

지진파 역행 전파를 이용한 지진원 영상화

신동훈¹⁾, 박창업²⁾, 황의홍¹⁾, 류용규¹⁾, 윤용훈¹⁾

¹⁾기상연구소 해양기상 지진 연구실, dhsheen@kma.go.kr

²⁾서울대학교 지구환경과학부

Imaging of Seismic Sources Using Time Reversal Wave Propagation

Dong-Hoon Sheen¹⁾, Chang-Eob Baag²⁾, Eui-Hong Hwang¹⁾,
Yong Gyu Ryoo¹⁾, Yong-Hoon Youn¹⁾

¹⁾Marine Meteorology & Earthquake Research Lab., METRI

²⁾School of Earth and Environmental Sciences, S.N.U.

요약 : 본 논문에서는 지진파 역행 전파를 이용하여 지진원을 영상화 하는 방법에 대한 연구를 수행하였다. 시간 역행 전파는 파동 방정식의 시간 반전의 불변성과 상반정리로 설명할 수 있으며 파동의 시간 역행 전파는 의학적인 목적을 비롯한 비파괴 검사, 그리고 탄성과 파형 역산에 사용되어 매질을 영상화 하는데 활용되고 있다.

지진 관측소에서 관측된 지진파형은 지진원으로부터 방출된 에너지를 기록한 것이다. 이를 시간의 역순으로 매질로 전파시키면, 지진으로부터 전파되었던 에너지가 진원시각의 지진원 위치에 집중하게 되어 지진원을 영상화 시키는 원리이다.

본 연구에서는 3차원 지진파 전파의 수치 모의를 위해 엇갈린 격자 유한 차분법과 병렬 처리 기법을 이용하여 탄성 매질에서의 파동방정식의 해를 구하였다. 수치모의 결과로부터 지진파 역행 전파를 이용해 지진의 시공간적 발생양상을 살펴볼 수 있음을 확인하였다.

주요어 : 지진파, 파동 방정식, 시간 반전의 불변성, 상반정리, 유한 차분법

Abstract : An imaging method of seismic sources using time-reversal wave propagation is presented. The method is based on the time-reversal invariance and the spatial reciprocity of the wave equation. Time-reversal wave propagation has been used to image anomalous features of a medium in medical imaging, non destructive testing and waveform tomography.

Seismogram is the record whose energy is propagated from the seismic source. If time-reversed seismogram propagates back into the medium, seismic energy is concentrated at the origin time of the event and at the source location.

In this work, a staggered-grid finite-difference method of the elastic wave equation is parallelized for 3-D wave propagation simulation. With numerical experiments, we show that the time-reversal imaging will enable us to explore the spatio-temporal history of complex earthquake.

Keywords : seismic wave, wave equation, time-reversal invariance, reciprocity

theorem, finite-difference method

1. 서론

파동의 공간적인 상반관계(reciprocity)와 시간 반전의 불변성(time-reversal invariance)은 널리 알려진 물리학적 현상이며(Aki and Richards, 1980), 각각 다양한 지구물리 탐사 기법에 적용되어져 왔다(Rodi, 1976; Tarantola, 1984; Fink, 1992; Shin et al, 2001; Sheen and Baag, 2005). 시간반전의 불변성은 매질 내부에서 반사 파나 굴절파를 일으키는 물질을 영상화하는데 활용되어, 의학적으로 사용되는 CT (Computed Tomography) 촬영, 비파괴 검사 등에 사용되고 있다. 또한 탄성과 파형역산에 적용되어 매질의 속도구조를 파악하는데 사용되기도 한다(Tarantola, 1986).

시간 반전의 불변성을 이용한 또 다른 연구는 파원을 영상화하는데 사용될 수 있으며, 이를 위해서는 파동이 전파하는 매질의 특성에 관해 이미 알고 있어야 한다. 즉 이미 물리적 성질을 알고 있는 매질을 통과한 파형을 시간의 역순으로 전파시키면, 파원으로부터 방출되었던 에너지가 원래의 위치에 모이게 되어, 파동이 발생하기 시작한 시간의 시작 지점에 집중된 에너지가 영상화되는 원리이다. 이를 이용하여, SEM (Spectral Element Method)을 이용한 전 지구적인 수치모의를 통해 2004년 수마트라 지진의 단층 파열 과정을 재현하기도 하였다(Larmat et al., 2005; Montagner et al., 2005). 전 지구적인 수치모의에 필요한 방대한 양을 계산하기에는 아직까지도 계산능력의 한계가 있다. 이들은 이러한 한계를 고려하여 200초 이상의 초장주기 파형을 시간의 역순으로 전 지구 모델에 전파시켜 지진이 발생한 시간으로 되돌려 수마트라 지진의 단층 파열 과정을 재현하였으며 그 결과가 다른 연구 결과와도 잘 일치함을 보여주었다.

본 연구에서는 1차원적인 한반도 지각구조 모델에 근거하여 3차원 모델을 구성하였으며, 이 모델로부터 합성 지진파를 계산하였다. 이를 위해 국지지진 수치모의에 적합한 엇갈린 격자 유한 차분법을 사용하여 정확한 합성 지진파 계산을 수행하였다(Graves, 1996, 강태섭·박창업, 2000). 임의의 지진원으로부터 전파된 합성 지진파를 시간 반전시킨 후, 이를 지진원으로 사용하여 시간 역행 파동 전파 모의를 수행하였다. 이러한 과정을 거치면서 방출되었던 에너지가 어느 순간 한곳에 집중하게 되어 수치모의의 지진원 위치와 발생시간을 유추할 수 있음을 확인하였다.

2. 시간반전의 불변성 및 공간에서의 상반정리

등방 완전 탄성 매질에서 탄성파의 파동 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} \tag{1}$$

이 식에서 ρ, λ, μ 는 각각 매질의 밀도, 탄성 계수(bulk modulus), 전단 탄성 계수(shear modulus) 이며, $\mathbf{u}(r, t)$ 는 변위이다. 이 식을 주파수 영역으로 푸리에 변환(fourier transform)을 수행하면 다음과 같은 주파수 영역에서 탄성파의 파동 방정식을 얻게 된다.

$$-\rho \omega^2 \mathbf{U} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{U} - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{U} \tag{2}$$

이 식에서 $\mathbf{U}(r, \omega)$ 는 주파수 영역에서의 변위이다. 시간영역에서의 시간 반전은 주파수 영역에서는 켈레복소수(complex conjugate)로 표현 가능하다. 따라서 식 (2)은 다음과 같이 표현된다.

$$-\rho \omega^2 \mathbf{U}^* = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{U}^* - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{U}^* \tag{3}$$

U^* 는 U 의 켈레 복소수이다. 식 (3) 또한 식 (2)과 같이 파동 방정식의 형태를 유지하며, 따라서 시간 역행에 대한 해 $u(r, -t)$ 가 존재함을 보여준다(Stolk and De Hoop, 2002). 식 (2)는 단위 지진원에 의한 응답을 나타내는 Green 함수, $G(r, r')$ 로 표현 가능하며, 상반정리(reciprocity theorem)는 지진원과 관측점의 위치를 바꿀 수 있음을 보여준다(Aki & Richards, 1980).

$$G(r, r') = G(r', r) \quad (4)$$

3. 엇갈린 격자 유한 차분법

식 (1)로 표현된 탄성파의 파동 방정식은 아래와 같은 1차 편미분 방정식들로 나타낼 수 있다 (Graves, 1996).

$$\rho \dot{v}_i = \tau_{ij,j} + F_i, \quad \dot{\tau}_{ij} = \mu(v_{i,j} + v_{j,i}) + \lambda \delta_{ij} v_{k,k} + G_{ij} \quad (5)$$

위 식에서 v 는 변위의 미분 값인 속도, τ 는 응력이며, F 와 G 는 각각 지진원이 될 수 있다. 이를 엇갈린 격자 유한 차분법으로 풀기 위해 유한 차분식으로 정리하면 다음과 같이 이산화 할 수 있으며,

$$\begin{aligned} v_x \Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} &= v_x \Big|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} + dt b_x (\Delta_x \tau_{xx} + \Delta_y \tau_{xy} + \Delta_z \tau_{xz}) \Big|_{i+1/2,j,k}^n, \\ v_y \Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} &= v_y \Big|_{i,j+1/2,k}^{n-1/2} + dt b_y (\Delta_x \tau_{xz} + \Delta_y \tau_{yy} + \Delta_z \tau_{yz}) \Big|_{i,j+1/2,k}^n, \\ v_z \Big|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} &= v_z \Big|_{i,j,k+1/2}^{n-1/2} + dt b_z (\Delta_x \tau_{xz} + \Delta_y \tau_{yz} + \Delta_z \tau_{zz}) \Big|_{i,j,k+1/2}^n, \\ \tau_{xx} \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= \tau_{xx} \Big|_{i,j,k}^n + dt [(\lambda + 2\mu) \Delta_x v_x + \lambda (\Delta_y v_y + \Delta_z v_z)] \Big|_{i,j,k}^{n+1/2}, \\ \tau_{yy} \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= \tau_{yy} \Big|_{i,j,k}^n + dt [(\lambda + 2\mu) \Delta_y v_y + \lambda (\Delta_x v_x + \Delta_z v_z)] \Big|_{i,j,k}^{n+1/2}, \\ \tau_{zz} \Big|_{i,j,k}^{n+1} &= \tau_{zz} \Big|_{i,j,k}^n + dt [(\lambda + 2\mu) \Delta_z v_z + \lambda (\Delta_x v_x + \Delta_y v_y)] \Big|_{i,j,k}^{n+1/2}, \\ \tau_{xy} \Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1} &= \tau_{xy} \Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^n + \underline{\mu}_{xy} dt (\Delta_y v_x + \Delta_x v_y) \Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2}, \\ \tau_{xz} \Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1} &= \tau_{xz} \Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^n + \underline{\mu}_{xz} dt (\Delta_z v_x + \Delta_x v_z) \Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2}, \\ \tau_{yz} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1} &= \tau_{yz} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^n + \underline{\mu}_{yz} dt (\Delta_y v_z + \Delta_z v_y) \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

위 첨자는 시간격자를, 아래 첨자는 공간격자를 나타낸다. 그리고 $b_x, b_y, b_z, \underline{\mu}_{xy}, \underline{\mu}_{xz}, \underline{\mu}_{yz}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} b_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_{i,j,k}} + \frac{1}{\rho_{i+1,j,k}} \right), \quad b_y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_{i,j,k}} + \frac{1}{\rho_{i,j+1,k}} \right), \quad b_z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_{i,j,k}} + \frac{1}{\rho_{i,j,k+1}} \right), \\ \underline{\mu}_{xy} &= \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_{i,j,k}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j,k}} + \frac{1}{\mu_{i,j+1,k}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j+1,k}} \right) \right]^{-1}, \\ \underline{\mu}_{xz} &= \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_{i,j,k}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j,k}} + \frac{1}{\mu_{i,j,k+1}} + \frac{1}{\mu_{i+1,j,k+1}} \right) \right]^{-1}, \\ \underline{\mu}_{yz} &= \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu_{i,j,k}} + \frac{1}{\mu_{i,j+1,k}} + \frac{1}{\mu_{i,j,k+1}} + \frac{1}{\mu_{i,j+1,k+1}} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

공간에서의 유한 차분 전개를 나타내는 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\Delta_x v_x \Big|_{i,j,k} = \frac{27(v_x \Big|_{i+1/2,j,k} - v_x \Big|_{i-1/2,j,k}) - (v_x \Big|_{i+3/2,j,k} - v_x \Big|_{i-3/2,j,k})}{24dh}$$

이때 엇갈린 격자 유한 차분법은 시간영역에서는 2차의, 공간영역에서는 4차의 정확도를 가진다.

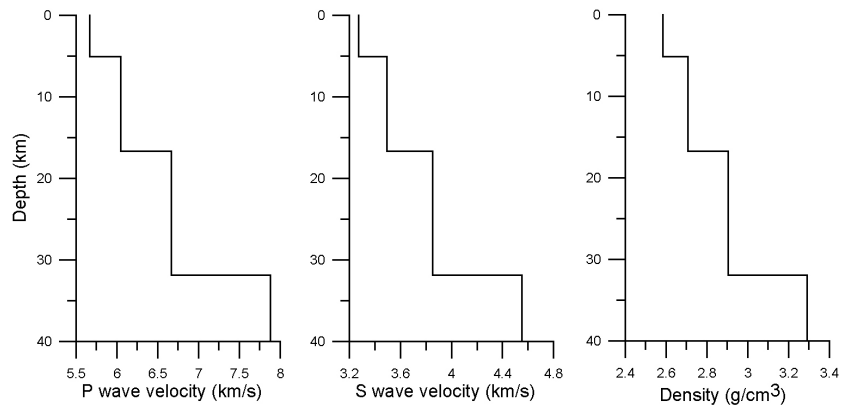


그림 1. 1-D velocity structure

식 (6)로 표현된 파동 방정식을 유한한 모델에서 해를 구하고자 할 때 고려해야할 경계 조건은 두 가지가 있다. 첫 번째는 자유 표면에서의 경계조건이고, 두 번째는 유한한 모델의 가장자리에서 발생할 수 있는 인위적인 반사파를 제거하기 위한 경계조건이다. 자유 표면에서의 경계조건은 무응력 방법(zero-stress formulation; Graves, 1996)을 사용하였다. 흡수 경계조건 중 하나인 PML법(Perfectly Matched Layer Method; Sheen et al., 2006)을 적용하여 계산영역의 가장자리에서 발생할 수 있는 인위적인 반사파를 제거하도록 하였다.

병렬화 계산을 위해 전체 계산 영역을 작은 영역으로 나누어 각각의 프로세서에 할당시키는 영역분할법(Domain decomposition)을 사용하였다. 각 프로세서는 할당된 작은 영역에서 식 (6)에서 주어진 속도 또는 응력을 계산한 후 자신의 주변 영역 계산을 할당받은 프로세서와 가장자리 격자에서 계산된 결과를 주고받음으로써 파동 전파를 모의하도록 하였다(그림 2).

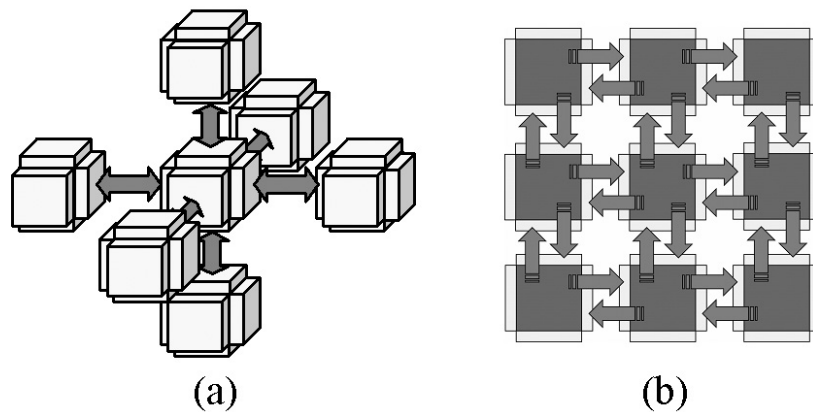


그림 2. Domain decomposition: (a) Diagram for 3-D domain decomposition and (b) interchanging information of ghost layer.

4. 3차원 모델에서의 수치모의

한반도 3차원 지각구조 모델을 만들기 위해 Chang and Baag (2006)의 1차원 지각 속도구조 모델을 이용하였다(그림 1). 지진원은 지하 15 km에 위치한 것으로 가정하였으며, 단순한 파동 전파 양상을 모사하기 위해 모든 방향으로 동일한 크기의 파동이 전파하는 폭발진원을 사용하였고, 1 Hz의 차단주파수를 가지는 가우시안 웨이블릿의 1차 도함수를 진원 시간함수로 사용하였다. 전체 모델의 크기는 300 km × 150 km × 50

km 이며, 공간격자 간격은 250 m, 시간격자 간격은 0.0125초를 사용하여, 18.75초까지 파동 전파 모의를 수행하였다. 지진파 전파 양상은 지진원을 중심으로 정방향으로 12.5 km 간격의 총 55개의 관측점에서 기록하였다. 이렇게 기록된 지진파를 시간의 역순으로 바꾼 후 진원 시간함수로 사용하여 시간 역행 파동 전파를 모의하였다. 이때 각 지진원들로부터 발생하는 표면파 등의 효과를 제거하기 위해 역행 전파의 경우에는 음향 매질로 가정하였다(그림 3). 그림에서 알 수 있듯이 진원시각의 지진원의 위치에서 영상화가 이루어짐을 알 수 있다.

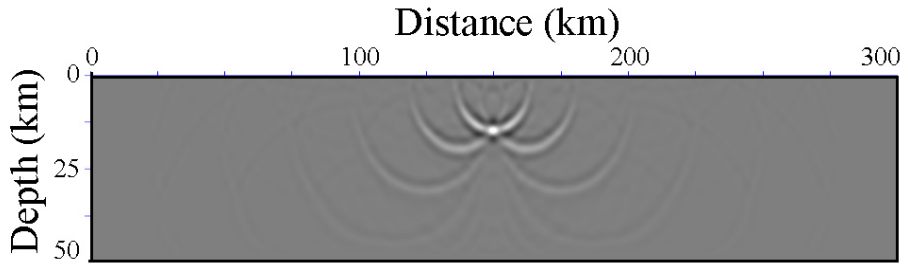


Fig. 4. Snapshot of time reversal wave propagation

5. 결론

본 연구에서는 시간 반전의 불변성을 이용해 시간 역행 파동 전파를 수행하였다. 정확하고 신속한 파동 전파 수치 모의를 위해 엇갈린 격자 유한 차분법을 사용해 병렬화된 슈퍼컴퓨터에서 3차원 파동 방정식을 풀었다. 시간 역행 파동 전파 수치 모의를 통해서 진원 시간에 진원의 위치에서 지진원 영상화가 이루어짐을 확인 하였으며 앞으로 국내·외 관측망에서 관측된 국지지진 자료와 해당 지각구조를 사용하여 실제 지진원의 영상화를 시도할 예정이다.

감사의 글

본 연구는 기상연구소 “한반도 지진재해 평가기반기술 개발” 과제의 일환으로 수행되었다.

참고문헌

- 강태섭, 박창업, 2000, 유한차분법을 이용한 3차원 지진파 전파 모의, 한국지진공학회 2000년도 추계학술대회 논문집, 81-88.
- Aki, K. and Richards, P. G., 1980, *Quantitative seismology: Theory and methods*, Vol. 1., W. H. Freeman and Company.
- Chang, S.-J. and Baag, C.-E., 2006, Crustal Structure in Southern Korea from Joint Analysis of Regional Broadband Waveforms and Travel Times , *Bull. Sseism. Soc. Am.*, **96**, In press.
- Fink, M., 1992, Time reversal of ultrasonic fields: part I. Basic principles, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **39**, 555-566.
- Graves, R., W., 1996, Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite difference, *Bull. Sseism. Soc. Am.*, **86**, 1091-1106.
- Larmat, C., Montagner, J., Fink, M., Capdeville, Y., Clevede, E., and Tourin, A., 2005, Time reversal imaging of seismic sources by the spectral element

- method, *Eos Trans. AGU*, **86(52)**, Fall Meet. Suppl., Abstract NG43B-0579.
- Montagner, J., Larmat, C., Fink, M., Capdeville, Y., Clevede, E., and Tourin, A., 2005, Time reversal of seismic waves and the great Sumatra earthquake, *Eos Trans. AGU*, **86(52)**, Fall Meet. Suppl., Abstract U11B-0836.
- Rodi, W. L., 1976, A technique for improving the accuracy of finite element solutions for magnetotelluric data, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **44**, 483-506.
- Sheen, D.-H. and Baag, C.-E., 2005, Improved implementation of seismic waveform inversion using Gauss-Newton method in elastic media, *Eos Trans. AGU*, **86(52)**, Fall Meet. Suppl., Abstract NG43B-0582.
- Sheen, D.-H., Tuncay, K., Baag, C.-E., and Ortoleva, P. J., 2006, Parallel implementation of a velocity-stress staggered-grid finite-difference method for 2-D poroelastic wave propagation, *Computers and Geosciences*, In press.
- Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S., and Shin, S., 2001, Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion, *Geophysics*, **66**, 1856-1863.
- Stolk, C. C. and De Hoop, M. V., 2002, Microlocal analysis of seismic inverse scattering in anisotropic elastic media, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **55**, 261-301.
- Tarantola, A., 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, **49**, 1259-1266.