

주파수 변화 추정 알고리즘 비교분석

김철춘, 강상희, 남순열, 김수환  
영지대학교

Comparative Analysis for the Frequency Estimation Algorithms

Chul-Hun Kim, Sang-Hee Kang, Soon-Ryul Nam, Su-Whoan Kim  
Myongji University

**Abstract** - Reliable frequency estimation is important for active power control, load shedding and generator protection. Thereby, frequency estimation is researched and some algorithms is proposed. This paper analyzed strength and weakness of each algorithms through comparative analysis of frequency estimation. Used algorithms are Zero Crossing detection, Discrete Fourier Transformation, Least Error Squares.

1. 서 론

주파수 계전기는 주파수 변동 시 계통의 안정성 및 신뢰도를 유지하기 위해 부하차단 및 계통의 발전기 보호를 위한 목적으로 사용되고 있다. 또한 최근 분산전원의 도입으로 분산전원의 발전기 보호와 분산전원의 고품질 운전 검출을 위해서 주파수 계전기가 사용되고 있다. 주파수를 추정하기 위한 대표적인 방법으로 제로크로싱(Zero Crossing) 검출법, 직교변환법(Discrete Fourier Transform), 최소자승법(Least Error Square), 전압 위상 각 변화율(Vector Surge Relay)을 이용한 방법들이 소개되었다. 본 논문에서는 전압 위상 각 변화율을 이용한 방법은 제로크로싱 검출법과 주파수 추출 방법이 유사하므로 제외하였으며 직교변환법, 최소자승법, 제로크로싱 검출법을 이용한 주파수 추정 알고리즘들을 비교 분석하였다. 사례연구를 위해 사용된 입력파형은 전압의 크기는 변하지 않고 주파수만을 변화시켜 사용되었으며 대역대별 주파수 추정 시 오차 및 가변 주파수 추정 시 성능을 비교하였다.

2. 본 론

2.1 주파수 추정 알고리즘

2.1.1 직교변환법 기반

식(1)과 같은 2개의 직교 성분으로 분해한 전압 신호를 미분하면 식(2)과 되고 두 식을 정리하면 식(3)과 같이 주파수를 계산할 수 있다.

$$V_{Re}(t) = V_m \cos(2\pi ft + \theta), \quad V_{Im}(t) = V_m \sin(2\pi ft + \theta) \quad (1)$$

$$\frac{d[V_{Re}(t)]}{dt} = -2\pi f V_m \sin(2\pi ft + \theta) = V_{Re}'(t) \quad (2)$$

$$\frac{d[V_{Im}(t)]}{dt} = 2\pi f V_m \cos(2\pi ft + \theta) = V_{Im}'(t)$$

$$\frac{V_{Re}(t)V_{Im}'(t) - V_{Im}(t)V_{Re}'(t)}{2\pi[V_{Re}^2(t) + V_{Im}^2(t)]} = \frac{2\pi f V_m^2 \cos^2(2\pi ft + \theta) + 2\pi f V_m^2 \sin^2(2\pi ft + \theta)}{2\pi[V_m^2 \cos^2(2\pi ft + \theta) + V_m^2 \sin^2(2\pi ft + \theta)]} = \frac{2\pi f V_m^2}{2\pi V_m^2} = f \quad (3)$$

식(1)에서  $V_m$ 을 같은 크기로 가정하였으나 주파수가 변동 할 경우  $V_{Re}$ 의 크기와  $V_{Im}$ 의 크기가 다르게 되므로 오차요인이 된다. 식(4)를 이용하여 직교변환법의 사인필터와 코사인필터의 이득을 보정할 수 있다.

$$|H_s(f)| = \frac{2\sin(\pi \frac{f_0}{f_s})\sin(\pi N \frac{f}{f_s})\cos(\pi \frac{f}{f_s})}{\cos(2\pi \frac{f}{f_s}) - \cos(2\pi \frac{f_0}{f_s})} = G_s$$

$$|H_c(f)| = \frac{2\cos(\pi \frac{f_0}{f_s})\sin(\pi N \frac{f}{f_s})\sin(\pi \frac{f}{f_s})}{\cos(2\pi \frac{f}{f_s}) - \cos(2\pi \frac{f_0}{f_s})} = G_c \quad (4)$$

여기서,  $f_0$  : 계통의 주파수,  $f_s$  : 샘플링 주파수,  $f$  : 측정 주파수

또한 식(2)에서 미분의 사용으로 의해 발생하는 샘플링 오차를 보정하기 위해서 다음과 같이  $V_{Re}, V_{Im}$ 를 미분하여  $\cos(\omega\Delta t)$ 와  $\sin(\omega\Delta t)$ 를 맥클라우린 시리즈(Mcslaurin Series)의 초기 2항으로 대체하면 식(5), (6)과 같다. 식(5), (6)을  $V_{Re}(t)V_{Im}'(t) - V_{Im}(t)V_{Re}'(t)$ 에 대입하여 정리하면 식(7)처럼 표현된다. 식(7)에서 확인한 것처럼 미분에 의한 샘플링 오차는 식(8)과 같으며 이 오차를 식(3)에서 연산된 주파수에 더함으로써 보정할 수 있다.

$$V_{Re}'(t) = -V_m \left[ \omega \sin(\omega t + \theta) + \cos(\omega t + \theta) \frac{\omega^2 \Delta t}{2} + \sin(\omega t + \theta) \frac{\omega^3 \Delta t}{6} \right] \quad (5)$$

$$V_{Im}'(t) = V_m \left[ \omega \cos(\omega t + \theta) + \sin(\omega t + \theta) \frac{\omega^2 \Delta t}{2} - \cos(\omega t + \theta) \frac{\omega^3 \Delta t}{6} \right] \quad (6)$$

$$V_{Re}(t)V_{Im}'(t) - V_{Im}(t)V_{Re}'(t) = V_m^2 \left( \omega - \frac{\omega^3 \Delta T^2}{6} \right) = 2\pi V_m^2 \left( f - \frac{2\pi^2 f^3 \Delta T^2}{3} \right) \quad (7)$$

$$f_{error} = \frac{2\pi^2 f^3 \Delta T^2}{3} \quad (8)$$

그리고 주파수의 변화에 의한 코사인필터의 이득과 사인필터의 이득이 다르므로 능동적인 대처를 위해  $V_m$ 에 대하여 평균값을 취한다.

2.1.2 최소자승법 기반

식(9)와 같이 표현된 전압신호를 테일러 급수(Taylor Series)를 이용 초기 3항까지 취하여 정리하면 식(10)과 같고 식(10)을 임의의 시간  $t_1$ 에서 기지수 및 미지수로 분리해서 표현하면 식(11)과 같다.

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta) = V_m \sin(\omega t) \cos \theta + V_m \cos(\omega t) \sin \theta \quad (9)$$

$$\sin(\omega t) \approx \sin(\omega_0 t) + t \Delta \omega \cos(\omega_0 t) - \frac{t^2}{2} \Delta \omega^2 \sin(\omega_0 t)$$

$$\cos(\omega t) \approx \cos(\omega_0 t) - t \Delta \omega \sin(\omega_0 t) - \frac{t^2}{2} \Delta \omega^2 \cos(\omega_0 t)$$

$$v(t) = \sin(\omega_0 t) V_m \cos \theta + t \cos(\omega_0 t) \Delta \omega V_m \cos \theta - \frac{t^2}{2} \sin(\omega_0 t) \Delta \omega^2 V_m \cos \theta + \cos(\omega_0 t) V_m \sin \theta - t \sin(\omega_0 t) \Delta \omega V_m \sin \theta - \frac{t^2}{2} \cos(\omega_0 t) \Delta \omega^2 V_m \sin \theta \quad (10)$$

$$v(t_1) = s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + s_{13}x_3 + s_{14}x_4 + s_{15}x_5 + s_{16}x_6 \quad (11)$$

식(11)에서 보는 것과 같이 미지수가 6개이므로 6개 이상의 샘플을 이용하여 식(12)와 같은 방정식을 세운 후, 의사역행렬을 이용하면 미지수  $x$ 의 값들을 계산할 수 있다.

$$[V] = [S][X] \Rightarrow [X] = [S^T S]^{-1} S^T V \quad (12)$$

계산된 미지수를 이용하면 식(13)과 같이 주파수를 계산할 수 있다.

$$\Delta \omega = \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_5}{x_4} = \frac{x_6}{x_5} = \frac{x_3 + x_6}{x_2 + x_5} \quad (13)$$

최소자승법의 의사역행렬에서 기지행렬 연산은 기본주파수인 60[Hz]로 고정되어 수행되기 때문에 주파수의 변동이 발생하게 되면 그 변동 폭이 클수록 추정되는 주파수는 더 큰 오차를 갖게 된다. 구해지는 주파수를 기지행렬에 대입 반복 연산함으로써 이러한 오차를 보정할 수 있다.

2.1.3 제로크로싱 검출법 기반

분석구간에서 신호가 영점을 교차하는 지점을 제로크로싱 지점 이라고

하고, 이 지점을 검출하는 방법을 제로크로싱 검출법 이라한다. 제로크로싱 지점을 찾는 방법은 식(15)와 같다.

$|V(n)|$ 과  $|V(n-1)|$ 을 비교하여 작은 쪽의 입력 시간을 제로크로싱 시간으로 정하면 좀더 근접한 제로크로싱 지점의 시간을 측정할 수 있다.

현재 샘플의 제로크로싱 시간  $t_{ZCR}(n)$ 과 한 샘플 이전 제로크로싱 시간  $t_{ZCR}(n-1)$ 의 차를 이용하여 신호의 주기를 구할 수 있으며, 식 (16)과 같이 주기를 이용하여 주파수를 계산할 수 있다.

$$V(n-1) \times V(n) < 0 \quad (15)$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2[t_{ZCR}(k) - t_{ZCR}(k-1)]} \quad (16)$$

## 2.2 사례연구

각 알고리즘들의 성능을 비교하기 위해서 주파수 대역대별 추정 및 가변 주파수 추정을 시뮬레이션 하였다. 입력 신호는  $V(t) = \sin(2\pi ft)$ 에서 전압의 크기는 변화시키지 않고 주파수  $f$ 를 변화시켜 취득한 데이터를 사용하였다.

### 2.2.1 고정 주파수 추정

표 1은 대역대별 주파수 추정 시뮬레이션 결과 4사이클 동안의 최대 오차를 나타낸다. 64 샘플링로 시뮬레이션 한 결과 제로크로싱 검출법은 직교 변환법과 최소자승법에 비해 오차가 매우 큰 것을 볼 수 있다. 그러나 하드웨어 테스트를 위해 TMS320C32 DSP 보드에 구동시킬 경우 연산속도를 비교해 보면 표 2에서 확인한 바와 같이 제로크로싱 검출법이 타 알고리즘에 비해 월등히 빠르게 연산되는 걸 볼 수 있다. TMS320C32 DSP보드에서 AD 시간을 고려하면 제로크로싱 검출법은 3072샘플링 까지 할 수 있다. 본 논문에서는 하드웨어 테스트 시 알고리즘의 연산속도를 고려하여 제로크로싱은 3072 샘플링 하여 시뮬레이션 하였다.

<표 1> 각 주파수 추정 시 최대 오차(단위 : Hz)

입력 주파수	직교변환법 (64 Samples)	최소자승법 (64 Samples)	제로크로싱 검출법 (64 Samples)	제로크로싱 검출법 (3072 Samples)
55	0.0412	0.0006	0.6527	0.0066
56	0.0207	0.0005	0.4717	0.0027
57	0.0087	0.0008	0.5283	0.0037
58	0.0028	0.0007	0.6836	0.0046
59	0.0007	0.0006	0.8165	0.0055
60	0.0004	0.0007	0.0024	0.0024
61	0.0008	0.0007	0.9348	0.0054
62	0.0027	0.0007	0.9525	0.0040
63	0.0075	0.0009	1.0000	0.0040
64	0.0163	0.0006	0.0041	0.0041
65	0.0305	0.0007	0.0872	0.0036

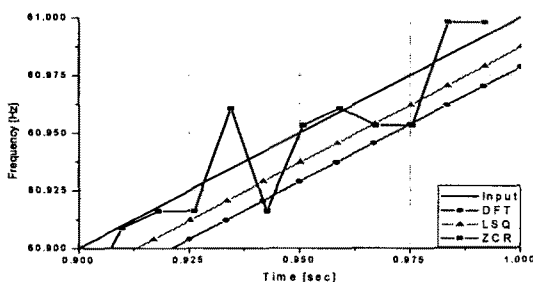
<표 2> TMS320C32 DSP보드 구동 시 연산속도(단위 : ms)

직교변환법 (64 Samples)	최소자승법 (64 Samples)	제로크로싱 검출법 (64 Samples)	제로크로싱 검출법 (3072 Samples)
0.9354	5.2816	0.0031	0.0035

직교변환법은 기본주파수인 60Hz에서 멀어진 주파수를 추정할 경우 오차가 커지는 것을 확인 할 수 있다. 반면 최소자승법 및 제로크로싱은 특정한 주파수에 국한되지 않은 비교적 안정된 주파수 추출 결과를 확인하였다. 최소자승법이 가장 작은 오차를 갖는 것을 확인할 수 있다.

### 2.2.2 가변 주파수 추정

그림 1은 주파수가 시간 0초에서 1초 사이에 60Hz에서 61Hz로 일정한 간격으로 증가하는 입력파형의 시뮬레이션 결과이다. 표 3은 주파수의 증가량을 다르게 하여 시뮬레이션한 결과의 최대오차를 나타내고 있다. 최소자승법의 오차가 가장 작으며 직교변환법, 제로크로싱 검출법 순으로 오차가 작게 발생하는 걸 확인할 수 있다.

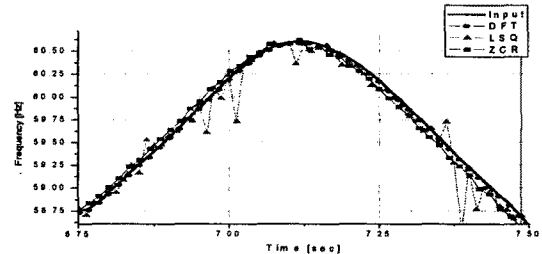


<그림 1> 일정한 주파수 변동 추정 결과

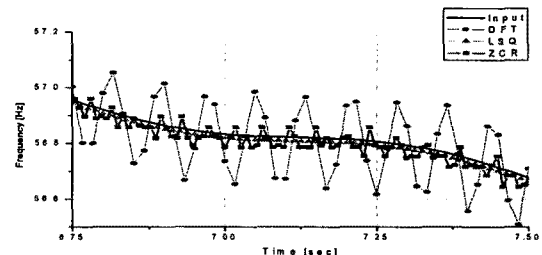
<표 3> 일정한 주파수 변동 추정 시 최대 오차(단위 : Hz)

입력 주파수	직교변환법 (64 Samples)	최소자승법 (64 Samples)	제로크로싱 검출법 (3072 Samples)
60 ~ 61	0.0213	0.0132	0.0263
60 ~ 60.5	0.0108	0.0066	0.0220
60 ~ 59.5	0.0099	0.0063	0.0164
60 ~ 59	0.0204	0.0127	0.0260

그림 2와 그림 3은 주파수 변동이 일정하지 않을 경우의 시뮬레이션 결과를 보여준다. 그림 2는 변동 폭이 큰 경우의 시뮬레이션 결과이며 그림 3은 변동 폭이 작은 경우의 시뮬레이션 결과이다. 최소자승법은 주파수 변동이 큰 구간에서 오차가 커지지만 변동 폭이 작은 경우는 오차가 적게 발생한다. 직교변환법은 주파수 변동 폭이 큰 구간에서 오차가 커지는 현상은 없지만 기본주파수에서 멀어질수록 오차가 커지고 있다. 반면 제로크로싱 검출법은 두 경우 모두 일정한 오차율을 유지하고 있다.



<그림 2> 주파수 변동 폭이 큰 경우



<그림 3> 주파수 변동 폭이 작은 경우

## 3. 결 론

직교변환법은 기본주파수인 60Hz와 차이가 큰 주파수를 추정 할수록 오차가 커지지만 주파수 변동 폭이 크더라도 일정한 오차율을 유지한다. 최소자승법은 주파수 추정 시 허용오차인 0.005[Hz] 이내의 정확도가 보장되지만 주파수의 변동 폭이 클수록 큰 오차를 가지게 된다. 반면 제로크로싱 검출법은 다른 알고리즘에 비해 오차가 크지만 기본주파수와 차이가 나거나 주파수 변동 폭이 크더라도 일정한 오차율을 유지한다. 주파수 변화 추정 알고리즘들의 이러한 장·단점을 알고 상황에 맞는 알고리즘을 선택하여 사용하면 정확한 주파수 추출을 할 수 있을 것이다.

본 논문에서는 전압의 크기가 일정하고 노이즈가 없는 입력신호를 시뮬레이션에 사용하였다. 향후 전압의 크기 변동 및 노이즈에 관한 검토가 필요할 것으로 사료된다.

### 감사의 글

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원(R-2005-B-100) 주관으로 수행된 과제임.

### [참 고 문 헌]

- [1] S.A. McIlwaine, C.E. Tindall, W. McClay, "Frequency tracking for Power system control", Proc IEE, Vo 133, Pt C, No.2, pp 95-98, March 1986
- [2] M. Sachdev, M. Giray, "A Least Square Technique for Determining Power System Frequency", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-104, pp 437-443, February 1985
- [3] P.J. Moore, R.D. Carranza, A.T. Jhons, "A new numeric technique for high-speed evaluation of power system frequency", IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, Vol. 141, No.5, pp529-536, September 1994
- [4] Vladimir Friedman, "A Zero Crossing Algorithm for the Estimation of the Frequency of a Single Sinusoid in White Noise", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 42, No. 6, June 1994