

시간에 대해 변화하는 지하구조에서 획득한 물리탐사 자료의 역산

김정호¹⁾, 이명종¹⁾

¹⁾한국지질자원연구원 지반안전연구부, jungho@kigam.re.kr

4-D Inversion of Geophysical Data Acquired over Dynamically Changing Subsurface Model

Jung-Ho Kim¹⁾, Myeong-Jong Yi¹⁾

¹⁾Geotechnical Engineering Division, KIGAM

요약: 지하구조를 영상화하기 위한 물리탐사자료의 역산에서 가장 기본적인 가정 중의 하나는 자료측정 시간 동안에 지하구조가 변화하지 않는다는 정적인 지하구조 모형에 있으며, 시간의 흐름에 따른 지하구조 변화를 이해하기 위한 지구물리 모니터링 탐사자료의 역산에서도 통상적으로 받아 들여지고 있다. 그러나 투수성이 매우 높은 지하 매질에서 수행하는 염수 주입 실험의 경우에는 전도성 유체가 매우 빠른 속도로 이동하게 되므로, 측정시간 동안에 지하구조가 변화하지 않는다는 정적인 지하구조 모형의 가정은 성립되지 않은 경우가 많다. 또한 역산 결과 얻어지는 지하 영상에도 심한 왜곡이 게재될 가능성이 높음은 자명한 일이다. 이 연구에서는 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 지하구조가 시간에 대해 연속적으로 변화하는 시공간 모델에 입각한 새로운 최소자승 역산법을 개발하였다. 지하 시공간 모델을 수많은 공간 모델로 일정한 시간간격으로 샘플링하는 대신에, 미리 설정한 수개의 기준 시각의 공간 모델로 정의하는 방법을 제안하였으며, 이를 위해 동일한 공간좌표에서의 물성은 시간에 대해 선형적으로 변화한다는 가정을 채택하였다. 이에 의해 시간에 따라 연속적으로 변화하는 지하의 시공간 모델을 구하는 문제는 수 개의 기준 공간 모델을 구하는 문제로 단순화될 수 있다. 역산의 안정성을 기하고 신뢰도가 높은 지하구조를 계산하기 위해, 인접한 시간대의 지하구조의 변화는 크지 않다는 시간축을 따른 제한 또한 도입하였다. 전기비저항 시추공간 토모그래피 탐사의 수치 실험을 수행하였으며 이를 통해 제안한 알고리즘의 효용성을 입증하였다.

주요어: 역산; 모니터링 탐사; 동적 지하구조; 전기비저항 토모그래피

Abstract: In the geophysical monitoring to understand the change of subsurface material properties with time, the time-invariant static subsurface model is commonly adopted to reconstruct a time-lapse image. This assumption of static model, however, can be invalid particularly when fluid migrates very quickly in highly permeable medium in the brine injection experiment. In such case, the resultant subsurface images may be severely distorted. In order to alleviate this problem, we develop a new least-squares inversion algorithm under the assumption that the subsurface model will change continuously in time. Instead of sampling a time-space model into numerous space models with a regular time interval, a few reference models in space domain at different times pre-selected are used to describe the subsurface structure continuously changing in time; the material property at a certain space coordinate are assumed to change linearly in time. Consequently, finding a space-time model can

be simplified into obtaining several reference space models. In order to stabilize iterative inversion and to calculate meaningful subsurface images varying with time, the regularization along time axis is introduced assuming that the subsurface model will not change significantly during the data acquisition. The performance of the proposed algorithm is demonstrated by the numerical experiments using the synthetic data of crosshole dc resistivity tomography.

Keywords: inversion; geophysical monitoring; dynamic model; resistivity tomography

1. 서론

물리탐사 모니터링은 시간의 흐름에 따른 지하 물성의 변화를 이해하기 위한 목적으로 환경, 토목 등 다양한 분야에서 응용되어 오고 있다. 특히 지하의 전기비저항은 염수 주입 실험 등을 이용하여 쉽게 변화시킬 수 있기 때문에 전기비저항 모니터링은 오염 확산, 지하수문학 연구 등을 위해 활발하게 응용되고 있다(Slater et al., 2000; Alpak et al., 2004). 지하구조를 영상화하기 위한 역산에 있어서 통상적으로 사용되는 가장 기본적인 가정은 자료를 측정하는 동안에는 지하구조가 변화하지 않는다는 것이다. 또한 시간에 따른 변화를 관찰하기 위해 다수 탐사자료를 획득하는 모니터링 탐사 자료의 역산에 있어서도 이와 같은 가정은 큰 무리없이 채택된다. 그러나 투수성이 매우 높은 토양층에서 염수 주입 실험 등을 실시하는 경우에는 전기전도도가 매우 높은 유체가 빠른 속도로 이동하기 때문에 이와 같이 시간에 대해 정적인 지하 모형에 대한 가정은 성립되기 어렵다. 이러한 경우 자료취득 동안에 변화하는 지하구조를 역산에 포함하지 않는다면, 역산 결과 얻어지는 지하 영상이 심하게 왜곡되는 자명하다. Day-Lewis 등(2002)은 자료획득 동안에 시간에 대해 변화하는 지하구조에서 획득한 시추공 레이더 토모그래피 모니터링 탐사자료의 효율적인 역산법을 개발한 바가 있다. 그러나 그들의 접근 방법은 파동의 도달 주시를 이용하는 주시 토모그래피의 경우에만 응용이 가능하며 일반적인 물리탐사 자료의 역산으로의 확장은 사실상 불가능하다. Kim(2005)은 다수의 모니터링 자료를 단 1회의 역산을 통하여 신뢰도가 매우 높은 지하 변화 영상을 제공할 수 있는 역산법을 제안한 바가 있으나 이 또한 자료를 획득할 때에는 지하구조가 변화하지 않는다는 가정에 입각하고 있다. 이 연구에서는 지하구조가 매우 빠르게 변화하는 경우에도 다수의 반복측정이 아닌 단 1회의 측정자료를 이용하여 신뢰할 만한 영상을 제공할 수 있는 새로운 4차원 역산법을 개발하였다. 이를 위해 지하구조는 시간에 따라 연속적으로 변화하는 모형으로 가정하였으며 따라서 지하 공간은 공간 모델이 아닌 시공간 모델로 정의된다. 만약 일정한 시간간격으로 지하 시공간 모델을 다수의 공간모델로 샘플링 한다면 지하구조는 수많은 공간 모델로 구성될 것이므로 그 전체를 모두 역산함은 사실상 불가능하다. 이러한 문제에 대한 현실적인 접근으로 미리 선정된 수개의 기준 시각에 대한 지하공간 모델(이하 기준 공간 모델)을 설정하고, 동일한 공간좌표의 물성은 시간의 흐름에 따라 선형적으로 변화한다는 가정을 채택하였다. 또한 수많은 공간모델에 대한 수치 모델링 또한 대단히 많은 계산량을 필요로 하므로, 임의의 시각의 지하구조에 대한 수치 모델링을 기준 공간 모델에 의거한 수치 모델링의 Taylor 1차 급수 전개를 이용하여 근사하는 방법을 채택하였다. 이와 같은 가정과 근사를 통해 시간에 따라 연속적으로 변화하는 지하의 시공간 모델을 구하는 문제는 수 개의 기준 모델을 구하는 문제로 귀착된다. 이 논문에서는 새로운 역산 알고리즘을 간략히 설명하고 전기비저항 시추공간 토모그래피 탐사의 수치 실험을 통해 제안한 알고리즘의 효용성을 보이고자 한다.

2. 지하구조의 변수화와 수치 모델링

시간에 따라 연속적으로 변화하는 지하구조를 일정한 시간간격으로 샘플링하면 지하구조는 다음과 같이 시공간 벡터 \mathbf{P} 로 정의될 것이다.

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_i, \dots, \mathbf{p}_n\}$$

여기서 \mathbf{p}_i 는 시간 i 에 대한 공간 모델 벡터이다. 시공간 벡터 \mathbf{P} 를 구성하는 공간 모델 벡터 \mathbf{p}_i 의 수가 대단히 많으므로 이를 줄이기 위하여 다음과 같이 m ($m \ll n$) 개의 미리 선정된 시각 τ_k 에 대한 기준 공간 모델 벡터 \mathbf{u}_k 로 구성되는 새로운 시공간 모델을 정의한다.

$$\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k, \dots, \mathbf{u}_m\}$$

동일한 공간좌표에 대한 지하 물성이 시간에 대해 선형적으로 변화한다고 가정하면 우리는 두 개의 시각 τ_k 와 τ_{k+1} 사이에 발생하는 물성변화 속도 벡터를 다음과 같이 정의할 수 있으며,

$$\mathbf{v}_k = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k}{\tau_{k+1} - \tau_k},$$

이를 이용하여 임의의 시간 t 에 대한 지하 공간 벡터를 정의할 수 있다.

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{u}_k + \frac{t - \tau_k}{\tau_{k+1} - \tau_k} \mathbf{v}_k.$$

이와 같은 가정을 통하여 공간영역 지하공간 모델의 수를 줄였다고 하더라도 시간의 흐름에 따른 지하구조의 반응을 계산하기 위한 수치 모델링은 원래의 다수의 지하공간 모델에 의거 계산하여야 한다. 그러나 이는 대단히 긴 계산시간을 필요로 한다. 이 문제를 해결하기 위해 임의의 시각 $\tau_k \leq t \leq \tau_{k+1}$ 의 지하구조에 대한 수치 모델링을 다음과 같이 두 기준 시각의 수치 모델링 결과, $\mathbf{F}(\mathbf{u}_k)$, $\mathbf{F}(\mathbf{u}_{k+1})$ 의 Taylor 1차 급수 전개로 근사하여 이를 역산에 이용한다.

$$\mathbf{G}(t); \frac{\tau_{k+1} - t}{\tau_{k+1} - \tau_k} \{\mathbf{F}(\mathbf{u}_k) + (t - \tau_k) \mathbf{J}_k \mathbf{v}_k\} + \frac{t - \tau_k}{\tau_{k+1} - \tau_k} \{\mathbf{F}(\mathbf{u}_{k+1}) + (t - \tau_{k+1}) \mathbf{J}_{k+1} \mathbf{v}_k\},$$

여기서 \mathbf{J}_k 는 기준 공간 모델 \mathbf{u}_k 에 대한 모델 반응의 편미분, 즉 자코비안 (Jacobian) 행렬이다.

3. 최소자승 역산

위에서 논의한 바와 같은 가정과 근사를 채택하면 시공간 전체에 걸친 4차원 지하구조를 찾는 역산은 수 개의 기준 공간 모델, 즉 벡터 \mathbf{U} 를 구하는 문제로 단순화된다. 다음과 같이 측정자료를 벡터 \mathbf{d} 로 표시하고 오차 벡터 \mathbf{e} 와 예측오차 벡터 \mathbf{e}' 을 정의하자.

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{G}(\mathbf{U}), \quad \mathbf{e}' = \mathbf{d} - \mathbf{G}(\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}).$$

이 연구에서는 시공간 영역의 지하구조를 역산하는 알고리즘을 개발하고자 하며, 이를 위해 통상적으로 채택하는 역산 제한, 즉 공간 영역의 제한 뿐만 아니라 시간 축을 따른 제한 또한 도입한다. 제안하는 최소자승 역산은 다음의 목적함수를 최소화하는 문제로 정의된다.

$$\Phi = \|\mathbf{e}\|^2 + \lambda\Psi + \alpha\Gamma.$$

여기서 Ψ 와 Γ 는 각각 공간 영역과 시간 영역에서 역산에 제한을 가하는 함수이며, λ 와 α 는 이들 두 제한의 정도를 제어하는 라그랑지 곱수(Lagrangian multiplier)이다. 공간영역 제한으로는 평활화 제한(Yi et al., 2003)을 도입하며, 시간 영역의 제한으로 시간적으로 인접하는 두 기준 공간 모델, \mathbf{u}_k 와 \mathbf{u}_{k+1} 사이에는 큰 변화는 발생하지 않는다(Kim, 2005)는 가정을 도입한다. 이와 같은 제한은 다음과 같은 함수로 정의될 수 있다.

$$\Psi = (\partial^n \Delta\mathbf{U})^T (\partial^n \Delta\mathbf{U}),$$

$$\Gamma = \sum_{i=1}^{m-1} \|(\mathbf{u}_k + \Delta \mathbf{u}_k) - (\mathbf{u}_{k+1} + \Delta \mathbf{u}_{k+1})\|^2 = \{\mathbf{M}(\mathbf{U} + \Delta \mathbf{U})\}^T \mathbf{M}(\mathbf{U} + \Delta \mathbf{U})$$

여기서 행렬 \mathbf{M} 은 대각열과 한 개의 부대각열(sub-diagonal elements)이 각각 1과 -1로 구성된 정방행렬이다. 목적함수를 증분 벡터 $\Delta \mathbf{U}$ 에 대해 미분하면 다음과 같은 증분 벡터에 대한 해를 얻을 수 있다.

$$\Delta \mathbf{U} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W}_d \mathbf{A} + \mathbf{C}^T \mathbf{\Lambda} \mathbf{C} + \alpha \mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{W}_d \mathbf{e} - \alpha \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{U}),$$

여기서 \mathbf{W}_d 는 자료 가중행렬 이며 \mathbf{A} 는 기준 공간모델 벡터로 구성된 시공간 모델 \mathbf{U} 에 대한 편미분 행렬, 그리고 \mathbf{C} 는 공간 영역에서의 평활화 제한 연산자이다. 공간영역 제한의 경우, Yi 등(2003)이 제안한 ACB (Active Constraint Balancing) 법을 도입하였으므로 공간영역 제한을 제어하기 위한 라그랑지 곱수는 대각행렬 $\mathbf{\Lambda}$ 로 정의되어있다.

4. 수치 실험

이 연구에서 제안한 역산 알고리즘의 효용성을 검증하기 위하여 시추공간 전기비저항 토모그래피 수치 모델링 자료를 이용하여 역산 실험을 수행하였다. 전극배열로는 단극-쌍극자 배열을 채택하였으며 시공간 모델은 연속적으로 변화하는 30 개의 공간 모델로 ($n=30$) 설정하였다. 30 개의 모델에 대하여 모두 수치 모델링을 수행하고, 이들 30 세트의 자료로부터 1 세트의 자료를 구성하였다. 한 세트의 자료는 1) 시추공간 탐사, 2) 동일 시추공 탐사, 3) 시추공-지표간 탐사자료로 구성된다. Fig. 1은 역산실험을 위해 설정한 지하공간의 변화 양상을 각 시각에서의 스냅 영상으로 나타낸 것이다. 그림에서 시각 t 는 총 측정시간에 대해 정규화한 시각을 의미한다.

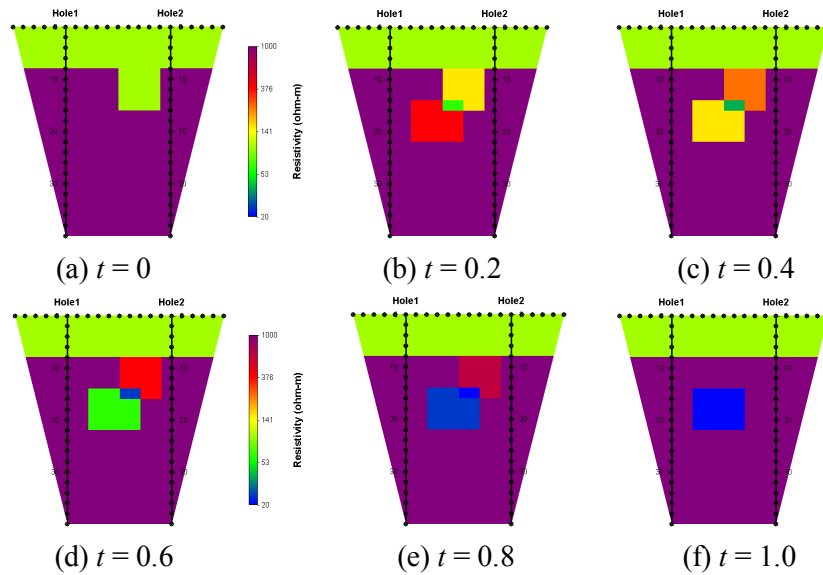


Fig. 1. Snapshots of the time-space model.

이 연구에서 다루는 문제는 수많은 공간 모델을 단 한 세트의 측정 자료로 구하는 것이므로 자료측정 순서가 매우 중요한 의미를 갖는다. 첫 번째 역산 실험 결과인 Fig. 2는 무작위적으로 자료 측정이 수행된 경우이며, 따라서 각 측정방법에 의한 자료에는 30 개의 공간 모델에 대한 반응을 모두 포함하고 있는 결과가 된다. 역산에 설정한 기준 공간 모델의 수는 2 개이며 각각의 기준 시각은 각각 $\tau_1 = 0.17$ 과 $\tau_2 = 0.83$ 이다. 기준 공간 모델이 단 두 개임에도 불구하고,

역산 결과는 시간의 흐름에 따라 지하구조가 변화한다는 사실과 함께 전기전도도가 높은 영역이 이동하는 형태를 잘 보여주고 있다.

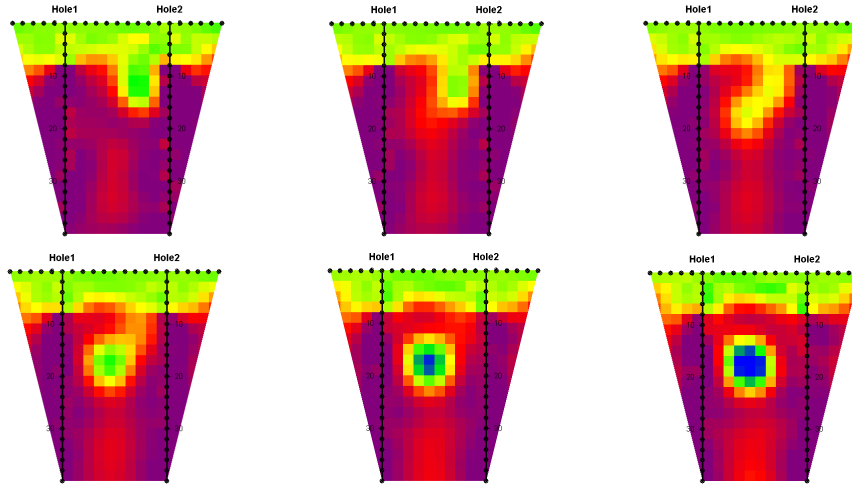


Fig. 2. Snapshots of the inverted time-space model.

무작위적으로 측정이 이루어진 Fig. 2의 경우와는 달리 1) 시추공간 탐사, 2) 동일 시추공 탐사, 3) 시추공-지표간 탐사의 순서로 탐사를 수행한 경우를 상정하고 자료를 구성하여 역산 실험을 수행하였다. 이 경우에는 시추공간 탐사가 초기에 이루어졌으므로 시추공간의 탐사 자료에는 초기 시간대의 모델에 (Fig. 1a 및 b) 대한 반응이 주를 이룬다. 이에 반해 시추공-지표간 탐사는 후기 시간대에 이루어졌으므로 후기시간대의 모델, 즉 Fig. 1e 및 f에 대한 반응이 주를 이루게 된다. 따라서 각 탐사법에 따라 지하구조가 상이하므로 Fig. 2의 경우에 비해 상당히 어려울 것이 쉽게 예상된다. Fig. 3은 역산 결과의 예로써 기준 공간 모델의 수와 그 기준 시각은 Fig. 2와 동일하다. 지하구조가 변화하는 양상이 Fig. 2에 비해서는 그다지 뚜렷하지는 않으나, 자료 획득 기간에 지하구조가 변화하였다는 점과 아울러 전기전도도가 높은 영역이 이동하는 형태를 잘 보여주고 있다.

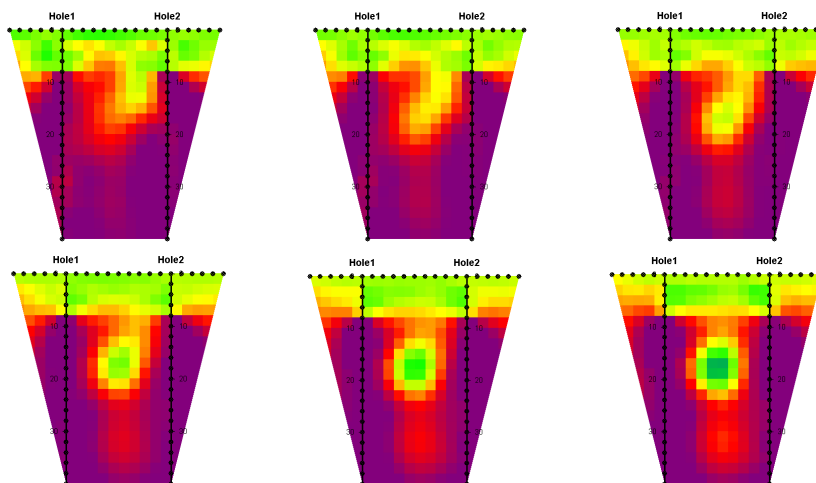


Fig. 3. Snapshots of the inverted time-space model.

기준 공간 모델의 수가 달라짐에 따른 영향을 알아보기 위하여 기준 공간 모델의 수를 3으로 설정한 후, Fig. 3의 자료를 다시 역산하였다. 그러나 그 결과는 Fig. 3과 거의 동일하였으며, 따

라서 시간이 흐름에 따라 연속적으로 변화하는 지하구조 변화 양상을 영상화하기 위해서는 2, 3 개 정도의 시각의 기준 공간 모델로도 충분함을 알 수 있었다.

5. 결론

측정 기간 동안에 발생하는 지하구조의 변화를 무시할 수 없는 경우에도 의미있는 지하구조 영상을 구성할 수 있는 물리탐사 자료의 새로운 4차원 역산법을 제안하였다. 시추공간 전기비저항 토모그래피 탐사 수치 실험을 통해, 단 1회의 측정자료만으로도 이 연구에서 제안한 역산법을 이용함으로써 연속적으로 변화하는 지하구조 영상의 획득이 가능함을 입증하였다. 이 논문에서는 전기비저항 탐사의 경우에 대해서 논의하였으나, 전자탐사, 중력탐사, 레이더, 탄성과 토모그래피 등의 다른 물리탐사 자료의 역산에 있어서도 이 연구에서 제안한 역산 알고리즘의 적용이 가능할 것으로 기대한다.

참고문헌

- Alpak, F.O., Torres-Verdin, C., and Habashy, T.M., 2004, Joint inversion of transient pressure and dc resistivity measurements acquired with in-situ permanent sensors: A numerical study, *Geophysics*, **69**, 1173-1191.
- Day-Lewis, F.D., Harris, J.M., and Gorelick, S.M., 2002, Time-lapse inversion of crosswell radar data, *Geophysics*, **66**, 1740-1752.
- Kim, J.-H., 2005, Four dimensional inversion of dc resistivity monitoring data, Proceedings of Near Surface 2005, the 11'th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, European Association of Geoscientists and Engineers, 5-8 Sep., Palermo, Italy, A006.
- Slater, L., Binley, A.M., Daily, W., and Johnson, R., 2000, Cross-hole electrical imaging of a controlled saline tracer injection, *Journal of Applied Geophysics*, **44**, 85-102.
- Yi, M.-J., Kim, J.-H., and Chung, S.-H., 2003, Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing, *Geophysics*, **68**, 931-941.