

가변스텝사이즈를 적용한 웨이블렛 기반 적응 알고리즘의 Fast running FIR filter에 관한 연구

이 재 균*, 박 재 훈*, 김 시 우*, 이 채 옥*

*대구대학교 정보통신공학과

Fast running FIR filter structure Using variable step size based on Wavelet adaptive algorithm

Jae-Kyun Lee*, Jae-Hoon Park*, Sie-Woo Kim*, Chae-Wook Lee*

*Daegu University, computer and communication engineering

요 약

적응신호처리 분야에서 LMS(Least Mean Square) 알고리즘은 수식이 간단하고, 적은 계산 량으로 인해 널리 사용되고 있지만, 시간영역의 적응알고리즘은 입력신호의 고유치 분포 폭이 넓게 분포할 때는 수렴속도가 느려지는 단점이 있다. 본 논문에서는 적응 신호처리의 수렴속도를 향상 시키고 복잡한 계산 량을 줄이는 새로운 fast running FIR 필터 구조를 제안한다. 그리고 제안한 알고리즘을 가변스텝 사이즈 웨이블렛 기반 적응 알고리즘에 적용한다. 실제로 합성 음성을 사용하여 적응 잡음 제거기에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘과 기존 알고리즘과의 성능을 비교한다.

I. 서 론

많은 응용 분야에서 주위의 잡음으로부터 원하는 신호를 얻는 것은 매우 중요한 문제이다. 배경 잡음의 통계적 특징을 알지 못하고, 주위의 환경이 계속적으로 변화하는 경우에 원하는 신호를 얻어내기 위해 주로 적응 잡음 제거기(Adaptive Noise Canceller)가 사용되며, 이를 적용시키는데 LMS(Least Mean Square) 알고리즘이 주로 사용된다. 이러한 LMS 알고리즘은 식이 간단하고 계산 량이 비교적 적기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 시간영역에서 처리할 경우 입력신호의 자기 상관 행렬의 고유치가 넓게 분포됨으로 인한 수렴속도가 저하되고 알고리즘의 성능을 좌우하는 고정된 적응상수를 적절하게 선택해야만 알고리즘이 수렴하는 문제점이 있다.

이를 해결하기 위하여 신호를 주파수 영역으로 옮겨 신호의 고유치 분포 폭을 좁힘으로써 필터의 수렴속도를 향상시키고(data orthogonalization) 뿐만 아니라 FFT(Fast Fourier Transform)나 DCT(Discrete Cosine Transform)로 변환하여 신호간의 상관도를 제거함으로써 시간영역에서 LMS알고리즘을 적용할 때 보다 수렴속도를 크게 향상시킬 수 있다[1][2].

그러나 FFT나 DCT를 이용한 변환영역 적응알고리즘의 수행은 시간영역 신호를 변환영역으로 바꾸기 위해서 복소 연산과 곱셈 연산 등의 추가적인 계산이 필요하다.

이러한 대안으로 WTLMS(Wavelet Transform LMS) 적응알고리즘이 발표되었으며 WTLMS 알고리즘은 변환된 신호의 자기상관 행렬은 거의 대각요소로 집중되므로 전처리 과정을 거치면 고유치 비를 작게 할 수 있고, 따라서 기존의 변환영역 알고리즘에 비해 그 수렴성능이 우수하다[3].

본 논문에서는 수렴속도 향상을 위해 효율적인 형태의 새로운 fast running FIR filter 구조를 제안하고, 시간영역의 적응 알고리즘을 직교변환인 웨이블렛(Wavelet) 변환을 이용하여 적응 알고리즘을 변환영역에서 수행한다.

또한 변환영역에서 수렴성능 향상과 계산 량 감소 및 안정된 수렴특성을 유지할 수 있도록 가변스텝 사이즈 웨이블렛 기반 적응 알고리즘에 적용시키고 제안한 알고리즘을 적응잡음제거기(Adaptive Noise Canceller)에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다.

II. 웨이블렛 기반 적응알고리즘

시간영역에서 적응 알고리즘을 처리할 경우 입력신호의 고유치 분포 폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있다. 따라서 본 논문에서는 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블렛 변환을 하여 적응 알고리즘을 변환영역에서 수행하고자 한다.

먼저 $N \times N$ 웨이블렛 변환 행렬을 T_w 라 정의하고 입력벡터 $X(n)$ 이 있을 때 웨이블렛 변환영역 입력벡터 $z(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(n) = T_w x(n) \tag{1}$$

여기서 T_w 은 웨이블렛 저역통과필터와 고역통과 필터로부터 구해서 얻어진 행렬이다. 바라는 신호(desired signal) $d(n)$ 가 있을 때, 입력신호에 대한 자기상관(autocorrelation)행렬과 상호상관(intercorrelation)벡터는

$$\begin{aligned} R_{zz} &= E[z(n)z^T(n)] \\ &= E[T_w x(n)x^T(n)T_w^T] \\ &= T_w R_{xx} T_w^T \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} P_{zd} &= E[d(n)z(n)] \\ &= T_w P_{xd} \end{aligned} \tag{3}$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 R_{xx} 와 P_{xd} 는 각각 시간영역에서 입력신호에 대한 자기 상관행렬과 상호상관벡터이다. 식(4)이 적응알고리즘의 오차는 바라는 신호에서 적응 알고리즘을 통과한 출력으로 계산되어진다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{4}$$

식 (4)의 MSE(Mean Square Error)을 최소화하기 위한 Wiener Solution은

$$g_{opt} = R_{zz}^{-1} P_{zd} \tag{5}$$

로 나타낼 수 있으며, 웨이블렛 변환의 직교성을 이용하여 원래 시간영역의 최적 임펄스응답인 h_{opt} 는 아래의 식에 의해 환원될 수 있다.

$$g_{opt} = T_w h_{opt} \tag{6}$$

적응 알고리즘의 가중치 벡터를 업데이트 시키는 알고리즘인 LMS알고리즘에 대하여 WTLMS알고리즘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(n+1) = g(n) + \widehat{R}_{zz}^{-1}(n)z(n)e(n) \tag{7}$$

여기서

$$\widehat{R}_{zz}^{-1}(n) = \text{diag}[Z_0^{-1}(n) \ Z_1^{-1}(n) \ \dots \ Z_{N-1}^{-1}(n)] \tag{8}$$

이다. N 은 적응필터의 차수를 나타내며, 식 (8)이 대각행

렬은 다음과 같은 방법으로 추정할 수 있다.

$$Z_i(n) = \beta Z_i(n-1) + (1-\beta)(Z_i^2(n)), 0 < \beta < 1 \tag{9}$$

웨이블렛 변환을 하게 되면 시간영역보다 웨이블렛 변환 영역에서 입력상관행렬의 고유치 분포 폭이 줄어든다. 적응 알고리즘이 정상상태로 수렴하는 속도는 고유치 분포 폭에 의해 결정되고, 고유치 분포 폭이 클수록 적응 알고리즘의 수렴속도는 늦어진다.

이처럼 시간영역에서 적응 알고리즘을 처리할 경우 입력신호의 고유치 분포 폭이 넓게 분포되어 수렴속도가 저하하는 문제점이 있으므로 본 논문에서는 시간영역의 적응알고리즘을 웨이블렛 변환을 하여 알고리즘을 변환 영역에서 수행하였다.

그림 1 은 웨이블렛 적응 알고리즘을 나타낸 것이다. 웨이블렛 적응 알고리즘은 원하는 신호와 참조 신호를 각각 고주파성분과 저주파성분으로 분해하여 다운샘플을 행하고, 각각에 대해서 적응 알고리즘을 수행한다. 다음으로 각각의 적응필터 출력을 앞단의 반대인 업샘플 과정과 필터를 통과시킨 신호들의 합을 구하면 적응 알고리즘의 최종적인 출력이 된다.

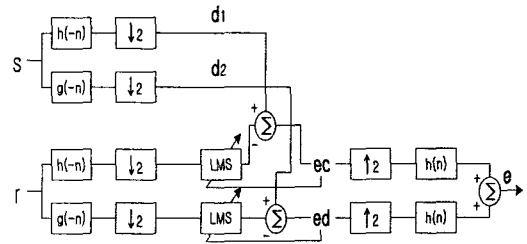


그림1. 웨이블렛 적응 알고리즘

III. 고속 웨이블렛 알고리즘

먼저 입력신호 $x(n)$ 에 대한 z 변환(z transform)을 $X(z)$ 라 하고 N 에 의해 서브샘플된 출력신호 $y(n)$ 에 대한 z 변환을 나타내면 다음과 같다.

$$Y(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(W_N^n z^{1/N}), W_N = e^{-j2\pi/N} \tag{10}$$

역으로 입력신호에 대한 업샘플링(upsampling)된 신호에 대한 변환은

$$Y(z) = X(z^N) \tag{11}$$

로 나타낼 수 있다.

컨벌루션 알고리즘은 입력신호와 임펄스응답을 z 변환하면 z 변환 영역에서는 변환된 신호들이 다항식들의 곱셈 형태로 나타낼 수 있으므로 효율적으로 수행할 수 있다. 먼저 $N=2$ 로 서브샘플되고, 다음에 따르는 필터구조를 갖는 3채널 필터뱅크가 있다는 가정하여 고속 컨벌루션 알고리즘은 다음과 같이 유도 된다.

$$h(z) = [z^{-1}, 1 + z^{-1}, 1]^T \quad (12)$$

$$C(z^2) = \text{diag}[H_0(z^2), H_0(z^2) + H_1(z^2), H_1(z^2)]^T \quad (13)$$

$$g(z) = [1 - z^{-1}, z^{-1}, z^{-2} - z^{-1}]^T \quad (14)$$

식 (10)과 식 (11)의 관계를 이용하여 그림 1의 시스템의 출력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y(z) = [z^{-1} \cdot H_0(z^2) + z^{-2} \cdot H_1(z^2)] \cdot X(z) \quad (15)$$

이제 원하는 필터(desired filter)가 $H(z)$ 주어질 때 $H_0(z^2), H_1(z^2)$ 은 다음 방법으로 나타낼 수 있다.

$$H_0(z^2) = \frac{1}{2} [H(z) + H(-z)] \quad (16)$$

$$H_1(z^2) = \frac{z}{2} [H(z) - H(-z)] \quad (17)$$

여기서 $H(z)$ 의 필터 차수가 $2K$ 일 때, 식 (16), 식 (17)의 필터차수는 K 로 줄어든다. 식 (16), 식 (17)을 사용하여, 식 (15)을 나타내면,

$$Y(z) = z^{-1} \cdot H(z) \cdot X(z) \quad (18)$$

로 나타낼 수 있다. 식 (18)과 식 (16), 식 (17)에서 보는 것처럼 한 개의 지연소자를 추가함으로써 원래 FIR 필터가 가지는 필터차수보다 반으로 줄어든 3개의 필터로 대체할 수 있다. 즉 25% 출력 샘플 당 곱셈수를 줄일 수 있다. 반면에 추가비용으로 두 개의 입력 당 한 번의 덧셈과 두 개의 출력 당 3번의 덧셈이 필요하다. 알고리즘에 대한 블록도를 그림 2에 나타내었다.

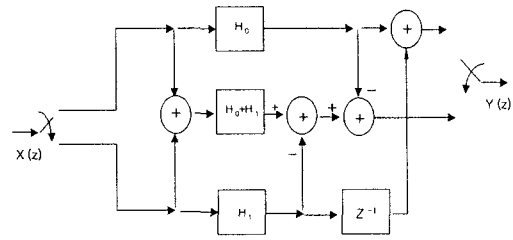


그림 2. Short-length fast running FIR 알고리즘

FIR 필터의 차수를 L 이라 가정했을 때, 기존의 FIR 필터와 고속 FIR 알고리즘 사이에 수학적 계산 량을 비교해 보면, 기존의 FIR 필터가 한 개의 출력 당 L 번의 곱셈과 $(L-1)$ 번이 덧셈이 필요한 반면, 고속 FIR 알고리즘인 그림 3은 출력 한 개당 $(3/4)L$ 번의 곱셈과 $2 + (3/2)(L/2 - 1) = (3/4)L + 1/2$ 번의 덧셈이 필요하다.

IV. 가변스텝사이즈 알고리즘

LMS 알고리즘은 수렴 속도와 수렴 오차를 결정하는 핵심 인자인 μ 에 의해 수렴 상태가 결정된다. μ 값이 작으면 수렴 속도는 느리나 안정된 수렴을 하고 μ 가 크면 안정되지는 않지만 빠른 수렴을 한다. 이러한 이유 때문에 LMS 알고리즘은 빠른 수렴과 안정성 사이에 tradeoff가 발생한다.

따라서 LMS 알고리즘의 성공적인 수행여부는 수렴상수의 선택에 달려 있다고 할 수 있다. 한편, 수렴의 초기 상태는 오차의 기울기 범위가 크고, 최적의 상태로 가까워질수록 오차의 기울기는 작다. 그러므로 수렴의 초기에는 μ 를 크게 잡아 빠른 수렴을 하고, 나중으로 갈수록 μ 를 작게 하여 안정된 수렴향상 효과를 기대할 수 있는 알고리즘이 가변스텝사이즈 알고리즘이다. 이러한 가변스텝사이즈 알고리즘의 대표적인 예로 VSS(Variable Step Size)LMS 알고리즘이 있다.

VSSLMS 알고리즘은 오차신호의 제곱을 이용하여 iteration마다 update 파라미터 α 와 γ 에 의해 μ 를 변화시키는 것으로 아래 식으로써 다음 iteration에 필요한 적응상수가 결정되어진다.

$$\mu_{k+1} = \begin{cases} \alpha \mu_k + \gamma \epsilon_k^2 & \\ \mu_{\max} & \text{if } \mu_{k+1} > \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & \text{if } \mu_{k+1} < \mu_{\min} \\ \mu_{k+1} & \text{other} \end{cases} \quad (19)$$

여기서, k 는 iteration number이고 초기 값 $\mu(0)$ 는 대개 μ_{\max} 를 사용한다.

$$\mu_{k+1} = \frac{2}{3tr(R)} \quad (20)$$

이 때 $0 < \mu_{\min} < \mu_{k+1}$ 의 조건을 만족해야한다. μ_{\min} 은 tracking의 최소 범위로 정하는데 대개 고정된 스텝사이즈 LMS의 μ 값 근처로 정한다.

VSSLMS 알고리즘은 제곱오차 값이 클 때는 μ 를 최대로 하여 빠른 수렴을 하고 제곱오차 값이 적으면 μ 를 최소로 하여 exponential 분포로 적응상수 값을 변화시키는 알고리즘이다.

그러나 이 알고리즘은 적절한 α 와 γ 를 선택하여 μ 의 최대값과 최소값을 결정해야 하며 위의 식 (19)에서처럼 각 iteration마다 μ 값을 비교해야하는 등 알고리즘을 수행하는데 다소 복잡한 과정이 필요하며 필터계수 수정 후 다음 적응상수를 계산해야 하므로 전체 계산 량이 증가하게 되는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 평균오차의 순시 절대 값을 exponential 함수에 적용하여 적응상수의 값을 변화시키는 가변스텝사이즈를 갖는 알고리즘을 제안한다.

여기서 순시치(instantaneous)라 함은 적응필터의 출력인 오차신호의 평균에 대한 절대 값 대신 각각의 반복구간(iteration)마다의 오차신호의 절대 값을 사용한다는 의미이다.

즉 적응신호처리 초기 상태에서는 평균오차는 크고, 적응과정이 진행됨에 따라서 알고리즘이 수렴하여 평균오차는 점점 줄어들게 되므로 이에 비례하여 고정된 적응상수의 값을 변화시킨다. 아래 식은 오차의 절대 값을 이용한 가변스텝사이즈를 갖는 알고리즘에 대한 식을 나타낸다.

$$\mu(k) = 1 - \exp(-\alpha |e(k)|)$$

여기서 α 는 척도인자로서 $0 < \alpha < 1$ 사이의 값을 가지며, k 는 각 반복구간을 나타낸다.

이는 VSSLMS 알고리즘과 비교했을 때, 정해주어야 하는 파라미터가 α 하나만 가지므로, VSSLMS 알고리즘에 비해 적절한 파라미터를 찾기가 수월해진다.

본 논문에서는 가변스텝사이즈 알고리즘을 이용한 가변스텝사이즈를 갖는 고속 웨이블렛 기반 적응 알고리즘을 제안한다.

V. 제안하는 알고리즘

그림 1의 웨이블렛 적응 알고리즘에 그림 3의 앞단의 short-length running fast FIR 알고리즘을 적용할 경우 웨이블렛 적응 알고리즘에서 다운 샘플링을 수행하기 때문에 short-length running FIR 알고리즘에 두 출력 부분 중 한쪽을 생략함으로써 다운샘플링의 역할을 대신할 수

있게 된다. 따라서 본 논문에서는 두 출력 부분 중 짝수 번째로 나오는 경로를 제거함으로써 기존의 웨이블렛 적응 알고리즘에 short-length running fast FIR 알고리즘을 적용한 계산 량보다 곱셈은 $(2/3)L$ 번, 덧셈은 $(1/4)L$ 번 계산하고 같은 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

그림 3은 제안한 first fast running FIR 알고리즘을 나타낸 것이다.

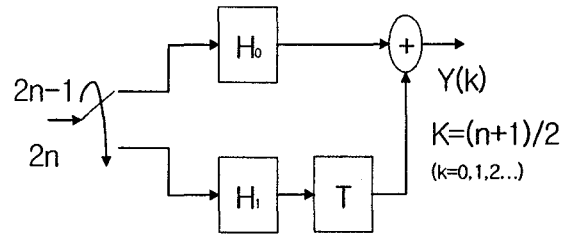


그림 3. 제안한 fast running FIR algorithm(1)

또한 그림 2의 LMS알고리즘 수행 후 업 샘플링을 수행하기 때문에 H_1 에 해당하는 Daubechies D_4 웨이블렛 필터 계수에 곱해지는 값들이 0이므로 필터 계수를 제거함으로써 기존의 웨이블렛 적응 알고리즘을 적용한 계산 량보다 곱셈은 $(2/3)L$ 번, 덧셈은 $(3/4)L$ 번 계산하고 같은 성능을 보이는 것을 알 수 있다.

그림 4는 제안한 second fast running FIR 알고리즘을 나타낸 것이다.

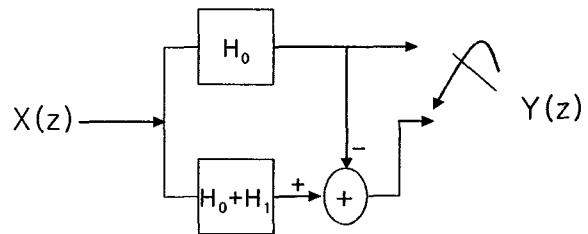


그림 4. 제안한 fast running FIR algorithm

그림 5는 제안한 fast running FIR 알고리즘을 웨이블렛 적응 알고리즘에 적용한 블록도이다.

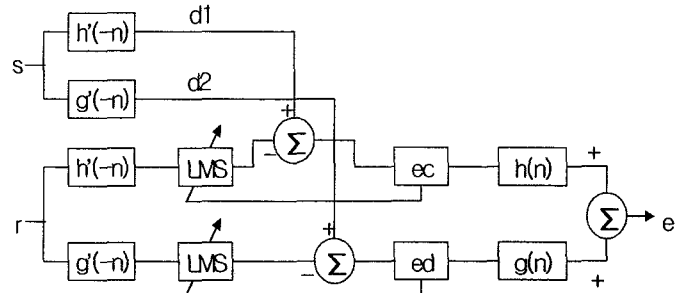


그림 5. 웨이블렛 적응 알고리즘에 적용한 블록도

VI. 시뮬레이션

시뮬레이션 환경은 입력 $x(n)$ 은 평균이 '0', 전력이 '1'인 white gaussian noise로 하였고, 원 신호는 샘플링 주파수가 16kHz 이고 16bits 로 양자화 한 여성합성음으로 되어있다. 잡음의 전달경로는 3차 FIR 필터로 근사 화하였고, 입력음성 SNR은 -4.49dB가 되도록 하였다. 필터의 차수는 각 알고리즘 모두 32차로 하고, FLMS(Fast LMS)알고리즘인 경우는 블록길이와 필터차수의 길이를 갖게 하였다. WLMS 알고리즘인 경우 웨이블릿 변환은 Daubechies D_4 웨이블릿 필터를 사용하였다. 적응상수 μ 값은 초기 값을 0.06을 채택하였고, 최대값과 최소값 사이에서 적응 상수 μ 값이 정해지도록 하였다.

LMS와 주파수영역 알고리즘인 FLMS를 제안한 알고리즘인 WLMS 알고리즘 사이의 수렴성능을 MSE(Mean Square Error)를 통하여 비교하였다.

그림 6과 그림 7은 각각 원 신호와 원 신호에 잡음이 포함된 신호의 그래프이며 그림 8은 WLMS 적응 알고리즘을 수행한 결과 출력되는 신호의 그래프를 나타낸다. 그림 9는 각 알고리즘별 MSE의 성능 곡선을 dB로 나타낸 그림이다.

그림 9에서 보는 것처럼 시간영역이 LMS 알고리즘보다 변환영역에서 적응 알고리즘을 처리했을 때가 입력 신호의 상관도를 제거시킴으로써 보다 낮은 성능을 보임을 알 수 있으며, 주파수 영역 알고리즘보다 웨이블릿 기반에서 적용한 WLMS 알고리즘이 성능이 우수함을 알 수 있다.

그림 10은 그림4와 그림 5의 알고리즘을 적용하였을 때의 MSE 성능 곡선을 나타낸 것이고, 그림 11과 그림 12는 가변스텝 사이즈 웨이블릿 기반 적응 알고리즘의 출력 신호와 MSE 성능곡선을 나타낸 것이다.

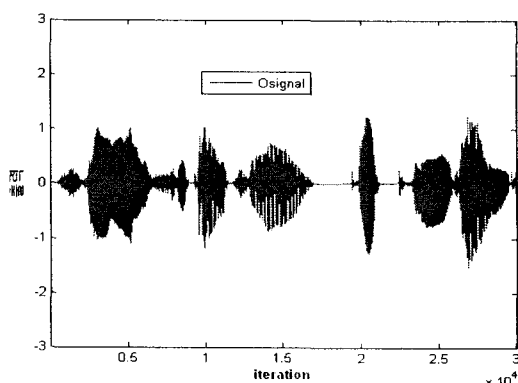


그림 6. 원 신호에 대한 그래프

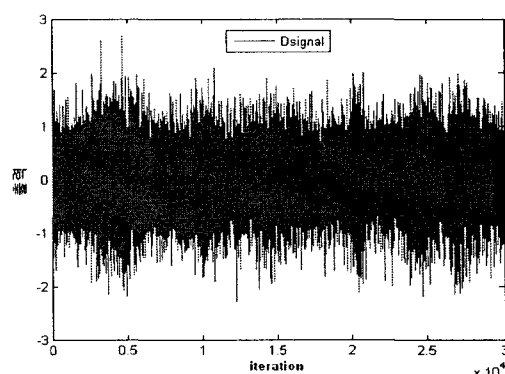


그림 7. 원 신호에 잡음이 포함된 신호

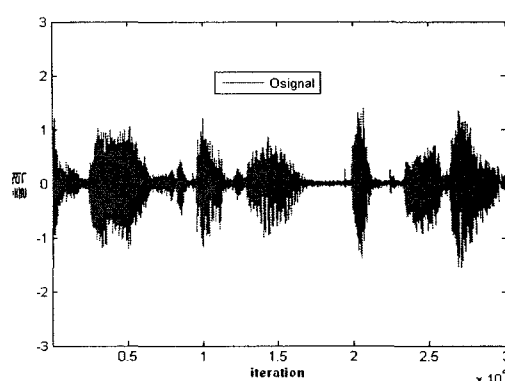


그림 8. WLMS 출력 신호에 대한 그래프

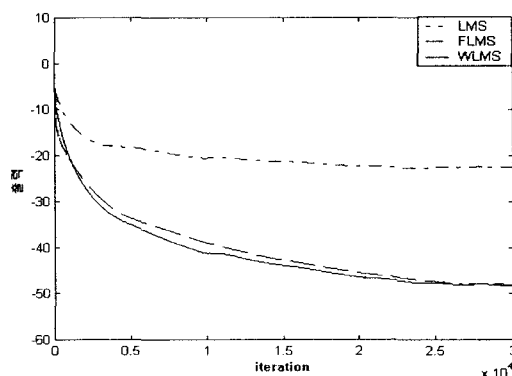


그림 9. 각 알고리즘에 대한 MSE 성능곡선

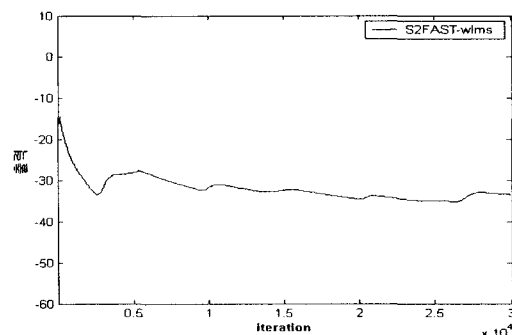


그림 10. fast-short-length running fast FIR(filter 1) algorithm의 MSE 성능곡선

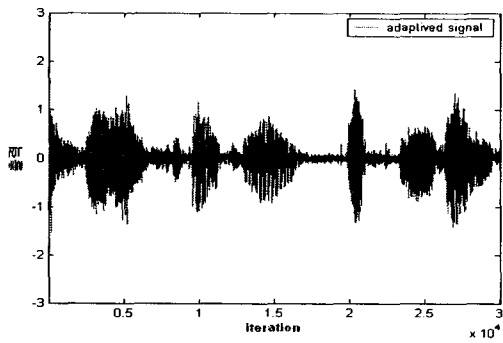


그림 12. VSS-WLMS 출력 신호에 대한 그래프

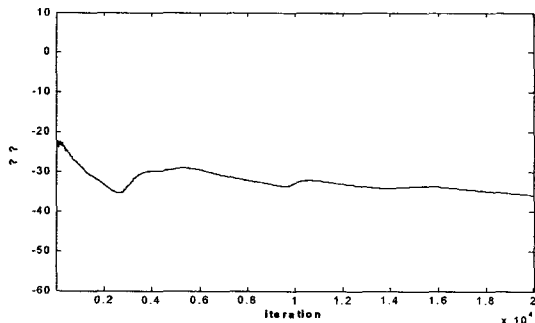


그림 12. VSS fast-short-length running fast FIR(filter 2) algorithm의 MSE 성능곡선

filters" IEEE Trans. Circ. Syst., pp. 474-484, Apr. 1989.

[3] Hosur and A.H. Tewfik, "Wavelet Transform Domain LMS Algorithm", Proc. ICASSP-93, pp. 508-510, April 1993.

[4] Z. J. Mou P. Dauhamel, "Short-length FIR filters and their use on fast nonrecursive filtering", IEEE Trans. Signal Proc., vol 39, pp. 1322-1332, June 1991.

[5] M. Vetterli, "Running FIR and IIR Filtering Using Multirate Filter Banks", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Proc., vol ASSP-36, pp. 730-738, May 1988.

[6] S.S. Narayan, M. Peterson, and J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. Assp-31, pp. 609-615, June. 1983.

VII. 결론

본 논문에서는 변화된 환경에 잘 적응하기 위하여 가변 스텝 사이즈 알고리즘을 사용하였고, 수렴속도를 향상시키기 위해서 시간영역의 적응 알고리즘을 웨이블릿 변환을 이용한 웨이블릿 기반 적응 알고리즘에 대하여 연구하였다. 또한 웨이블릿 변환을 보다 고속으로 처리하기 위한 알고리즘을 이용하여 곱셈의 계산량을 줄임으로써 보다 빠른 스피드로 알고리즘이 수행되도록 하였다. 그 결과 제안한 알고리즘은 적은 계산량으로도 기존의 알고리즘에 비해 안정되고 빠른 수렴특성을 보여 주었다.

제안한 알고리즘은 음성을 사용한 적응신호처리 분야에 응용될 수 있으리라 본다. 향후 연구과제로는 웨이블릿 변환 특성에 대한 수학적 분석과 적응신호처리의 여러 분야에 웨이블릿 변환을 적용하는 연구에 대한 수행이 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

[1] S.S. Narayan, M. Peterson, and J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm" IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. Assp-31, pp. 609-615, June. 1983.

[2] D.F. Marashall, W.K. Jenkins and J.J. Murphy "The use of orthogonal transform of adaptive