

품질의 집(HoQ) 모형에 대한 수리적 해석

Linear Algebraic Approach to House of Quality Model

김도훈

경희대학교 경영대학
서울시 동대문구 회기동 1번지 (130-701)

02-961-9411(전화), 02-961-0515(FAX), dyohaan@khu.ac.kr

요약

품질의 집(HoQ, House of Quality) 모형은 1960년대 후반에 개발된 이래, 거의 모든 제조업에 적용되어 왔으며, 이제는 서비스업에서도 HoQ 모형을 응용하여 서비스를 개발하거나 서비스전달과정을 개선하는 경우가 많다. 그러나 50년에 가까운 역사를 가짐에도 불구하고, HoQ 모형을 수리적 관점에서 엄밀하게 분석하여 그 이론적 기초를 공고하게 다지는 연구는 매우 드물다. 본 연구에서는 TQM이나 6-시그마 프레임워크의 핵심적 도구로 등장하는 HoQ 모형을 선형대수학(linear algebra)적 관점에서 해석하고 분석하여, 방법론으로서의 가치를 재조명한다. 이러한 접근을 통하여 HoQ 모형이 품질경영에 기여하는 바와 함의 및 한계점 등을 명확히 밝혀, 모형의 올바른 활용을 유도할 수 있다.

1. 서론

품질의 집(이하 HoQ, House of Quality)에서 가장 중요한 요소는 고객요구속성(이하 VoC, Voice of Customers)과 기능요구속성(VoE, Voice of Engineers)을 연결하는 행렬이다. 지금까지 HoQ를 적용한 대부분의 연구에서 HoQ 행렬은 주로 전문가의 주관적인 판단에 의존하였으며(Hauser & Clausing(1988) 등), 이에 대해 계량적인 접근을 시도한 경우는 Karsak et al.(2002), 김도훈(2003), 김도훈, 서영호, 노인성(2005), 심재선, 장해정, 김도훈(2005) 등을 제외하고서는 발견하기 어렵다.

본 연구에서는 HoQ 행렬에 대한 Fehlmann(2005)의 연구를 소개하고, 이를 바

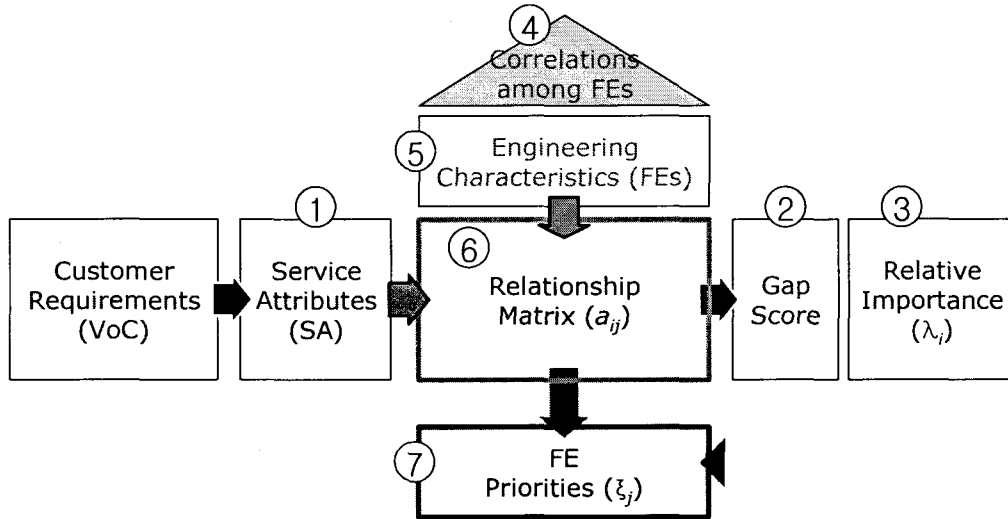
탕으로 하여 계량적이고 객관적인 분석을 가능하게 하는 새로운 HoQ metric을 제안한다. Fehlmann(2005)의 접근법은 HoQ 행렬의 각 행이 하나의 Ishikawa 다이어그램에 해당된다고 보는 것으로부터 출발하는데, HoQ 모형의 궁극적 목표인, VoE 요소(이를 FE, Functional Element라고 하자)들의 중요도를 산출하는 새로운 방식을 제공한다. 그러나 여기서도 VoC를 대변하는 각 요소(이를 SA, Service Attribute라고 하자)의 중요도와 행렬을 구성하는 모든 셀의 값은 주어진다고 가정한다. 따라서 Fehlmann(2005)의 연구도 HoQ 행렬을 계량적이고 분석적으로 평가하지는 못한다. 본 연구는 이러한 한계점을 극복하면서 그러한 접근법의 장점을 유지/발전시키려는 동기에서 시작되었다.

2. HoQ의 수리적 구조

HoQ 모형은 VoC와 VoE 사이의 인과관계(causal-effect relations)를 체계적으로 정리한다고 볼 수 있다. 특히, HoQ 모형의 각 행을 Ishikawa 다이어그램으로 해석할 수 있다. 이 경우 특정 SA i 는 FE들로부터 결정되는 값을 취하는 것으로 볼 수 있으며, 이때 이러한 관계는 $\tau: X \rightarrow Y$ 와 같은 사상(mapping)으로 표현된다. 여기서 X 는 FE $j(=1, \dots, n)$ 들이 취할 수 있는 값들의 cartesian 곱으로 구성되는 정의역(domain)이며, Y 는 SA $i(=1, \dots, m)$ 를 원소로 하는 벡터이다. 따라서 사상 τ 는 다가실함수(multi-valued real function)이다. 특히 함수 τ 가 선형(linear)일 때, 이는 행렬로 표현될 수 있으며 이를 도시한 것이 그림 1의 HoQ 모형이라고 하겠다.

HoQ 모형의 궁극적인 목표는 FE들의 중요도를 나타내는 solution profile 벡터 $\xi=(\xi_1, \dots, \xi_n)$ 을 찾는 것이다. 일반적인 접근법에서는 HoQ 행렬의 각 셀값(a_{ij})들과 SA 중요도(고객이 평가하는 VoC 요소별 우선순위

(priority)) 프로파일 $\lambda=(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ 가 주어지면 solution profile은 위의 그림에서와 같은 식에 의해 쉽게 계산된다. HoQ 모형의 각 부문에 적용되는 기호와 수식은 그림과 그 아래에 정리되어 있다.



[그림 1] HoQ 모형의 구조

- ⑦의 경우 $\xi_j = \sum_i a_{ij}\lambda_i$ 또는 $\xi = \lambda A \dots$ [수식 (1)]에 의해 계산되는 것이 전통적인 접근법임. 여기서 ξ 와 λ 는 각각 solution profile과 SA 중요도 프로파일 벡터를 나타내며, A는 HoQ 행렬 [a_{ij}]를 의미한다.
- ①과 ⑤의 관계를 Ishikawa 다이어그램과 같은 인과관계로 해석할 경우, ③은 다음과 같은 관계에서 결정되는 것이 타당하다. 즉, $\lambda_i = \sum_j a_{ij}\xi_j$ 또는 $\lambda = A\xi \dots$ [수식 (2)].

그러나 Fehlmann(2005)의 주장에 따르면, HoQ의 창시자 중의 한 명인 Akao 박사의 인과관계행렬(cause-effect matrix)의 원칙에 충실하게 HoQ 모형을 적용한다면(Akao(1990)), 위 식 (1)과 같은 계산법은 적절치 못하다. 오히려 식 (2)에서와 같은 정식화(setting)에서 SA 중요도 프로파일과 가장 유사한 벡터 $\xi=(\xi_1, \dots, \xi_m)$ 를 창출하는 solution profile을 찾아내는 계산방식이 더 타당하다. 이에 대한 논리적 근거는, 인과관계행렬과 HoQ 행렬 모두 FE(VoE)에서 SA(VoC)로의 일방적인 관계(one-way relation)를 의미하므로, 실제 계산에 있어서도 λ_i 를 도입하여 solution profile ξ_j 를 결정하는 것은 일종의 동어반복(tautology)에 해당한다는 것이다. 실제로 전형적인 접근법인 식 (1)에 의해 계산된 solution profile을 식 (2)에 다시 대입했을 때, 그 결과가 처음의 SA 중요도 프로파일 λ 와 일치하는 경우는 매우 드물다.

위에서 정의한 수식으로 Fehlmann(2005)

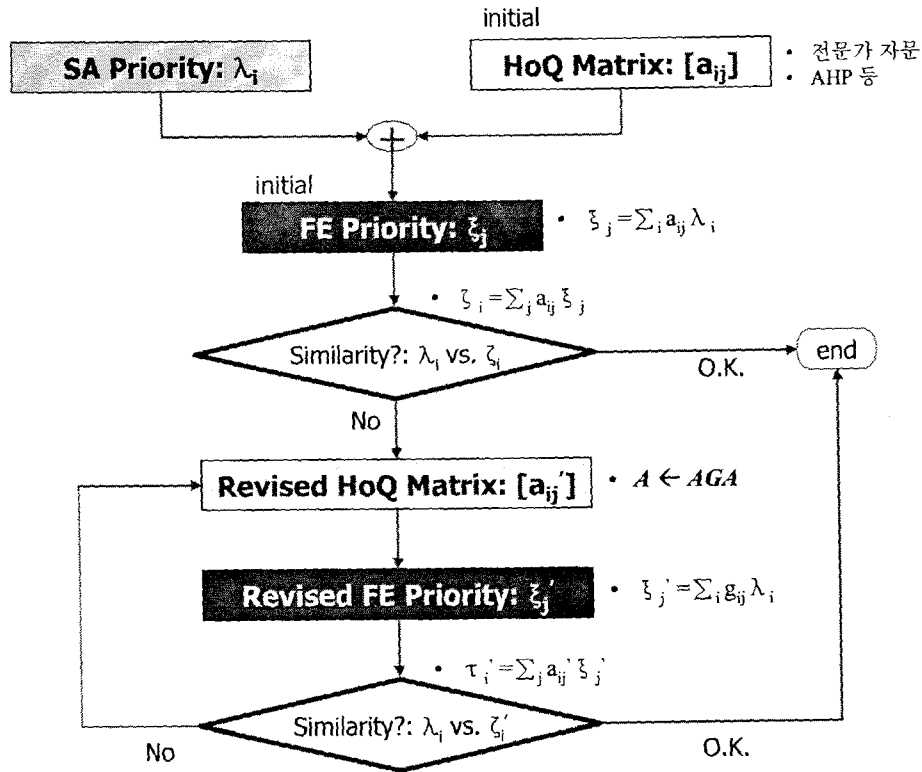
의 접근법을 표시하면 기존에 알려진 SA 프로파일 λ 가 주어졌을 때, λ 와 $\tau(x)$ 의 차이를 최소화하는 solution profile x 를 찾는 최적화 문제로 정의된다. 두 벡터가 비슷한 정도(similarity)는 다양한 기준에서 평가될 수 있다. Fehlmann(2005)에서는 임의의(혹은 식 (1)을 초기값으로 한) ξ_0 에서 시작하여 식 (2)의 변환과정에 따라 $\tau(x_t)$ 가 주어진 λ 와 특정 기준에서 비슷해질 때까지 ξ_t 를 부분적으로 조정해 나간다(예컨대, minimax 알고리즘을 사용할 수 있다).

3. 새로운 HoQ Metric

SA 프로파일을 계량적으로 평가하는 방식으로는 AHP(Analytical Hierarchical Process: Karsak et al.(2002), Lu et al.(1994), Saaty(1988) 등), 판별분석(discriminant analysis: 김도훈, 서영호, 노

인성(2005), 심재선, 장해정, 김도훈(2005) 등) 등이 많이 활용되고 있다. 따라서 Fehlmann(2005)의 접근법에서 λ 를 주어진 것

으로 가정하는 것에는 별다른 문제점이 없어 보인다.



[그림 2] HoQ 모형 데이터의 재평가 방법

그러나 Fehlmann(2005)의 접근법에서 HoQ 행렬의 셀값들이 (전문가 자문 등 통상적인 방법들을 적용하여) 주어지는 것으로 가정하고 있는 것은 기존의 방법론에서와 크게 다르지 않다. 이는 제시된 모형의 현실적인 적용 가능성을 높이기 위해서는 반드시 해결해야 할 과제이다. 행렬은 기본적으로 선형변환(linear transformation)이기 때문에 그 값들의 상대적 차이는 결과에 큰 영향을 주지는 않아도(최소한 solution profile의 중요도 순서는 유지가 됨), 그 값들의 절대적 차이는 최종 결과에 중요한 영향을 줄 수 있다(Franceschini & Rupil(1999), Fraser(1994) 등). 즉, 모든 셀값들이 동일한 비율로 과대추정(overestimation)되거나 과소추정(underestimation)되는 경우에는 별다른 문제가 발생하지 않으나, 서로 다른 비율로 과대 혹은 과소추정될 경우에는 그 최종 결과를 심각하게 왜곡할 가능성이 높다. 따라서 Fehlmann(2005)에서와 같이 HoQ 행렬의 평가를 주관적 기준에 의존하는 것은 바람직하지

않다. 대부분의 HoQ에 관한 연구에서 HoQ 행렬의 평가에 많은 노력을 기울이고 있는 것도 이러한 이유 때문이다.

그런데 Fehlmann(2005)의 접근법을 다른 각도에서 해석하고 확장하면, HoQ 행렬의 재평가를 포함하여 보다 정확한 FE 중요도(solution profile)를 찾아내는 새로운 방법론을 개발할 수 있다. 그림 2는 이러한 접근법의 개요를 도식화한 것이다.

그림에서 요약된 바와 같이, 제안된 방법론은 크게 두 부분으로 구성된다. 먼저 일반화역행렬(generalized inverse matrix)에 의하여 HoQ 행렬 A를 변형시킨다. 예컨대, Moore-Penrose 역행렬을 이용하여 대부분의 경우 장방행렬(rectangular matrix)인 A의 일반화역행렬 G를 구할 수 있다. 장방행렬의 경우 일반화역행렬은 유일하지 않기 때문에 Penrose 조건(예컨대 Searle(1982) 등을 참조) 등을 추가하여 유일한 일반화역행렬을 정의할 수도 있다. 그런데 HoQ 모형이 의도하는 바를 충분히 반영한다면 일반화역행렬의 유일

성을 포기하고 대신에 다른 조건들을 고려하는 것이 바람직할 수 있다. 이 경우 일반화역행렬의 핵심 성질 몇 가지가 만족되지 않은 상태에서 일반화역행렬에 근사한 다른 행렬(본 연구에서는 이를 근사 일반화역행렬이라고 부를 것이다)로 귀착될 가능성이 높다.

(근사)일반화역행렬 G 가 계산되면 식 (2)에 의하여 일반화된 선형연립방정식의 해로서 solution profile ξ '은 Rao의 이론에 의해 (Searle(1982)) $G\lambda$ 로 계산된다. 그리고 ξ '를 이용하여 식 (1)에 의해 ξ 를 산정하고 이를 주어진 λ 와 비교한다. 그 차이가 크지 않으면 HoQ 모형을 재평가하는 절차를 중단하고 그렇지 않은 경우에는 다른 (근사)일반화역행렬을 시도해 보아야 한다. 이러한 과정은 ξ 와 λ 가 서로 근사할 때까지 반복된다. 특정 ξ 에서, 예컨대 ξ '에서 ξ 와 λ 의 차이가 만족스러운 정도로 작을 때, ξ '를 남겨 한 ξ '를 best solution profile로 결정한다.

일반화역행렬 G 는, HoQ 행렬 A 를 인자분해(factorization)하여 최대열계수행렬 K 와 최대행계수행렬 L 을 구하고 $G = L^T(K^TAL^T)^{-1}K^T$ 로 하여 구할 수 있다(Moore-Penrose의 일반화역행렬). ξ 와 λ 의 차이가 클 경우에는 다른 일반화역행렬 G 를 찾아서 다시 시작할 수도 있지만, 선형연립방정식의 해를 구하는 공식 $\xi = G\lambda + (GA - I)z$ 에서 (여기서 I 는 항등행렬이고, 벡터 z 는 n 차원의 임의의 벡터임, Searle(1982)) z 벡터를 달리하면서 다양한 ξ 를 생성하여 비교해 볼 수도 있다. 또한 앞에서 구한 (후보) solution profile들의 볼록결합(convex combination)으로 새로운 solution profile 후보를 생성할 수도 있다 (Searle(1982)).

4. 결론

Fehlmann(2005)의 접근법은 HoQ 모형에 대해 새로운 관점을 제공하지만, HoQ 행렬을 비롯한 여러 데이터의 계량적 분석과 처리에 대한 완전한 방법을 제공하지는 못한다. 그러나 Fehlmann(2005)이 도입한 선형대수 기법은 그 접근법을 확장하고 정교하게 다듬을 수 있는 단서를 제공한다. 본 연구에서는 다른 각도에서 Fehlmann(2005)의 HoQ 모형을 해석하고 선형대수학의 이론을 적용하여, VoC에 충실하고 그 우선순위를 정확히 반영하는 FE 중요도(solution profile)를 계산하는 방법론을 제안하였다. 향후 이러한 방법론을 실제 사례에 적용함으로써, 제안된 방법론의 실질적 가

치를 검증하고, 기존의 방법론과의 장/단점을 비교하여 그 유효성을 평가해 보고자 한다.

참고문헌

- [1] 김도훈, 서영호, 노인성 (2005) “웹사이트 경쟁력 강화를 위한 평가 및 개선 방안: HoQ 모형에 기반한, 온라인교육 K사 웹사이트의 품질 개선,” 품질경영학회지, 제33권, 2호, pp.40-50.
- [2] 김도훈 (2003) “QFD and Principal Component Regression Analysis,” 경희비즈니스연구, 제9권, pp.19-30.
- [3] 심재선, 장혜정, 김도훈 (2005) “HoQ 모형을 적용한 인터넷 건강정보 사이트의 기능 개선,” 대한의료정보학회지, 제11권, 1호, pp.71-86.
- [4] Akao, Y. (1990) QFD: Integrating Customer Requirements into Product Design, Productivity Press, Cambridge.
- [5] Fehlmann, T.M. (2005) “The impact of linear algebra on QFD,” International Journal of Quality & Reliability Management, Vol. 22, No. 1, pp.83-96.
- [6] Franceschini, F. and Rossetto, S. (1995) “QFD: the Problem of Comparing Technical Engineering Design Requirements,” Research in Engineering Design, Vol. 7, pp.270-278.
- [7] Franceschini, F. and Rupil, A. (1999) “Rating Scales and Prioritization in QFD,” International Journal of Quality and Reliability Management, Vol. 16, No. 1, pp.85-97.
- [8] Franceschini, F. and Rossetto, S. (1998) “QFD: How to Improve Its Use,” Total Quality Management, Vol. 9, No. 6, pp.491-500.
- [9] Fraser, N.M. (1994) “Ordinal Preference Representations,” Theory and Decision, Vol. 36, No. 1, pp.45-67.
- [10] Hauser, J.R. and Clausing, D. (1988) “The House of Quality,” Harvard Business Review, May/June, pp.63-73.
- [11] Karsak, E.E., Sozer, S. and Alptekin, S.E. (2002) “Product Planning in Quality Function Development Using a Combined Analytical Network Process

- and Goal Programming Approach,”
Computer and Industrial Engineering,
Vol. 44, pp.171-190.
- [12] Lu, M.H., Madu, C.N., Kuei, C. and
Winokur, D. (1994) “Integrating QFD,
AHP and Benchmarking in Strategic
Marketing,” Journal of Business and
Industrial Marketing, Vol. 9, No.1,
pp.41-50.
- [13] Mazur, G.H. (1993) “QFD for Service
Industries: from Voice of Customer to
Task Deployment,” Proceedings of the
Fifth Symposium on QFD, Novi,
Michigan, June, pp.1-17.
- [14] Saaty, T.L. (1988) The Analytic
Hierarchy Process: Planning, Priority
Setting, Resource Allocation, RWS
Pub., Pittsburgh, PA.
- [15] Searle, S.R. (1982) Matrix Algebra
Useful for Statistics,
Wiley-Interscience.
- [16] Sullivan, L.P. (1986) “Quality
Function Deployment,” Quality
Progress, Vol. 19, No. 6, pp.39-50.