

자유단 공시체에 있어서 압축파, 전단파, 휨파의 공진특성 Resonances of Unconstrained Compressive, Shear and Flexural Waves in Free-Free Cylinder Specimens

박병선¹⁾, Byoung-Sun Park, 조성호²⁾, Sung-Ho Joh, 이상현³⁾, Sang-Heon Lee, 강태호⁴⁾, Tae-Ho Kang

¹⁾ 다산ENG 사원, Engineer, DASAN Engineering Co., Ltd

²⁾ 중앙대학교 토목공학과 부교수, Associate Prof., Dept. of Civil Engineering, Chung-Ang University

³⁾ 다산ENG 전무이사, Managing Director, DASAN Engineering Co., Ltd

⁴⁾ 중앙대학교 건설환경연구소 전임연구원, Associate Research Engineer, Institute of Construction and Environmental Engineering, Chung-Ang University

SYNOPSIS : Shear wave velocity is important property for grasping the dynamic characteristics of material. It has been used in various fields such as non-destructive testings of structures, seismic analysis of geotechnical structures and maintenance of concrete structure, and etc. Usually, shear wave velocities of rock cores and concrete cylinders are determined by free-free resonance tests. Shear wave measurement in free-free resonance tests is not straightforward, as compared with rod wave and flexural wave measurements. In This study, a new technique using resonance features of flexural and shear waves were proposed in which the nodal points for the fundamental mode of flexural waves were employed to generate and measure the shear waves with the flexural waves minimized. The real measurements for aluminum cylinders proved validity and reliability of the proposed algorithm. In addition to the proposed algorithm, the effects of material properties on elastic-wave velocities in resonance measurements were also studied. In summary, a new framework of the resonance measurements for shear-wave velocity determination was established, based on the results of this thesis

Key words : Free-free resonance tests, Unconstrained compressive wave, Shear wave, Flexural wave, Finite element analysis

1. 서 론

최근 암석코어, 콘크리트시편과 같은 공시체의 동적특성은 지반내진해석, 콘크리트 구조물의 비파괴 영역에서 각각 중요한 설계 입력변수와 품질/공정관리 변수로 활용되고 있다. 설계와 품질,유지관리에 활용되는 공시체의 동적특성으로 비구속 압축파와 전단파의 탄성파속도, 재료감쇠비 등이 있다. 자유단 공진시험은 이러한 암석코어나 콘크리트 공시체 등의 매우 단단한 물질의 동적특성을 측정하는 시험으로 현재 비구속압축파 속도와 전단파 속도를 측정하고 있다. 본 연구에서는 비구속압축파, 전단파, 휨파 등의 공진특성에 대한 영향인자 연구를 심도 있게 수행하였다. 영향인자 연구를 위하여 공시체에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였으며 영탄성계수, 포아송비, 재료의 밀도, 공시체 직경에 대한 길이의 세장비 등을 다변화한 총 192개의 공시체에 대하여 각 탄성파의 공진주파수를 결정하였다. 유한요소해석

으로 결정한 192개 공시체의 비구속압축파, 전단파, 휨파의 공진주파수간 상호관계, 공진주파수에 대한 세장비의 영향, 공진특성에 대한 일반 기본물성의 영향 등을 검토하였다. 또한, 현재 수행되고 있는 비틀림전단파를 이용한 전단파 속도 측정기법 대신 휨파의 Nodal Point를 이용한 전단파 속도 측정기법으로 기본물성과 동적특성을 알고 있는 실제 알루미늄 시편에 대해서 공진특성을 측정하여, 포아송비와 전단파의 공진주파수를 비교하였다.

2. 자유단 공진시험 개요

비구속압축파(Rod Wave)는 압축파의 일종으로서 파의 진행 방향으로 입자가 압축-수축의 과정을 반복하게 되는데, 이러한 진동특성은 P파(Primary Wave)와 동일하다. 그러나 P파와는 파장의 크기에서 차이가 나는데 비구속압축파는 그 파장이 매우 크고 (공시체 길이의 2배), P파는 불과 몇 cm에 지나지 않을 정도로 작다. 결과적으로 비구속압축파가 전파될 때는 공시체의 외벽 부분까지 공시체 매질의 입자가 진동하게 되어 비구속(unconstrained) 상태가 되고, P파의 경우는 공시체 중심 부분에 국한하여 매질의 입자가 진동하므로 구속(constrained) 상태로 된다. 결국 이러한 구속-비구속 상태의 조건 때문에 P파는 비구속압축파보다 더 빠르게 전파할 수 있다.

비구속압축파를 측정하기 위해서는 그림 1(a)에 도시된 바처럼 공시체의 한쪽 면에 가속도계를 연직 방향으로 부착하고 반대쪽 면을 충격해머로 가격하여 응력파를 발생시킨다. 연직방향으로 발생된 응력파는 반대쪽 자유단에 도달하게 되고, 도달한 이 응력파는 반사되어 처음 충격을 주었던 자유단으로 돌아오게 된다. 이렇게 응력파가 양쪽 단에서의 반사를 반복하게 될 때, 공시체 길이 두 배의 파장에 대한 정현파가 가장 지배적인 성분이 되고 이 성분의 주파수를 전달함수로 결정한 후, 다음 식 1에 의해 비구속압축파의 속도를 구할 수 있다. 또한 비구속압축파의 속도를 이용하여 식 2에 의해 영탄성계수(Elastic Modulus)를 결정할 수 있다. 여기서, f_c 는 비구속압축파의 공진주파수, l 은 공시체의 길이, ρ 는 공시체의 밀도(Density)이다.

$$v_c = f_c \times \lambda = f_c \times 2l \quad (1)$$

$$E = \rho \times v_c^2 \quad (2)$$

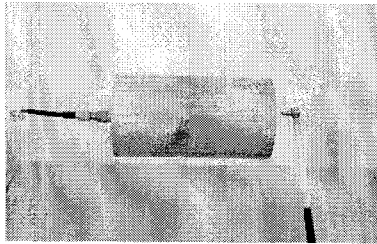
전단파(Shear Wave) 속도를 구하기 위한 자유단 공진시험은 한쪽 단에서 비틀림을 발생시키고, 이 비틀림은 비틀림 전단파(Torsional Shear Wave)를 발생시키는데, 이 비틀림 전단파는 양쪽 단을 오가면서 공진현상이 일어나게 되어 이 공진을 일으키는 지배 주파수를 측정함으로써 전단파 속도를 구할 수 있다. 비틀림 전단파를 측정하기 위해서는 그림 1(c)와 같이 공시체의 한쪽 단에 두 개의 가속도계를 같은 방향이 보도록 평행하게 부착시킨다. 비구속압축파 측정과 달리 전단파 측정에 있어서 두 개의 가속도계를 사용하는 이유는, 비틀림 전단파를 발생시키기 위해서 가하게 되는 비틀림이 비틀림 전단파 뿐만 아니라 휨파(Flexural Wave)를 발생시켜서 측정하게 되는 파에 전단파와 휨파가 섞여 있게 되어 공진 주파수의 결정에 오류를 범하게 되기 때문이다. 따라서 두 개의 가속도계를 이용하여 측정한 신호에 대해 두 신호의 차를 구하게 되면, 휨파가 제거되어진다. 이러한 과정을 플로우팅(Floating)이라고 하는데, 일반적으로 동적신호분석기에 이러한 기능이 포함되어 있으므로 실제 측정에 있어서는 두 개의 가속도계를 동적신호분석기에 연결하기만 하면, 내부적으로 두 신호의 차를 구하는 연산과정이 자동으로 진행되어 진다. 이렇게 측정하게 되는 전단파의 공진 주파수를 이용하여 식 3에 의하여 전단파 속도를 구할 수 있게 된다. 또한 전단파 속도를 이용하여 식 4에 의하여 전단탄성계수(Shear Modulus)를 구할 수 있다.

$$v_s = f_s \times \lambda = f_s \times 2l \quad (3)$$

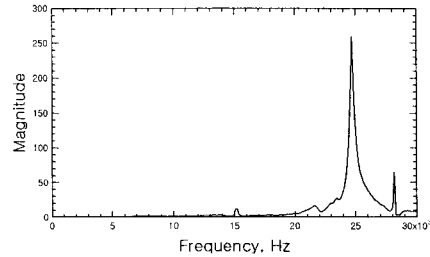
$$G = \rho \times v_s^2 \quad (4)$$

휨파(Flexural Wave) 속도를 구하기 위한 자유단 공진시험은 그림 1(e)와 같이 가속도계를 공시체의 중간에 수직으로 부착하고 한쪽 끝단을 충격해머로 가격하여 휨파를 발생시키는데 휨파는 양쪽 단을 오가면서 공진현상이 일어나게 되어 이 공진을 일으키는 지배 주파수를 측정함으로써 휨파 속도를 구할 수 있다. 가속도계를 공시체의 중앙에 놓는 이유는 휨파의 영향이 공시체의 중앙에서 제일 강하기 때문이다. 휨파의 속도는 공진주파수를 이용하여 식 5로 구할 수 있다.

$$v_f = f_f \times \lambda = f_f \times 2l \tag{5}$$



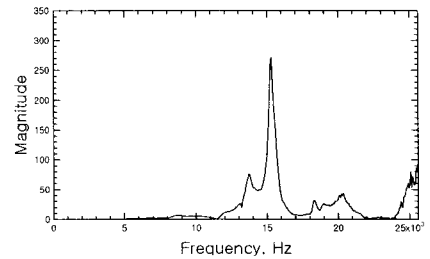
(a) 비구속압축파의 공진주파수 측정



(b) 비구속압축파의 공진주파수



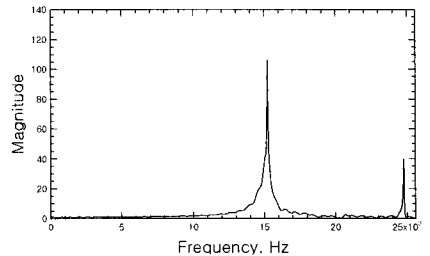
(c) 전단파의 공진주파수 측정



(d) 전단파의 공진주파수



(e) 휨파의 공진주파수 측정



(f) 휨파의 공진주파수

그림 1. 자유단 공진시험

3. 자유단 공시체의 공진특성 규명을 위한 유한요소해석

3.1 자유단 공진실험에 대한 유한요소해석

비구속압축파, 전단파, 휨파의 공진특성에 대한 영향인자를 연구하기 위해 자유단 공시체에 대한 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석모델은 그림 2와 같이 공시체와 같은 원기둥 모양의 3D 모델링을 적용하였고, 직경은 5cm, 길이는 5cm~40cm로 하였다. 망(Mesh)의 간격은 0.2~0.25cm, 총 요소(Element)의 개수는 14950~ 66240개이다. 경계조건은 지지조건이 없는 자유단으로 모델링하였고, 하중이 없는 고유치(Eigenvalue)해석을 하였다. 표 1은 유한요소해석을 수행할 때 사용된 물성이다. 알루미늄의 물성을 기본으로 하였고 세장비 4가지, 밀도 4가지, 영탄성계수 3가지, 포아송비 4가지로 하

여 총 192개의 유한요소해석을 수행하였다. 또한 콘크리트와 알루미늄의 기본 물성으로 세장비 1:1에서 8:1까지 유한요소해석을 수행하였다. 자유단 공진시험의 유한요소해석으로 총 20개 Mode의 결과를 구하였다. 그 중 그림 3과 같이 비구속압축(Unconstrained Compression) Mode, 전단(Shear) Mode, 휨(Flexural) Mode의 고유주파수를 구하였다

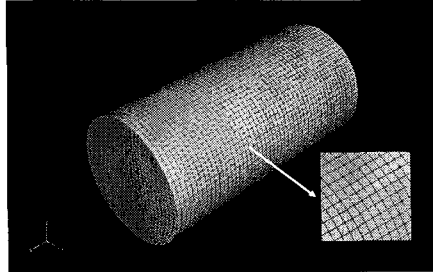
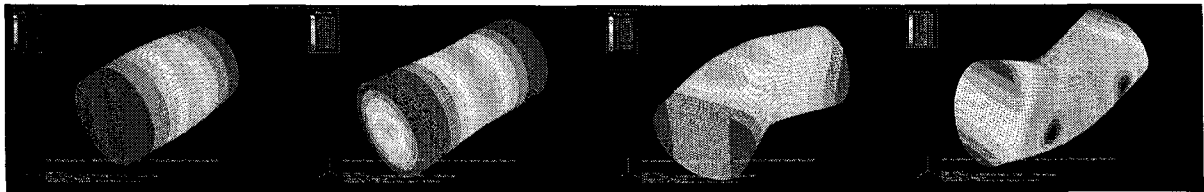


그림 2. 유한요소해석 모델링



(a) 비구속압축 Mode (b) 전단 Mode (c) 1축 휨 Mode (d) 2축 휨 Mode

그림 3. 자유단 공진시험의 유한요소해석 결과

표 1. 유한요소해석에 사용된 물성

세장비(직경/길이)	2	3	4	5
밀도(kg/m ³)	2700	2160	1620	1080
영탄성계수(Pa)	7.31E+10	5.85E+10	4.39E+10	-
포아송비	0.3333	0.2666	0.2	0.15

3.2 비구속압축파, 전단파, 휨파의 공진주파수간 상관관계

앞의 192개의 자유단 공시체의 유한요소해석 결과를 바탕으로 비구속압축파, 전단파, 휨파의 공진주파수간 상관관계를 살펴보았다. 본 연구에서 고려한 중요한 변수는 비구속압축파 공진주파수, 휨파 공진주파수, 포아송비, 세장비 등으로서 그림 4에 이들 변수간의 상관관계를 도시하였다. 그림 4(a)을 살펴보면 휨파 공진주파수는 비구속압축파 공진주파수에 가장 큰 의존성을 가지고 있고, 다음으로 세장비, 포아송비의 순으로 의존성을 가지고 있음을 알 수 있다. 휨파 공진주파수는 비구속 압축파 공진주파수와 세장비에 대한 현저한 의존성을 보여주고 있으나, 포아송비의 경우 비구속압축파 공진주파수와 세장비만큼 큰 영향인자가 되지 못하고 있다. 그러나 그 의존성은 미미하지만 그림 4(b)에 도시된 것처럼 존재하고 있다. 포아송비가 비구속압축파 속도와 전단파 속도와의 관계에서 계산할 수 있다고 본다면 휨파 공진주파수에 대한 전단파의 공진주파수의 영향은 포아송비와 마찬가지로 미미하다고 볼 수 있다. 휨파의 공진주파수는 비구속압축파의 공진주파수와 세장비에 따라 거의 직선의 기울기를 보이고 있다. 따라서 휨파의 공진주파수는 다음의 식 6에 의해 구할 수 있다.

$$f_f = (0.99008 - 0.22191\lambda + 0.017827\lambda^2) \times f_c \quad (6)$$

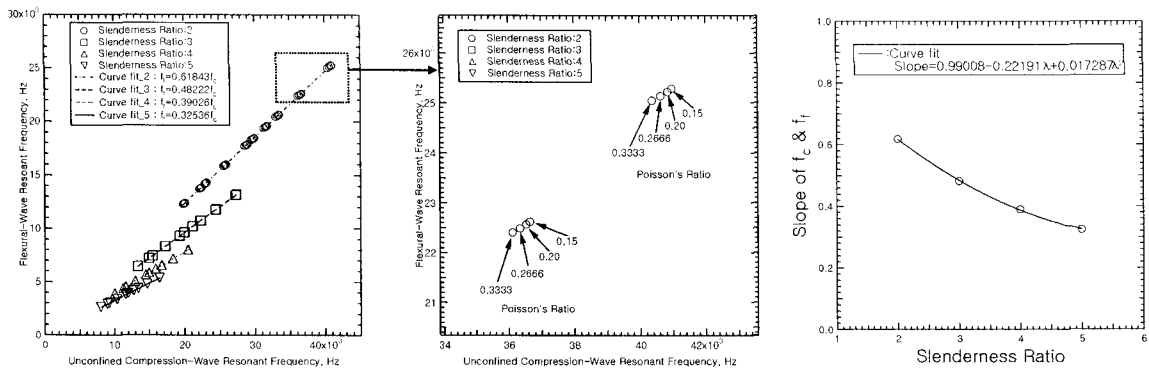


그림 4. 자유단 공진시험에서 비구속압축과 공진주파수, 횡과 공진주파수, 세장비간의 상호관계

3.3 공진특성에 대한 세장비의 영향

알루미늄과 콘크리트의 기본물성으로 세장비 1:1에서 8:1의 자유단 공시체의 유한요소해석결과를 바탕으로 비구속압축과 속도, 전단파 속도, 세장비의 상관관계를 연구하였다. 그림 5에서의 점선인 이론 V_c , V_s 는 유한요소해석에 쓰인 물성, 즉 영탄성계수, 밀도, 포아송비를 가지고 구한 탄성과속도이다. 또한 검은 실선인 수치해석 V_c , V_s 는 유한요소해석으로 구한 비구속압축과 전단파의 공진주파수를 가지고 구한 탄성과속도이다. 그림 5(e)는 그림 5(a), (b), (c), (d)의 y축인 탄성과속도를 정규화(Normalize)한 그래프이다. 그림 5(e)에서 보듯이 알루미늄과 콘크리트의 전단파 속도는 세장비의 변화에 영향을 받고 있지 않으며 정규화된 전단파 속도는 1에 근접하고 있다. 그러나 알루미늄의 정규화된 비구속압축과 속도는 세장비 1:1일 때와 2:1일 때는 큰 차이를 보이고 있고 콘크리트의 정규화된 비구속압축과 속도도 세장비 1:1일 때 큰 차이를 보이고 있다. 즉 전단파 속도는 세장비의 변화에 특정한 패턴을 보이고 있지 않지만 비구속압축과 속도는 세장비가 커질수록 1에 근접하고 있음을 알 수 있다. 비구속압축과 속도는 세장비 1:1에서 이론 파속도와 많은 차이를 보이고 있고, 세장비 2:1에서도 기타 물성에 따라 이론 파속도와 차이를 보이고 있다.

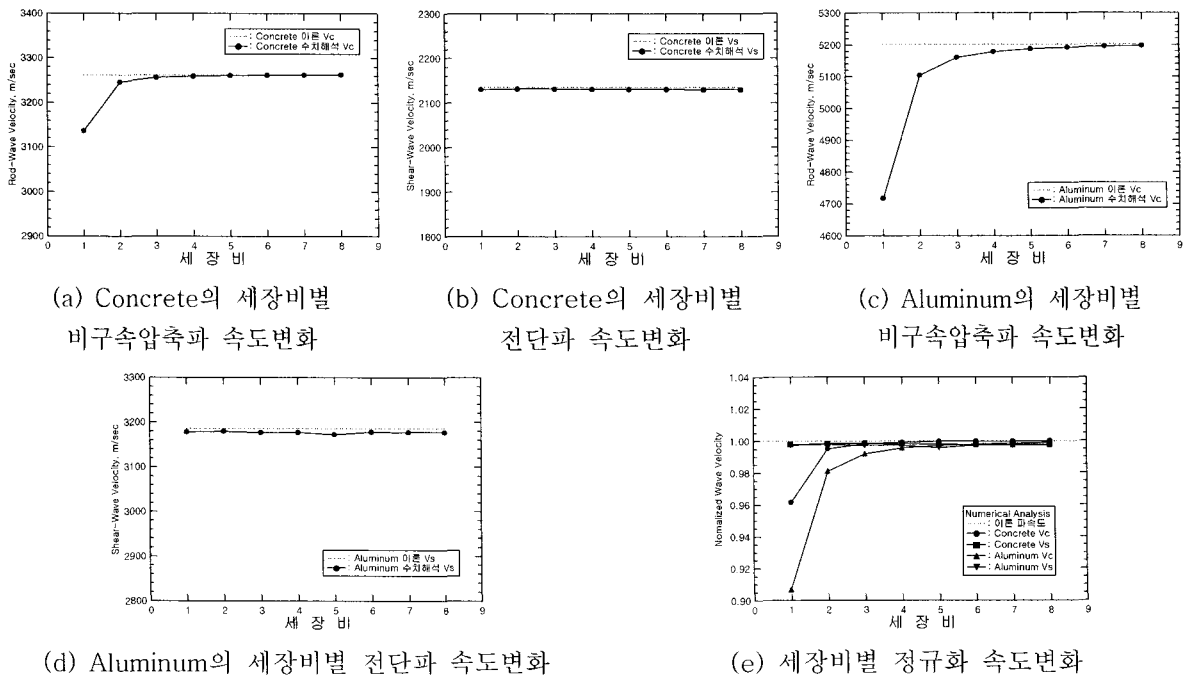


그림 5. 세장비에 따른 탄성과 속도변화

3.4 공진특성에 대한 기타물성의 영향

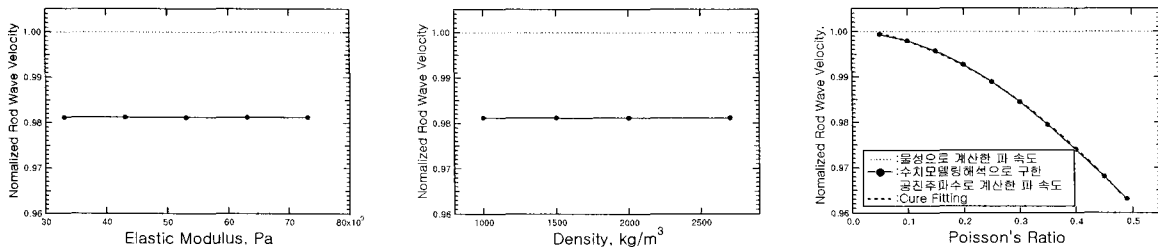
공시체의 세장비 2:1일 때 정규화된 전단파 속도는 물성의 영향을 받지 않고 정규화된 이론 파속도인 1에 근접한 0.99이지만 정규화된 비구속압축파 속도는 물성에 따라 정규화된 이론 파속도와 많은 차이를 보이고 있다. 따라서 자유단 공진시험을 수행할 때 규정되어 있는 세장비 2:1일 때 비구속압축파 속도에 어떤 물성이 영향을 주는지에 대해 연구하였다. 그림 6는 세장비 2:1일 때 알루미늄의 물성에서 각각 영탄성계수, 밀도, 포아송비 값을 변화하여 유한요소해석을 수행한 결과이다. 그림 6에서 보듯이 영탄성계수와 밀도를 변화시켜도 비구속압축파 속도는 변화하지 않았다. 그러나 포아송비는 커질수록 물성으로 계산된 비구속압축파 속도와 유한요소해석으로 구한 공진주파수로 계산한 비구속압축파 속도의 차가 커짐을 알 수 있다. 따라서 세장비 2:1로 자유단 공진시험을 수행할 때 비구속압축파 속도는 포아송비에 따라 보정을 해야 한다. 포아송비에 따른 보정식인 식 7은 그림 6(c)에서의 검은 실선을 Cure Fitting하여 구하였다. 그리고 비구속압축파는 포아송비에 따른 보정계수 β 를 가지고 식 8에 의하여 보정을 하여야 한다. 표 2는 포아송비 별 압축파속도 보정계수를 계산한 결과이다.

$$\beta = 1.0008 - 0.017189\nu - 0.12344\nu^2 \tag{7}$$

$$v_c = \bar{v}_c / \beta \tag{8}$$

표 2. 대표적인 포아송비에 대한 비구속압축파 속도 보정계수

포아송비, ν	압축파속도 보정계수, β
0.10	0.998
0.15	0.995
0.20	0.992
0.25	0.989
0.30	0.980
0.40	0.974
0.45	0.968



(a) 영탄성계수의 변화에 따른 비구속압축파속도변화

(b) 밀도의 변화에 따른 비구속압축파속도변화

(c) 포아송비의 변화에 따른 비구속압축파 속도변화

그림 6. 물성에 따른 비구속압축파 속도변화

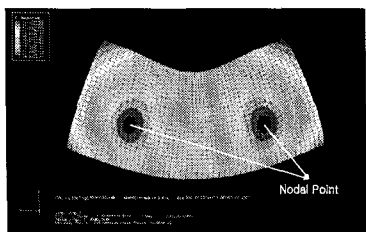
4. 알루미늄 공시체에 대한 공진특성

4.1 Nodal Point를 이용한 전단파 공진주파수 측정

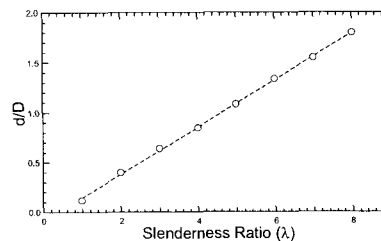
앞의 유한요소해석의 결과인 20개의 모드 중 그림 7(a)는 휨 모드이다. 그림 7(a)에서와 같이 전체 공시체 중 파란색 부분의 휨파의 영향이 가장 작은 부분이 있다. 이 지점의 공진주파수를 측정하면 휨파의 영향보다 전단파의 영향이 더 크다. 따라서 휨파의 영향이 가장 작은 부분인 두 지점의 Nodal Point 중 한 지점에 가속도계 1개를 부착하고 또 다른 지점에 충격해머로 가격을 하여 플레이트로 발생시키는

비틀전단파를 대신하여 전단파의 공진주파수를 측정할 수 있다. Nodal Point의 위치는 각 세장비에 따라 다르다. 그림 7(b)는 세장비 1:1~8:1의 유한요소해석 결과에서 구한 세장비별 Nodal Point의 위치이다. 그림 7(b)에서 알 수 있듯이 세장비와 d/D 는 선형관계를 이루고 있으며 두 변수사이의 관계는 식 9에 의해 정의 될 수 있다. 여기서 d 는 공시체의 한 쪽의 끝단에서 가까운 Nodal Point까지의 거리, D 는 공시체의 직경, λ 는 공시체의 세장비이다.

$$\frac{d}{D} = 0.2362\lambda - 0.09 \quad (9)$$



(a) 휨파의 Nodal Point



(b) 세장비에 따른 Nodal point

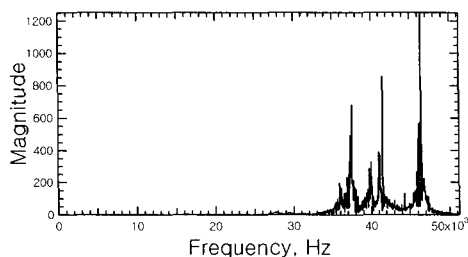
그림 7. 물성에 따른 비구속압축파 속도변화

4.2 알루미늄 공시체의 자유단 공진시험

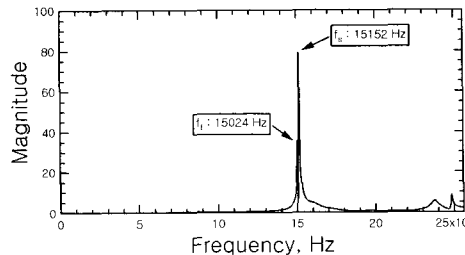
본 연구에서 휨파 Nodal Point를 이용한 전단파 속도 측정기법을 기본물성을 알 수 있는 실물 공시체인 알루미늄 공시체에 적용하여 보았다. 각 공시체에 대한 측정결과인 가속도전달함수를 그림 8에 도시하였다. 측정된 휨파 공진주파수와 전단파 공진주파수의 크기를 표 3에 요약하였다. 또한 추가로 본 연구에서 Nodal Point의 전단파 속도 측정기법의 신뢰성을 검증하기 위하여 비구속압축파와 비틀전단파의 공진주파수를 측정하였다. 측정된 비구속압축파의 공진주파수와 전단파의 공진주파수를 이용하여 구한 포아송비를 표 3에 요약하였다. 세장비 1:1에서 전단파의 공진주파수를 결정할 수 없었지만 세장비 2:1과 4:1에서는 기존의 측정기법의 포아송비와 비틀전단파의 공진주파수를 고려하여 볼 때 본 연구에서 Nodal Point의 전단파 속도 측정기법의 신뢰성은 확인되었다고 할 수 있다.

표 3. 알루미늄 공시체의 자유단 공진시험

Aluminum	f_c (비구속압축파)	f_s (전단파)		f_t (휨파)		포아송비	
		(새로운 방법)	(기존의 방법)	(새로운 방법)	(기존의 방법)	(새로운 방법)	(기존의 방법)
세장비 1:1	45,056	-	26,880	-	39,680	-	0.405
세장비 2:1	24,704	15,152	15,296	15,024	15,232	0.321	0.304
세장비 4:1	12,480	7,616	7,612	4,968	4,960	0.354	0.344

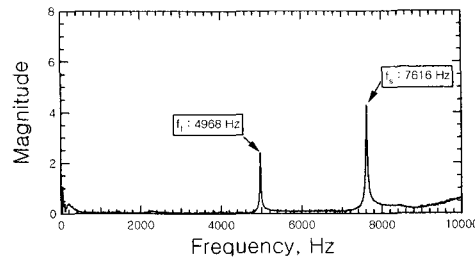


(a) 세장비 1:1



(b) 세장비 2:1

그림 8. 알루미늄 공시체의 새로운 전단파 공진주파수 측정기법(계속)



(c) 세장비 4:1

그림 8. 알루미늄 공시체의 새로운 전단파 공진주파수 측정기법

5. 결론

본 논문에서는 자유단 공진시험의 유한요소해석을 수행하여 공진특성에 대한 영향인자 연구하였다. 휨파의 공진주파수는 비구속압축파 공진주파수와 세장비에 대한 현저한 의존성을 보여주고 있으나, 재료의 전단강성 또는 포아송비와 직접적으로 큰 연관성이 없는 것으로 판단된다. 또한 비구속압축파는 세장비에 많은 영향을 받음을 알 수 있었다. 그리고 알루미늄 공시체로 휨파의 영향이 가장 작은 Nodal Point를 이용한 전단파의 공진주파수를 측정하여 비틀전단파를 이용한 전단파 공진주파수 측정시험의 결과와 비교하였다. 세장비 2:1과 4:1에서 포아송비와 전단파의 공진주파수를 고려하여 볼 때 본 연구에서 Nodal Point를 이용한 전단파 측정기법의 신뢰성은 확인 되었다고 할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 건설핵심기술 연구개발사업(과제명 : 장수명·친환경 도로포장 재료 및 설계시공 기술개발, 과제번호 : 05건설핵심D08)의 지원비에 의해 수행되었으며 이에 감사의 마음을 표합니다.

참고 문헌

1. 박병선 (2006), 휨파와 압축파의 공진특성을 활용한 자유단 공시체의 전단파속도 평가, 중앙대학교 석사학위 논문
2. 추진호 (2002), Wavelet을 이용한 콘크리트 구조물의 수직 균열 평가, 중앙대학교 석사학위 논문
3. 목영진, 윤지선 (1998), 자유단 공진시험을 이용한 암석의 탄성계수 측정, "1998년도 추계 학술발표회 논문집, 한국지진공학회, pp. 353-360
4. Rao, S. S. (2004), *Mechanical Vibrations, 4th Edition*, Prentice-Hall
5. Timoshenko, S. P., Goodier, J. N., (1970), *Theory of Elasticity, 3th Edition*, McGraw-Hill, Inc.
6. Wesley, J. H. (1997), *Matlab Supplement to Fuzzy and Approaches in Engineering*, Jone Wiley & Sons, Inc
7. Sansalone, M. J., Streett, W. B. (1997), *Impact-Echo: Nondestructive Evaluation of Concrete and Masonry*, Bullbrier Press Ithaca, N.Y.
8. Kramer, S. L. (1996), *Geotechnical Earthquake Engineering*, Prentice-Hall