지진원 연장 효과라고 한다(그림 2b). 세 번째 요인은 전파매질의 비균질성으로 인하여 발생하는 산란효과이다(그림 1-(c)). 지진원 연장효과와 산란효과를 합하여 비간섭성(Incoherency)이라고 부르며 이는 공간적 변이성을 결정짓는 가장 중요한 요소이다. 이와 더불어 지진파의 전파시 발생하는 감쇠효과와 상이한 특성을 가진 토층의 전파시 발생하는 부지효과도 지진파의 공간적 변이성에 기인한다.

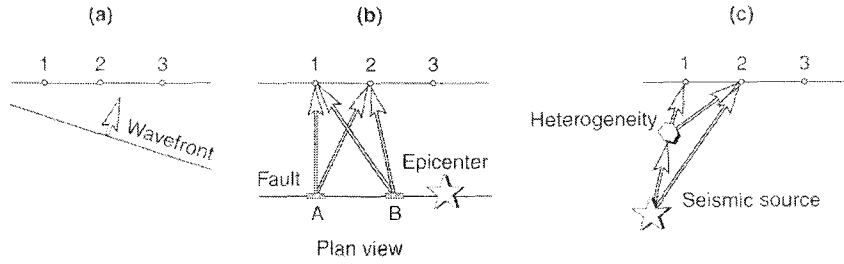


그림 1. 지진파의 공간적 변이성을 유발하는 요인: a) 전파경로효과, b) 지진원 연장효과, c) 산란효과(Kramer, 1996).

전 세계적으로 조밀하게 설치된 계측소로부터 다양한 이격거리에 대한 지진파 특성의 변이정도를 규명할 수 있게 되었으며 이로부터 진동수와 이격거리에 대한 공간적 변이성을 정의하는 경험적 함수들이 제안되었다. 종방향 길이가 긴 구조물의 동적해석은 공간적 변이성을 고려한 지진파 시간이력을 필요로 하기 때문에 경험적인 간섭 함수로부터 지진파를 개발하는 기법이 필요하다. 본 논문에서는 공간적 변이성을 고려하는 지진파 생성방법 두 가지를 비교하였으며 각각의 적절성을 검토하였다.

## 2. 간섭성 함수

두 지진파의 상호유사성 간섭성 함수로 표현된다. 간섭성 함수는 임의의 진동수에서 두 지진파간의 진폭과 위상각 사이의 양(+)이나 음(-)의 관계정도를 표현하며 다음과 같이 정의된다(Kramer, 1996).

$$\gamma_{jk}(\omega) = \frac{S_{jk}(\omega)}{\sqrt{S_{jj}S_{kk}(\omega)}} \quad (1)$$

여기서  $\omega$ =각속도,  $S_{jk}(\omega)$ =지반운동  $u_j(t)$ 와  $u_k(t)$ 의 Cross-Power Spectral Density,  $S_{jk}(\omega)$ =지반운동  $u_k(t)$ 의 Auto-Power Spectral Density이다.

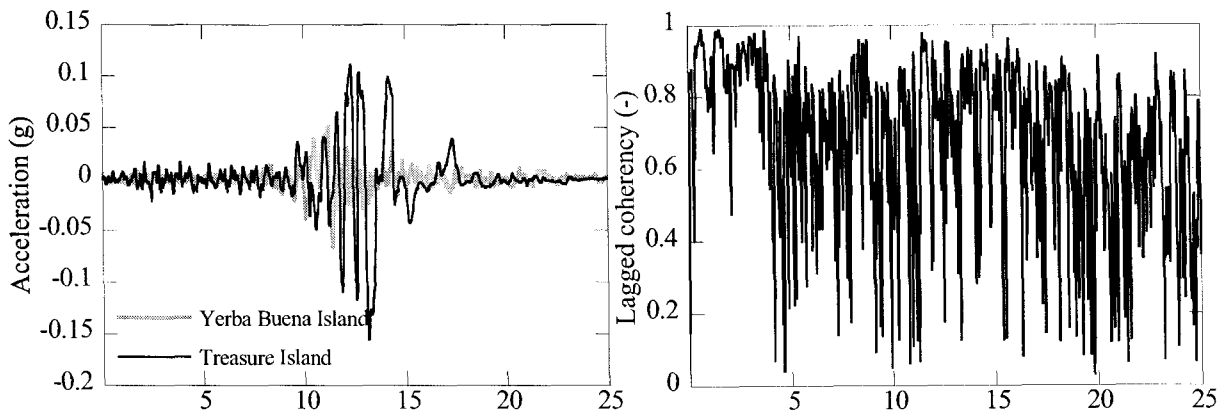


그림 2. Loma Prieta 지진시 인접한 계측소에서 기록된 지진파 시간이력과 이들의 상관관계를 나타내는 지연 간섭성

식(1)은 다음과 같이 다른 형태로 표현될 수도 있다.

$$\gamma_{jk}(\omega) = |\gamma_{jk}(\omega)| \exp[i\theta_{jk}(\omega)] \quad (2)$$

여기서,  $|\gamma_{jk}(\omega)|$ 는 지연간섭성(lagged coherency)이며  $\theta_{jk}(\omega)$ 는 진동수  $\omega$ 에서 두 지진파간의 위상각이며 다음과 같이 정의된다.

$$\theta_{jk}(\omega) = \tan^{-1} \frac{Im\gamma_{jk}(\omega)}{Re\gamma_{jk}(\omega)} \quad (3)$$

지연간섭성은 두 지진파의 유사성을 규명하는데 매우 유용한 수치이다.  $\gamma_{jk}(\omega)=1$ 은 두 지진파가 동일하다는 의미이고  $\gamma_{jk}(\omega)=0$ 은 상호 유사성이 전혀 없다는 의미이다. 그림 2는 Loma Prieta 지진시 계측된 두 지진파의 시간이력과 지연간섭성을 비교하고 있다.

간섭성 함수는 진동수에 큰 영향을 받는다. 일반적으로 진동수가 증가함에 따라 간섭성은 감소한다. 간섭성에 영향을 주는 다른 중요한 요인은 이격거리이다. 이격거리가 커질수록 간섭성은 급격히 감소한다(Somerville, 1988).

공간적 변이성을 유발하는 여러 요소들은 Kiureghian(1996)에 의해서 설명되었으며 각각의 요소에 관한 이론적 모형이 개발되었다. 이 모형은 공간적 변이성에 영향을 주는 5개의 현상을 모사하기 위해서 세 가지의 요소가 사용된다. 세 가지의 요소는 비간섭성, 전파 경로, 그리고 부지 효과이다. 감쇠 효과는 비간섭성에 비해 무시할 만큼 작기 때문에 포함되지 않았다. Kiureghian(1996)의 모형은 공간적 변이성을 이론적으로 설명했다는 점에서 의미가 있지만 모형을 구성하는 변수들은 지진기록 데이터를 필요로 하기 때문에 실제 부지에 적용하기가 쉽지 않다. 이러한 문제점 때문에 실제로 지진파의 공간적 변이성을 정량화할 때에는 경험적 간섭성 함수가 사용된다.

Somerville(1988)은 공간적 변이성을 지진원 연장효과와 산란 효과의 조합으로 정의하였으며 경험적 간섭성 함수를 다음과 같이 제안하였다.

$$\gamma_{total}(f, d) = \gamma_{source}(f, d)\gamma_{path}(f, d) \quad (4)$$

$$|\gamma_{source}(f, d)| = \exp(-(2.50 \times 10^{-4} + 4.95 \times 10^{-7}f^2)d) \quad (5)$$

$$|\gamma_{path}(f, d)| = \exp(-(1.28 \times 10^{-4} + 1.06 \times 10^{-6}f^2)d) \quad (6)$$

위의 함수에서 지진원 연장효과는 1979년 Imperial Valley 지진시 기록된 지진파를 통하여 정의되었으며 산란효과는 여진시 기록된 지진파를 통하여 규명되었다.

Abrahamson(1992)은 대만의 SMART-1 계측배열(Array)의 기록을 토대로 다음과 같은 함수를 제안하였다.

$$|\gamma_{source}(f, d)| = \tanh(4.5e^{-0.12f - 0.0025d} + 0.6) \quad (7)$$

$$|\gamma_{source}(f, d)| = \tanh([5.39 - 0.622\ln(d)]e^{-0.252f} + 0.35) \quad (8)$$

그림 3은 Somerville(1988)과 Abrahamson(1992)의 경험적 간섭성 함수를 비교하고 있다. 두 간섭성 함수 모두 이격거리가 멀어질수록, 그리고 대상 주파수가 커질수록 감소하는 것을 볼 수 있다. 단, 두 경험적 함수는 각각 다른 지역에서 개발되었으므로 그들의 특성도 확연히 상이하다. Somerville(1988)의 함수는 거리에 따라서 간섭성이 급격히 감소하는 데 반해, Abrahamson(1992)의 함수는 거리의 영향이 작으며 두 함수의 차이는 주파수가 높아질수록 증가하는 것을 볼 수 있다. 위의 두 가지 간섭성 함수 이외에 Qu(1996), Loh(1988), Hao(1989), Abrahamson(1991)등이 여러 경험적 간섭성 함수를 제안하였으며 이들의 특성이 각각 상이하다. 이는 범용적인 경험적인 간섭성 함수는 존재하지 않으며 지역에 따라서 함수도 크게 달라진다는 것을 의미하며 국내에 가장 적합한 경험적 간섭성 함수는 실제 국내에서 기록된 지진파를 통해서만 개발될 수 있다는 것을 의미한다.

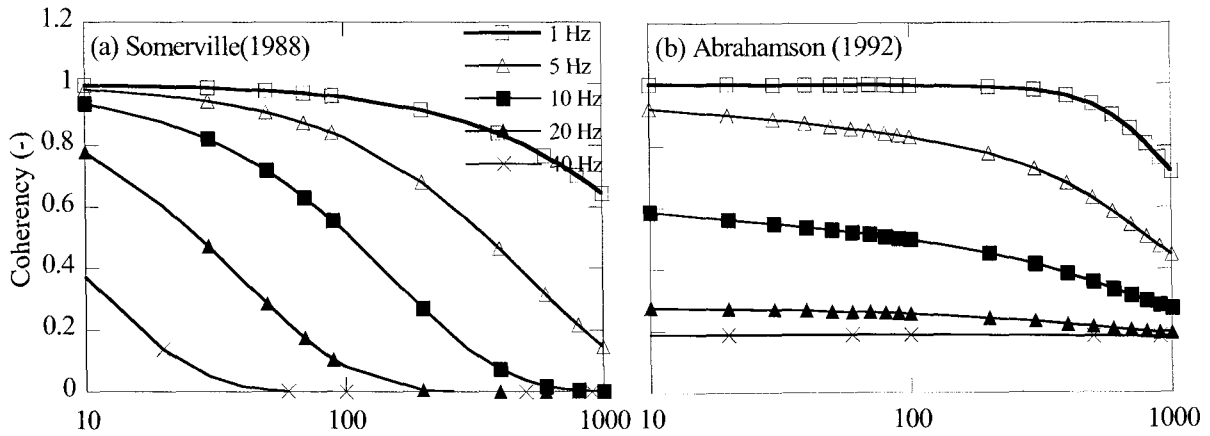


그림 3. 경험적 간섭성 함수의 비교

### 3. 간섭성 함수를 이용한 지진파 생성

간섭성 함수는 주어진 두 지진파간의 상관관계를 나타낸다는 점에서 유용하다. 단, 터널 또는 교량 등 종방향 길이가 긴 구조물의 동적해석을 수행하기 위해서는 간섭성 함수를 이용하여 실제 지진파 시간이력을 생성해야만 한다. 본 절에서는 간섭성 함수로부터 지진파시간이력을 생성하는 두 가지 방법을 설명한다.

#### 3.1 Hao 기법

Hao(1989)는  $i$  번째 생성된 지진파는 다음과 같다고 가정하였다.

$$u_i(t) = \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^N A_{im}(\omega_n) \cos[\omega_n t + \beta_{im}(\omega_n) + \theta_{mn}(\omega_n)] \quad (9)$$

여기서 진폭  $A_{im}(\omega_n)$ 과 위상각  $\beta_{im}(\omega_n)$ 은 결정론적 요소이고  $\theta_{im}(\omega_n)$ 은  $0 \sim 2\pi$  사이에 균등하게 분산된 무작위의 위상각이다. 임의의 진동수  $\omega_n$ 에서 두 지진파간의 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$u_{in}(t)u_{ji}(t) = Re[2S_{ij}(i\omega_n)]\Delta\omega = Re\left[\sum_{m=1}^i \frac{A_{im}A_{jm}}{2} \exp(i(\beta_{im} - \beta_{jm}))\right] \quad (10)$$

다른 한편, 대상 부지의 크기에 비하여 진원으로부터 떨어진 거리가 멀다면 대상 부지내의 모든 지점에서 지진파의 파워 스펙트럼 밀도함수  $S_0(\omega)$ 는 동일하다고 가정한다.

$$S_{ij}(\omega) = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(\omega) & \gamma_{12}(i\omega) & \dots & \gamma_{1n}(i\omega) \\ \gamma_{21}(i\omega) & \gamma_{22}(\omega) & \dots & \gamma_{2n}(i\omega) \\ \dots & \dots & \gamma_{ij}(\omega) & \dots \\ \gamma_{n1}(i\omega) & \gamma_{n2}(i\omega) & \dots & \gamma_{nn}(\omega) \end{bmatrix} S_0(\omega) \quad (11)$$

여기서  $\gamma_{ij}$  는 목표 간섭성 함수이다.

$s_{ij}(\omega)$  는 Hermitian 행렬이며 동시에 양정행렬(Positive definite matrix)이므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$S(\omega) = L(i\omega)L^H(i\omega)S_0(\omega) \quad (12)$$

여기서

$$L(i\omega) = \begin{bmatrix} l_{11}(\omega) & 0 & \dots & 0 \\ l_{21}(i\omega) & l_{22}(\omega) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_{n1}(i\omega) & l_{n1}(i\omega) & \dots & l_{nm}(\omega) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$l_{ij}$ 는 Cholesky 방법으로 계산된다. 식(11), (12), (13)을 통합하면

$$S_{ij}(i\omega_n) = 2S_0(\omega_n) \sum_{m=1}^j L_{im}(i\omega_n)L_{jm}^*(i\omega_n)\Delta\omega \quad (14)$$

식(10)과 식(14)을 비교하면, 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$A_{ij}(\omega) = \sqrt{4S_0(\omega)\Delta\omega} |l_{ij}(i\omega)| \quad (15)$$

$$\beta_{ij}(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}[l_{ij}(i\omega)]}{\text{Re}[l_{ij}(i\omega)]} \right)$$

$i$ 번째 생성된 지진파  $u_i(t)$ 의 푸리에 변환은 다음과 같이 표현된다.

$$U_i(i\omega) = \sqrt{S_0(\omega)\Delta\omega} \sum_{m=1}^i |l_{im}(i\omega)| \exp(-i(\beta_{im}(\omega_n) + \theta_{mn})) \quad (16)$$

$i$ 번째 생성된 지진파의 푸리에 진폭은 기준 지진파의 푸리에 진폭에 식(14)과 식(15)의  $l_{im}$  합을 곱한 값이다. 그러므로 생성된 파의 진폭은 상대 간섭성을 만족시키도록 조정되어진 것이다. 추가적으로 Hao의 방법은 기준 지진파에서 생성된 파의 위상각을 조절하기 위해서 임의의 위상각을 사용한다. 요약하면, Hao의 방법은 간섭성 함수로부터 진폭을 조절하며 동시에 임의의 위상각을 적용하여 지진파를 생성한다.

### 3.2 Abrahamson 기법

Abrahamson(1992)은 주어진 간섭성 함수와 기준 지진파로부터 공간적으로 비간섭성을 고려한 지진파를 생성하는 방법을 개발하였다. 이 방법은 지연간섭성과 푸리에 위상각의 통계적 상관관계에 기초를 두고 있다. 두 지역의 푸리에 위상의 차이는 지연간섭(lagged coherency)에 의해 정해지는 확률론적 변이성에 기인한다고 가정되었다.

이 방법은 두 지진파의 푸리에 진폭과 동일하다고 가정한다. 생성된 지진파는 특정 간섭성 함수를 맞추기 위해서 단지 위상각으로만 조정된다.  $\phi_i(f)$ 를  $i$ 지역의 푸리에 위상이라고 한다

면  $j$  지점과  $k$  지점의 위상각 차이는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_i(f) = \phi_k(f) + (1 - \alpha_{ik}(f))\epsilon_{ik}(f) \quad (17)$$

여기서  $\epsilon_{ik}(f)$ 는  $-\pi$ 에서  $\pi$ 사이에서 균일하게 분포하는 임의의 수이고,  $\alpha_{ik}(f)$ 는 위상을 결정론적 부분과 확률론적 부분으로 분할하는 0에서 1사이의 수이다.  $\alpha_{ik}(f)$ 과 지연간섭성과의 연관성이 다음과 같이 정의 된다.

$$E[|\gamma_{ik}(f)|] = \frac{\sin\{(1 - \alpha_{ik}(f))\pi\}}{(1 - \alpha_{ik}(f))\pi} \quad (18)$$

주어진 지연간섭성 함수와  $\theta_{ik}(f), \epsilon_{ik}(f)$ 의 위상각은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\epsilon_{ik}(f) = \frac{\theta_k(f) - \theta_i(f)}{1 - \alpha_{ik}(f)} \quad (19)$$

이 방법을 이용하여 생성된 비간섭 지진파는 전 시간창(Time window)에서 푸리에 스펙트럼이 일정하다는 가정에 기초한다. 이격거리가 증가할수록 지진파의 비간섭성과 위상각의 무작위성은 현격히 상승하므로 에너지는 전 시간창에 흩어지게 되며 이를 훼손효과(Smearing Effect)라고 한다. 이러한 현상을 제거하기 위하여 다수의 미소 시간창을 사용하여야 한다. Abrahamson(1992)은 2.65초의 시간창을 사용하였다.

#### 4. 지진파 생성 방법의 비교

전절에서 설명되었던 두 가지 지진파 생성방법을 이용하여, 4개의 이격거리(100m, 300m, 600m, 1000m)에서 지진파가 생성되었다. 기준 지진파는 Loma Prieta 지진시 Treasure Island에서 계측된 지진파이다(그림 2-(a)). 간섭성 함수는 Abrahamson(1992)에 의해 개발된 경험적 함수를 이용하였다.

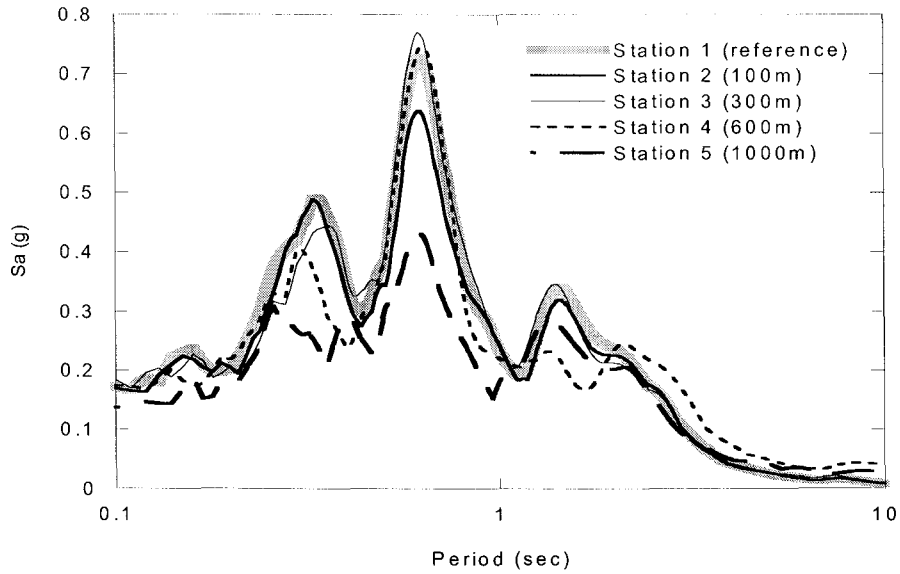


그림 4. 기준 지진파와 Hao 방법으로 생성된 지진파 5% 감쇠 응답스펙트럼의 비교

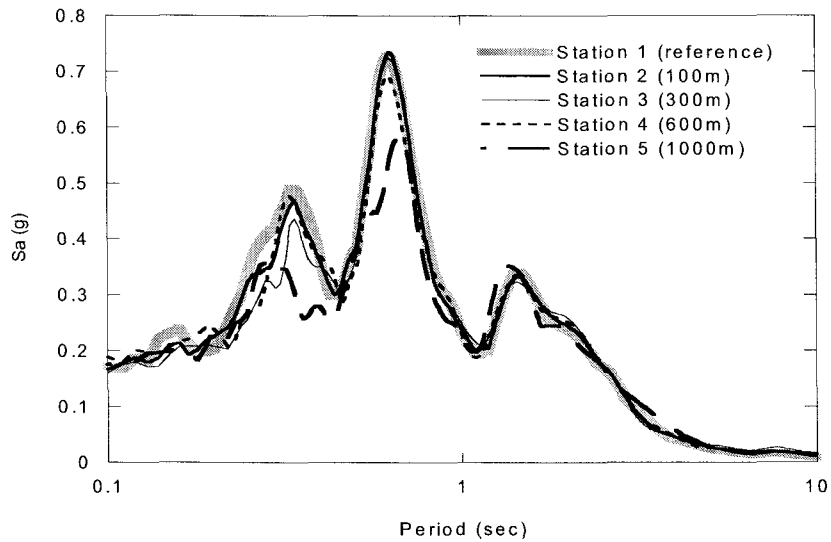


그림 5. 기준 지진파와 Abrahamson 방법으로 생성된 지진파 5% 감쇠 응답스펙트럼의 비교.

그림 4는 Hao의 방법을 이용하여 네 개의 이격거리에서 생성된 지진파의 응답스펙트럼을 비교하고 있다. 지진파 생성시 진폭과 위상각 모두 조절되었다. 단지 진폭만을 조절할 경우 식 (16)에서의  $l_m$ 의 합계는 1보다 커지게 되고, 이로 인해 생성된 지진파의 진폭이 기준 지진파의 진폭보다 커지게 된다. 위상각을 동시에 조절할 경우 위의 문제점이 부분적으로는 해결되지만 완벽하게 해결되지는 않다.

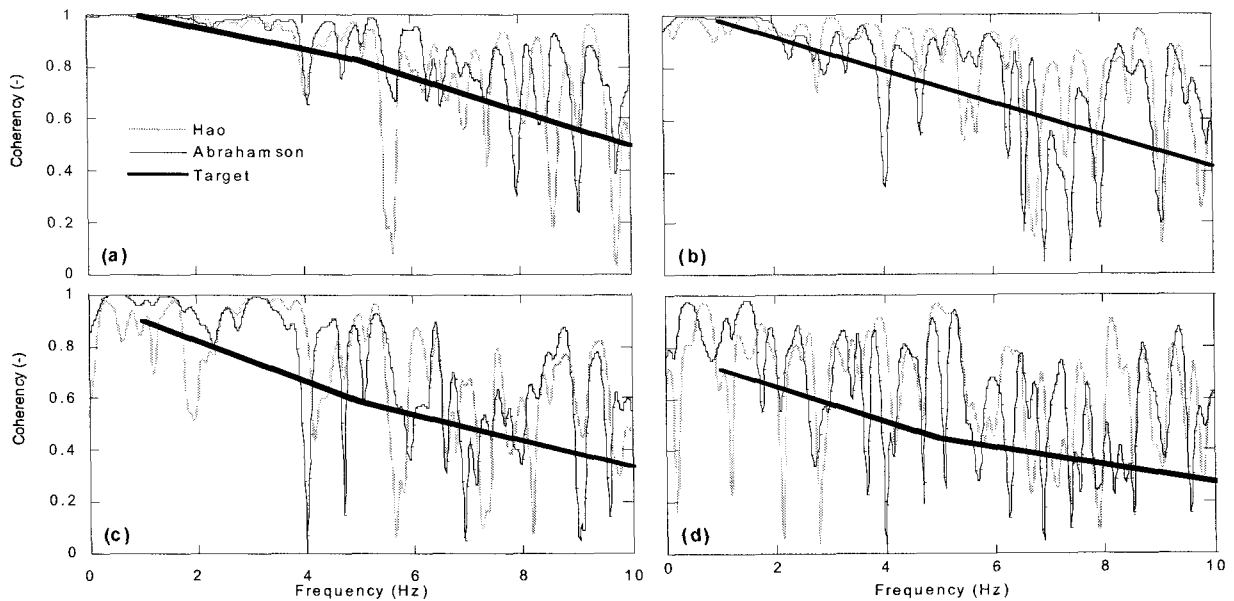


그림 6. Hao와 Abrahamson 기법으로 생성된 지진파의 간섭성 비교

생성된 지진파들의 응답 스펙트럼은 이격거리가 커질수록 유사성이 현저히 감소함을 볼 수 있다. 이격거리가 1000m일 경우 기준 지진파와의 유사성은 전 주기영역에서 거의 소실되며 크기 또한 급격히 감소함을 볼 수 있다.

Abrahamson의 방법을 이용하여 위와 같은 생성과정을 수행한 결과, Hao의 방법으로 생성된 지진파와는 달리, Abrahamson 방법으로 생성된 지진파들은 기준 응답스펙트럼과 비슷한 형태를 보였다(그림 5와 6). 600m이하의 이격거리에서는 응답스펙트럼은 기준 스펙트럼과 유사하며(그림 5) 지연간섭성을 기준 간섭성 함수와 비교하였을 경우 매우 잘 맞는 것을 볼 수 있다. 이격거리가 1000m인 경우 기준 응답스펙트럼에 비하여 크기가 상당히 감소하였지만 Hao와는 달리 기본 형태는 상당히 유사함을 볼 수 있다.

## 5. 결론

지진파의 공간적 변이성은 지진파 산란, 지진원의 효과, 전파 경로, 그리고 부지증폭효과 등으로 인하여 발생하며 두 지진파간의 상호 유사성은 간섭성 곡선을 통하여 정의된다. 두 지점간의 간섭성은 이격거리가 멀수록, 그리고 대상 주파수가 높을수록 작아진다. 본 논문에서는 경험적 간섭성 곡선을 이용하여 공간적 변이성을 고려한 지진파를 생성하였다. 두 가지 기법을 비교, 분석한 결과 Hao의 기법은 이격거리가 멀어짐에 따라 기준 지진파와의 유사성이 비현실적으로 감소하는 것으로 나타났다. Abrahamson 기법을 통하여 공간적으로 변이하는 지진파를 생성한 결과 생성된 지진파들은 기준 간섭성 함수의 특성을 보존하는 것으로 나타났다.

## 감사의 글

본 연구는 건설핵심기술연구개발사업 “해저시설물의 차폐기술 개발”의 세부과제 “해저시설물의 내진 설계 및 해석기술 개발”의 연구비 지원에 대하여 깊은 감사를 드립니다.



## 참고 문헌

1. Abdel-Ghaffar, A. M., and Rubin, L. I.(1982), "Suspension bridge response to multiple-support excitations." *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol.108, No.2, pp.419-435.
2. Abrahamson, N. A.(1992), "Generation of spatially incoherent strong motion time histories", *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam.
3. Abrahamson, N. A., Schneider, J. E., and Stepp, J. C.(1991), "Empirical spatial coherency functions for application to soil-structure interaction analyses." *Earthquake Spectrum*, Vol.7, No.1, pp.1-27.
4. Hao, H., Oliveria, C. S., and Penzien, J.(1989), "Multiple-station ground motion progressing and simulation based on SMART-1 array data", *Nuclear Engineering and Design*, Vol.111, pp.293-310.
5. Kiureghian, A. D.(1996), "A coherency model for spatial varying ground motions", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.25, pp.99-111.
6. Loh, C. H.(1988), "Spatial variation and stochastic modeling of seismic differential ground movement." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.16, No.4, pp.583-596.
7. Kramer SL.(1996), *Geotechnical earthquake engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
8. Qu, T.-J., Wang, Jun-Jie and Wang, Qian-Xin (1996). "A practical model for the power spectrum of spatially variant ground motion." *ACTA Seismological Sinica* Vol.9, No.1, pp.69-79.
9. Somerville, P. G., McLaren, J. P., and Siakia, C.K.(1988). "Site-specific estimation of incoherence of strong ground motion", *Proc. Earth. Engrn. Soil Dyn. II, Recent Advance in ground motion evaluation*, Park City, Utah, ASCE.